



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS**



**DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES E CONTROLE EM ESTEIRA DE  
CILINDROS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA**

**Paulo Augusto Rodrigues Ribeiro**

**Orientadora**

**Prof<sup>ª</sup>. Edith Beatriz Camaño Schettini**

**Co-Orientador**

**Prof. Jorge Hugo Silvestrini**

Porto Alegre, junho de 2002.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES E CONTROLE EM ESTEIRA DE  
CILINDROS POR SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA

PAULO AUGUSTO RODRIGUES RIBEIRO

Orientador: Prof. Dr. Edith Beatriz Camaño Schettini

Co-Orientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Marcello Augusto Faraco de Medeiros EESC/USP

Prof. Dr. Álvaro Luiz de Bortoli Inst. Matemática/UFRGS

Prof. Dr. Luiz Augusto Magalhães Endres IPH/UFRGS

Dissertação submetida ao Programa de pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

*Aos meus pais*



*“Os números são o princípio e a fonte de todas as coisas.  
Todo o universo são números e todo o universo é música”*

- PITÁGORAS DE SAMOS

*“Big whirls have little whirls that feed on their velocity,  
and little whirls have smaller whirls and so on to viscosity.”*

- LEWIS FRY RICHARDSON

## **APRESENTAÇÃO**

O presente trabalho foi desenvolvido no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental do Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação da Prof. Edith Beatriz Camaño Schettini da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e co-orientação do Prof. Jorge Hugo Silvestrini do Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, por toda a sabedoria e experiência de vida que me propiciou até hoje. Que continue pública, gratuita e de qualidade.

Ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas - IPH, em nome de seus professores, técnicos e colegas, agradeço pelo conhecimento, apoio e convívio.

Agradeço também aos novos amigos conquistados neste curso, em especial a Daniel Allasia e Sávio Freire, que, tenho certeza, nossos caminhos ainda irão cruzar-se inúmeras vezes.

Aos professores e colegas do Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada – PPGMAp, agradeço pelo valoroso auxílio técnico e intelectual, e pelo agradável convívio.

Em especial ao colega Carlos Moser agradeço pela paciência nas horas de discussão e pelo seu notável companheirismo.

Ao Centro Nacional de Supercomputação – CESUP, agradeço imensamente pelo apoio técnico, sem o CRAY T94 esta dissertação não sairia das cabeças iluminadas que a imaginaram.

À Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS e aos colegas Filipi Vianna e Timóteo de Souza, agradeço pelos recursos disponibilizados, pela afável convivência e pelo admirável auxílio para o avanço das simulações realizadas neste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, sou grato pelo financiamento desta pesquisa, que espero possa auxiliar e incentivar o avanço do estudo de mecânica de fluidos neste país.

Este trabalho é dedicado especialmente aos meus pais, que nunca deixaram de acreditar na importância deste curso, e jamais deixaram de incentivar meus sonhos.

Com especial carinho agradeço à Márcia Sperb, que sempre esteve do meu lado com seu amor e apoio incondicional.

Agradeço à Prof. Beatriz Camaño, pela atenciosa orientação, e ao Prof. Jorge Silvestrini, cuja inesgotável paciência e inestimável dedicação foram imprescindíveis para o sucesso desta pesquisa.

Aos verdadeiros amigos e irmãos: Fabiano Aguiar, Gustavo Emer, Luciano Poeta, Matheus Aguiar e Tiago Aguiar, agradeço pelas infindáveis horas de discussão, em casa, por telefone ou numa mesa de bar, a respeito deste trabalho ou outros temas imprescindíveis para o correto funcionamento da mente humana (afinal só os fortes sobrevivem!).

Aos demais familiares, por todo o apoio dado ao longo de mais esta jornada, agradeço com ternura.

# SUMÁRIO

<i>Apresentação</i> .....	<i>i</i>
<i>Agradecimentos</i> .....	<i>i</i>
<i>Sumário</i> .....	<i>iii</i>
<i>Lista de Símbolos</i> .....	<i>v</i>
<i>Lista de Figuras</i> .....	<i>vii</i>
<i>Lista de Tabelas</i> .....	<i>ix</i>
<i>Resumo</i> .....	<i>x</i>
<i>Abstract</i> .....	<i>xi</i>
<b>1. Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1. Características da Esteira de Vórtices</b> .....	<b>3</b>
2.1.1. Formação dos Vórtices .....	3
2.1.2. Desprendimento de Vórtices.....	5
2.1.3. Regimes de Desprendimento de Vórtices .....	9
2.1.4. Frequência de Desprendimento de Vórtices .....	13
2.1.5. Regime de Transição à Turbulência na Esteira de Cilindros .....	15
2.1.6. Efeitos de Extremidades - Desprendimento Oblíquo e Paralelo .....	22
<b>2.2. Controle do Desprendimento de Vórtices</b> .....	<b>24</b>
2.2.1. Considerações sobre o uso de Placas de Separação.....	27
<b>2.3. Métodos de Simulação Numérica da Turbulência</b> .....	<b>30</b>
<b>3. Metodologia</b> .....	<b>32</b>
<b>3.1. Simulação Numérica</b> .....	<b>32</b>
3.1.1. Equações Governantes.....	32
<b>3.2. Métodos Numéricos</b> .....	<b>33</b>
3.2.1. Esquema de Diferenças Finitas Centradas Compactas .....	33
3.2.2. Esquema de Filtragem Compacta .....	35
3.2.3. Esquema de Runge-Kutta de Baixa-Armazenagem.....	36
3.2.4. Método de Fronteiras Virtuais .....	37
3.2.5. Condições de Contorno.....	41
3.2.6. Cálculo do Campo de Pressões e Correção da Velocidade.....	42
<b>3.3. Algoritmo de Resolução</b> .....	<b>43</b>
<b>4. Resultados</b> .....	<b>44</b>
<b>4.1. Simulações Bidimensionais</b> .....	<b>44</b>
4.1.1. Definição dos Parâmetros de Simulação.....	45
4.1.1.1. Definição dos Parâmetros de Representação Virtual do Cilindro.....	45
4.1.1.1.1. Parâmetros <b>a</b> e <b>b</b> .....	45
4.1.1.1.2. Extensão da Influência do Cilindro ( <i>eps</i> ).....	47
4.1.1.1.3. Definição do Domínio de Cálculo.....	50
4.1.1.1.4. Definição da Posição do Cilindro.....	53
4.1.1.1.5. Definição da Resolução de Cálculo .....	55
4.1.1.1.6. Considerações Sobre a Utilização de Filtros.....	57

4.1.1.6.	<i>Considerações da Aplicação de Ruído.....</i>	58
4.1.2.	<b>Escoamentos ao Redor de Cilindros com Placas .....</b>	<b>60</b>
4.1.2.1.	<i>Escoamentos Bidimensionais .....</i>	60
4.1.2.2.	<i>Simulação Bidimensional de Escoamentos Tridimensionais.....</i>	63
4.1.2.2.1	<i>Vórtice de Fim de Placa para l/D igual a 2D.....</i>	67
4.1.2.2.2	<i>Vórtice de Fim de Placa para l/D igual a 6D.....</i>	70
<b>4.2.</b>	<b>Simulações Tridimensionais .....</b>	<b>73</b>
4.2.1.	Definição do domínio tridimensional .....	73
4.2.2.	Cilindro Circular Reto .....	75
4.2.2.1.	<i>Escoamento a <math>Re = 200</math> .....</i>	75
4.2.2.2.	<i>Escoamento a <math>Re = 300</math> .....</i>	79
4.2.2.3.	<i>Frequência de Desprendimento dos Vórtices.....</i>	81
4.2.3.	Cilindro com Placa de Separação .....	84
<b>5.</b>	<b>Conclusões e Recomendações .....</b>	<b>87</b>
<b>6.</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>90</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>
$C_L$	Coeficiente de sustentação média	(adimensional)
$C_p$	Coeficiente de pressão	(adimensional)
$D$	Diâmetro do cilindro	(L)
$\vec{f}$	Campo de forças da fronteira virtual	(M· L· t <sup>-2</sup> )
$f', f'', f^{(n)}$	Derivada primeira, segunda e enésima de uma função contínua $f$	
$l$	Comprimento da placa	(L)
$L$	Comprimento do cilindro	(L)
$L_x, L_y, L_z$	Dimensões do domínio de cálculo	(L)
$l/D$	Relação comprimento da placa/diâmetro do cilindro	(adimensional)
$L/D$	Relação comprimento/diâmetro do cilindro	(adimensional)
$N$	Número total de pontos da malha	(adimensional)
$n$	Frequência de desprendimento de vórtices	(t <sup>-1</sup> )
$n_t$	Número total de passos de tempo	(adimensional)
$n_x, n_y, n_z$	Número de nós nas direções coordenadas	(adimensional)
$P$	Campo de pressão	(M· L <sup>-1</sup> · t <sup>-2</sup> )
$P^*$	Campo de pressão modificada	(M· L <sup>-1</sup> · t <sup>-2</sup> )
$P_S$	Pressão de estagnação sobre o cilindro	(M· L <sup>-1</sup> · t <sup>-2</sup> )
$Re$	Número de Reynolds do cilindro	(adimensional)
$S$	Número de Strouhal do cilindro	(adimensional)
$U_{conv}$	Velocidade de convecção das estruturas do escoamento	(L· t <sup>-1</sup> )
$U$	Velocidade do escoamento externo	(L· t <sup>-1</sup> )
$u_i$	Componentes de velocidade instantânea na direção $x_i$	(L· t <sup>-1</sup> )
$U_i$	Componentes de velocidade média na direção $x_i$	(L· t <sup>-1</sup> )

$u_i^c$	Componentes de flutuação de velocidade na direção $x_i$	(L· t <sup>-1</sup> )
$\bar{u}$	Campo de velocidades	(L· t <sup>-1</sup> )
$\bar{u}^*$	Campo de velocidades intermediário entre $\bar{u}_n$ e $\bar{u}_{n+1}$	(L· t <sup>-1</sup> )
$\bar{u}_p$	Campo de velocidades no passo de tempo $p$ ( $p = 1, 2, 3$ )	(L· t <sup>-1</sup> )
$\bar{u}_n, \bar{u}_{n+1}$	Campo de velocidades no tempo $t_n$ e $t_{n+1}$	(L· t <sup>-1</sup> )
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas	(L)
$x_i$	Coordenadas na notação tensorial	(L)
$t$	Tempo	(t)
$D$	Espaçamento da malha padrão	(L)
$Dx, Dy, Dz$	Espaçamento da malha nas direções x, y e z	(L)
$q$	Ângulo de desprendimento-oblíquo de vórtices (grau)	
$l$	Comprimento de onda	(L)
$n$	Viscosidade cinemática do fluido	(L <sup>2</sup> · t <sup>-1</sup> )
$r$	Massa específica do fluido	(M· L <sup>-3</sup> )
$f$	Ângulo da posição na superfície do cilindro (grau)	
$w$	Vorticidade	(t <sup>-1</sup> )
$\bar{w}$	Campo de vorticidade	(t <sup>-1</sup> )

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Separação da camada limite e formação de vórtices em um cilindro (Schlichting, 1979). .....	3
Figura 2.2 – Evolução da separação da camada limite com o tempo (Schlichting, 1979). .....	4
Figura 2.3 – Distribuição de pressão em um cilindro circular (Schlichting, 1979). .....	5
Figura 2.4 – escoamento de óleo ao redor de um cilindro circular em função do $Re$ (Schlichting, 1979). .....	6
Figura 2.5 – escoamento na esteira próxima ao cilindro a partir do repouso (Perry et al., 1982). .....	7
Figura 2.6 – Desprendimento e atração dos vórtices (Sumer e Fredsøe, 1997). .....	8
Figura 2.7 – Modelo de desprendimento com as linhas de separação do escoamento (Williamson, 1996a). .....	8
Figura 2.8 – Regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular (Sumer e Fredsøe, 1997). .....	9
Figura 2.9 – Sustentação média não nula no regime de escoamento crítico (Sumer e Fredsøe, 1997). .....	11
Figura 2.10 – Faixa de valores da relação $S-Re$ para cilindro circular (Blevins, 1997). .....	13
Figura 2.11 – Relação $S-Re$ e os regimes de desprendimento (Sumer e Fredsøe, 1997). .....	14
Figura 2.12 – Espectros de potência da sustentação média dos dados da fig. 2.11 (Sumer e Fredsøe, 1997). .....	14
Figura 2.13 – Relação $S-Re$ . Adaptado de Williamson (1996b) e Leweke e Provansal (1995). .....	15
Figura 2.14 – Espectros de velocidade na esteira do cilindro no regime de transição (Williamson, 1996b). .....	17
Figura 2.15 – Visualização da formação de um <i>loop</i> de vórtice no Modo A (Williamson, 1996b). .....	17
Figura 2.16 – Mecanismo físico de produção do <i>loop</i> de vórtice do Modo A (Williamson, 1996b). .....	18
Figura 2.17 – Instabilidades tridimensionais no Modo A e Modo B (Williamson, 1996b). .....	19
Figura 2.18 – Mecanismo físico de produção dos vórtices longitudinais do Modo B (Williamson, 1996b). .....	20
Figura 2.19 – Comprimentos de onda das instabilidades perpendiculares (Williamson, 1996b). .....	20
Figura 2.20 – Instabilidades envolvendo o desenvolvimento da turbulência na esteira (Williamson, 1996a). .....	21
Figura 2.21 – Número de Strouhal e ângulos de desprendimento como função de $Re$ (Williamson, 1988). .....	23
Figura 2.22 – Visualização dos diferentes modos de desprendimento laminar (Williamson, 1988). .....	23
Figura 2.23 – Pressão na linha central da esteira com e sem placa de separação (Roshko, 1954). .....	27
Figura 2.24 – Variação do número de Strouhal com o comprimento da placa. .....	28
Figura 3.1 – Parâmetros da representação de um típico obstáculo imerso em malha cartesiana. .....	39
Figura 3.2 – Domínio e condições de contorno típicas das simulações. .....	41
Figura 4.1 – Norma da velocidade sobre os pontos do contorno para diferentes $a$ e $b$ . .....	46
Figura 4.2 – Distribuição gaussiana da força no contorno e sua influência nos pontos adjacentes. .....	47
Figura 4.3 – Perfis transversais de $U_x$ em $x/D=0$ para diferentes valores de $eps$ . .....	48
Figura 4.4 – Norma da velocidade sobre os pontos do contorno para diferentes valores de $eps$ . .....	49
Figura 4.5 – Perfis longitudinais de $U_y$ em $y/D=0$ para diferentes valores de $eps$ . .....	49
Figura 4.6 – Perfis transversais de $U_x$ em $x/D=0$ para diferentes valores de $L_y$ . .....	51
Figura 4.7 – Perfis longitudinais de $U_x$ em $y/D = 0$ para diferentes valores de $L_y$ . .....	52
Figura 4.8 – Perfis longitudinais de $U_x$ na entrada do domínio em $y/D=0$ para diferentes valores de $Cex$ : a) sem filtro e b) com filtro. .....	53
Figura 4.9 – Perfis longitudinais de $U_x$ ao longo de $L_x$ em $y/D = 0$ para diferentes valores de $Cex$ . .....	54
Figura 4.10 – Número de Strouhal x número de Reynolds, resultados numéricos 2D e experimentais. .....	56
Figura 4.11 – Perfil de velocidades instantâneas $u_x$ sobre o contorno para $Re = 200$ no tempo $t U /D = 145$ . .....	57

Figura 4.12 – Norma $L^2$ das velocidades do contorno para diferentes máquinas, com e sem ruído.....	58
Figura 4.13 – Sinais de velocidade $u_x$ na posição $x/D = 1$ e $y/D = 0$ para diferentes amplitudes de ruído. ....	59
Figura 4.14 – Configuração dos escoamentos bidimensionais. ....	60
Figura 4.15 – Número de Strouhal vs. comprimento da placa atrás do cilindro, $Re = 100$ e $Re = 160$ . ....	61
Figura 4.16 – Campos de vorticidade para $Re = 100$ no tempo $t \cdot U_{\infty}/D = 347$ ; a) sem placa, b) $l/D = 1$ , c) $l/D = 2$ e d) $l/D = 3$ . ....	62
Figura 4.17 – Campos de vorticidade para $Re = 160$ no tempo $t \cdot U_{\infty}/D = 248$ ; a) sem placa, b) $l/D = 1$ , c) $l/D = 2$ , d) $l/D = 3$ , e) $l/D = 4$ e f) $l/D = 5$ . ....	62
Figura 4.18 – Número de Strouhal vs. comprimento da placa atrás do cilindro, $Re = 300$ .....	63
Figura 4.19 – Campos de vorticidade para $Re = 300$ no tempo $t \cdot U_{\infty}/D = 248$ ; a) sem placa, b) $l/D = 1$ , c) $l/D = 2$ , d) $l/D = 3$ , e) $l/D = 4$ , f) $l/D = 6$ , g) $l/D = 8$ e h) $l/D = 10$ . ....	65
Figura 4.20 – Campos de vorticidade para $Re = 300$ e $l/D = 2$ . $\Delta t \cdot U_{\infty}/D$ entre as imagens é igual a 1,49.....	67
Figura 4.21 – Posicionamento das sondas próximas ao obstáculo.....	68
Figura 4.22 – Espectro da componente $u_y$ em $x/D = 1$ e $y/D = 0$ para $Re = 300$ sem placa. ....	68
Figura 4.23 – Espectros da componente $u_y$ para $Re = 300$ e $l/D = 2$ nas posições a) S1, b) S2, c) S3 e d) S4. ....	69
Figura 4.24 – Campos de vorticidade para $Re = 300$ e $l/D = 6$ . $\Delta t \cdot U_{\infty}/D$ entre as imagens é igual a 2,48.....	70
Figura 4.25 – Espectros da componente $u_y$ para $Re = 300$ e $l/D = 6$ nas posições a) S1, b) S2, c) S3 e d) S4. ....	71
Figura 4.26 – a) Visualização com corante, $Re = 200$ (Williamson, 1996b). b) Isosuperfícies de vorticidade $w = 1,5U_{\infty}/D$ , $Re = 200$ .....	75
Figura 4.27 – Velocidade $u_x$ em $x/D = 1$ , $y/D = 0$ e isosuperfícies de vorticidade $w = 1,5U_{\infty}/D$ para $Re = 200$ ..	77
Figura 4.28 – a) Visualização com tinta, $Re = 270$ (Williamson, 1996b). b) Isosuperfícies de vorticidade $w = 1,5U_{\infty}/D$ , $Re = 300$ .....	79
Figura 4.29 – Velocidade $u_x$ em $x/D = 1$ , $y/D = 0$ e isosuperfícies de vorticidade $w = 1,5U_{\infty}/D$ para $Re = 300$ ....	80
Figura 4.30 – Espectros da componente $u_y$ para $Re = 200$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.....	81
Figura 4.31 – Número de Strouhal x número de Reynolds, resultados numéricos 3D e experimentais. ....	82
Figura 4.32 – Espectros da componente $u_y$ para $Re = 300$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.....	82
Figura 4.33 – Vista superior das isosuperfícies de vorticidade, $w = 1,5U_{\infty}/D$ . a) Modo A, $Re = 200$ , $t \cdot U_{\infty}/D = 134$ e b) Modo B, $Re = 300$ , $t \cdot U_{\infty}/D = 235$ . ....	83
Figura 4.34 – Isosuperfícies de vorticidade, $w = 1,5U_{\infty}/D$ para $Re = 300$ e placa de comprimento $l/D = 6$ . a) $t \cdot U_{\infty}/D = 29$ , b) $t \cdot U_{\infty}/D = 65,3$ , c) $t \cdot U_{\infty}/D = 145,1$ e d) $t \cdot U_{\infty}/D = 174,1$ . ....	84
Figura 4.35 – Campo de vorticidade para $Re = 300$ e $l/D = 6$ . $t \cdot U_{\infty}/D = 230,7$ .....	85
Figura 4.36 – Sinal de $u_y$ sobre a ponta da placa, a) Simulação 2D e b) Simulação 3D.....	85
Figura 4.37 – Espectros da componente $u_y$ para $Re = 300$ e $l/D = 6$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.....	86

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1.1 – Resultados das simulações para diferentes conjuntos de parâmetros $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ . .....	45
Tabela 4.1.2 – Resultados das simulações para diferentes $\epsilon_{ps}$ . .....	48
Tabela 4.1.3 – Resultados das simulações para diferentes $L_y$ . .....	51
Tabela 4.1.4 – Resultados das simulações para diferentes $Cex$ . .....	54
Tabela 4.1.5 – Valores de número de Strouhal para diferentes resoluções de malha com simples precisão. ....	55
Tabela 4.1.6 – Números de Strouhal para malhas com $D = 18\mathbf{D}$ e $D = 24\mathbf{D}$ com simples e dupla precisão. ....	56
Tabela 4.1.7 – Resultados das simulações para diferentes $Re$ com e sem o uso de filtro. ....	57

## RESUMO

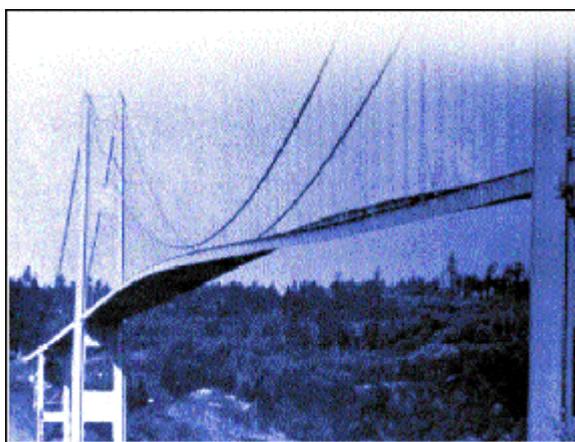
O desprendimento de vórtices é responsável por vibrações prejudiciais a estruturas e pelo aumento de seus coeficientes de arraste. Portanto o correto entendimento e o controle do desprendimento de vórtices é de grande interesse de modo a diminuir custos de manutenção de estruturas estáticas e custos com combustíveis de estruturas móveis, por exemplo.

O caráter tridimensional do desprendimento de vórtices a baixos números de Reynolds, entre 100 e 300, é aqui estudado através de Simulações Numéricas Diretas (DNS) do escoamento ao redor de cilindros circulares em duas e três dimensões.

O controle do desprendimento de vórtices foi estudado nesta dissertação, através do uso de placas de separação do escoamento em simulações numéricas bidimensionais para números de Reynolds 100, 160 e 300, mostrando que para estes números de Reynolds é possível reduzir as frequências de desprendimento, e em alguns casos até suprimi-las.

A simulação tridimensional para  $Re = 300$  mostrou um escoamento aparentemente bidimensional que afeta sensivelmente a frequência de desprendimento quando em comparação o caso 2D.

Para a realização das simulação numéricas foi utilizado um esquema compacto de diferenças finitas em associação com um método de representação virtual de obstáculos imersos em escoamentos, que permite a representação de geometrias complexas sobre uma malha cartesiana.



*Tacoma Narrows Bridge*, a mais famosa das muitas pontes colapsadas por vibrações causadas pelo vento.  
<http://www.ketchum.org/bridgecollapse.html>

## ABSTRACT

Vortex shedding is responsible for harmful vibrations on immersed structures and for increasing their drag coefficients. Thus vortex shedding understanding and control is highly interesting in order of decrease maintenance costs of standing structures and fuel costs on moving ones, for example.

Vortex shedding three-dimensional nature is here studied at a low Reynold number range, between 100 and 300, performing two and three-dimensional Direct Numerical Simulations (DNS) of flows around circular cylinders.

Vortex shedding control has been here analyzed with the use of splitter plates on two-dimensional DNS at  $Re$  100, 160 and 300, showing that for these  $Re$  it is possible to reduce the shedding frequency, and in some cases even suppress the vortex shedding.

Three-dimensional DNS at  $Re = 300$  showed a two-dimensional flow that deeply affects the shedding frequency in comparison to the 2D simulation.

For this purpose it has been used a high order finite difference method in association with a virtual boundary method, responsible for the obstacle representation. The use of this novel numerical method showed a great agreement with experimental results and low computational costs.

## **1. INTRODUÇÃO**

É possível que todas as pessoas tenham uma noção, mesmo que intuitiva, do que seja a turbulência. Talvez esta esteja relacionada com a experiência de apertar o cinto de segurança durante o vôo em um avião, ou mesmo com a observação das abruptas mudanças na direção do vento e da chuva durante uma tempestade.

É difícil encontrar uma definição para o que é turbulência, talvez seja melhor tentar observar algumas características essenciais presentes em escoamentos turbulentos, como irregularidade, difusividade, altos números de Reynolds, flutuações tridimensionais de vorticidade, dissipação, entre outras (Tennekes e Lumley, 1977).

O estudo da turbulência é objeto de interesse de inúmeras áreas do conhecimento humano, como as engenharias, a astronomia e até a medicina, onde o comportamento turbulento do escoamento do sangue nas artérias pode ser um problema para pacientes com determinadas doenças cardiovasculares (Lesieur, 1994).

Dentre os diversos fenômenos relacionados com a turbulência, no presente trabalho estudou-se o desprendimento de vórtices, fenômeno que ocorre quando tem-se o escoamento de um fluido ao redor de um obstáculo.

Desde as medições de frequência realizadas por Strouhal (1878, apud Williamson 1996a), até os recentes conceitos de dinâmica de vórtices propostos por Williamson (1996b), uma infinidade de trabalhos foram realizados com o objetivo de melhor entender os fenômenos tridimensionais relacionados ao desprendimento de vórtices na transição à turbulência.

Uma notável característica deste fenômeno é que ele gera variações de pressão na superfície do corpo imerso no escoamento, causando esforços dinâmicos que induzem oscilações.

O surgimento destes esforços torna seu estudo essencial, por exemplo, no dimensionamento de pontes e estruturas esbeltas, como torres e edifícios altos. Sua importância deve-se ao risco de que estes esforços dinâmicos provoquem a falha da estrutura caso seja atingida a frequência de ressonância. Neste caso, o conhecimento dos fenômenos tridimensionais que ocorrem na esteira pode permitir que haja o controle do desprendimento de vórtices fazendo com que se evitem vibrações indesejadas.

---

Outra aplicação importante do conhecimento destes fenômenos tridimensionais tem por objetivo reduzir o arraste sobre corpos imersos produzidos por escoamentos turbulentos.

Conforme destaca Blevins (1997), a vibração induzida pelo desprendimento de vórtices pode aumentar a intensidade da força de arraste. Desta forma, o conhecimento dos fenômenos tridimensionais da esteira podem levar a um controle do desprendimento de vórtices, de modo que esta força, gerada devido à pressão e ao atrito de um obstáculo com o escoamento, seja reduzida.

Este estudo é fundamental no desenvolvimento de veículos automobilísticos, aeronáuticos e aeroespaciais, onde a redução da força de arraste pode diminuir o consumo de combustíveis, além de proporcionar maior autonomia e conforto aos passageiros.

Seu conhecimento é importante também no dimensionamento de estruturas submarinas, como emissários, oleodutos e pilares de plataformas marítimas, estruturas quase sempre cilíndricas que sofrem com esforços de vibração gerados pelas correntes marinhas.

Tendo em vista a grande necessidade de pesquisa sobre o tema de desprendimento de vórtices em escoamentos transversais ao eixo de cilindros, o presente trabalho tem por objetivo:

- Estudar as estruturas tridimensionais da esteira de vórtices e avaliar as possibilidades de controlar o desprendimento de vórtices através da utilização de placas de separação na esteira de cilindros imersos em escoamentos em transição à turbulência.

Para estudar este fenômeno foram utilizadas simulações numéricas diretas das equações de Navier-Stokes, as quais são importantes para o entendimento das instabilidades tridimensionais de esteiras pois permitem, graças às atuais capacidades computacionais, estudos precisos com baixos custos quando comparados com trabalhos experimentais.

---

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. CARACTERÍSTICAS DA ESTEIRA DE VÓRTICES

#### 2.1.1. FORMAÇÃO DOS VÓRTICES

A formação dos vórtices está relacionada à separação da camada limite próxima ao corpo imerso. Esta separação, por sua vez, é função da distribuição de pressão na camada limite. Para ilustrar tal fenômeno observa-se a figura 2.1, onde tem-se um escoamento da esquerda para a direita, e  $P$  é a pressão sobre o cilindro.

Se for considerado um escoamento não viscoso, haverá partículas de fluido que são aceleradas entre  $D$  e  $E$ , e desaceleradas de  $E$  até  $F$ . Fazendo então com que a pressão decresça de  $D$  até  $E$ , e cresça novamente entre  $E$  e  $F$ . Quando o escoamento sobre o cilindro tem início, o movimento é aproximadamente sem efeito viscoso, e permanece assim enquanto a camada limite permanece estreita, tendo a referida distribuição de pressões esquematizada na figura 2.1.

Fora da camada limite ocorre uma transformação da energia de pressão em energia cinética entre  $D$  e  $E$ , e o reverso ocorre entre  $E$  e  $F$ .

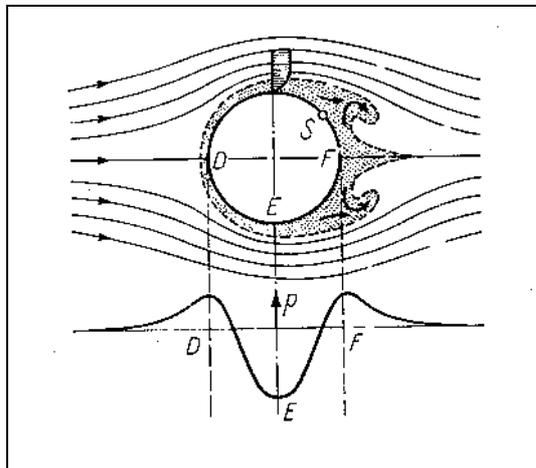


Figura 2.1 – Separação da camada limite e formação de vórtices em um cilindro (Schlichting, 1979).

Uma partícula de fluido que se movimentava na proximidade imediata da parede dentro da camada limite, permanece sob a influência do mesmo campo de pressões que existe fora da mesma, pois a pressão externa é imposta na camada limite.

Devido às grandes forças de atrito na camada limite, tal partícula consome muito de sua energia cinética no caminho que vai de  $D$  até  $E$ , de forma que o que sobra é muito pouco para superar o aumento de pressão entre  $E$  e  $F$ .

A partícula não consegue mover-se ao longo da região de aumento de pressão, entre  $E$  e  $F$  e é eventualmente presa. A pressão externa faz com que esta possa se mover então, numa direção oposta à do escoamento.

As fotografias reproduzidas na figura 2.2 ilustram a seqüência de eventos a jusante de um corpo circular imerso quando um escoamento de fluido tem início. As pressões aumentam ao longo do contorno do corpo da esquerda para a direita, o escoamento observado deve-se à presença de partículas de pó de alumínio borrifadas sobre a superfície da água.

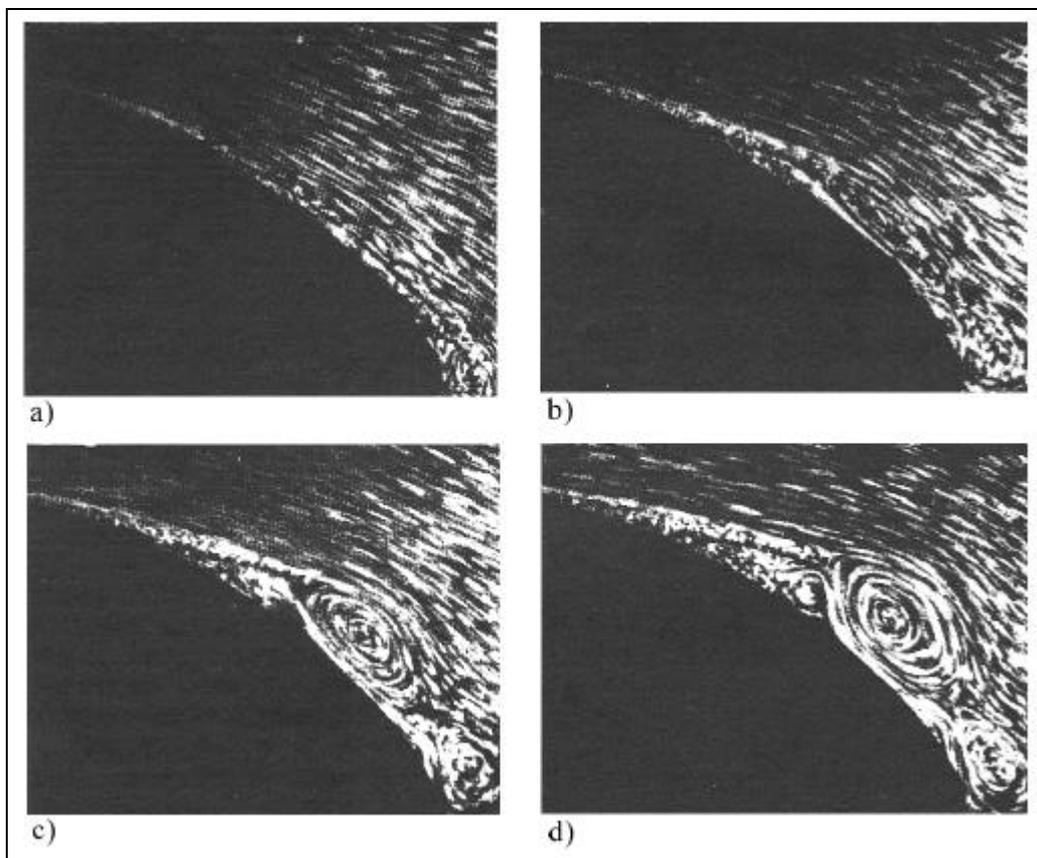


Figura 2.2 – Evolução da separação da camada limite com o tempo (Schlichting, 1979).

A camada limite pode ser facilmente reconhecida pela referência dos traços pequenos. Na figura 2.2a, tirada logo após o início do escoamento, o movimento reverso tem início. Na figura 2.2b, observa-se que o movimento reverso penetrou uma notável distância e que a camada limite cresceu consideravelmente.

A figura 2.2c mostra como o movimento reverso dá origem a um vórtice, cujo tamanho é ainda aumentado na figura 2.2d. Este vórtice deverá logo separar-se, e depois mover-se a jusante no escoamento.

A formação de vórtices muda completamente o campo do escoamento na esteira, e a distribuição de pressões sofre uma mudança radical, quando comparada com a de um escoamento não viscoso (mostrado na figura 2.1).

Na região de vórtices atrás de um cilindro existe uma considerável sucção, como visto na curva de distribuição de pressões da figura 2.3, onde  $P$  é a pressão sobre o cilindro e  $P_S$  é a pressão no ponto de estagnação.

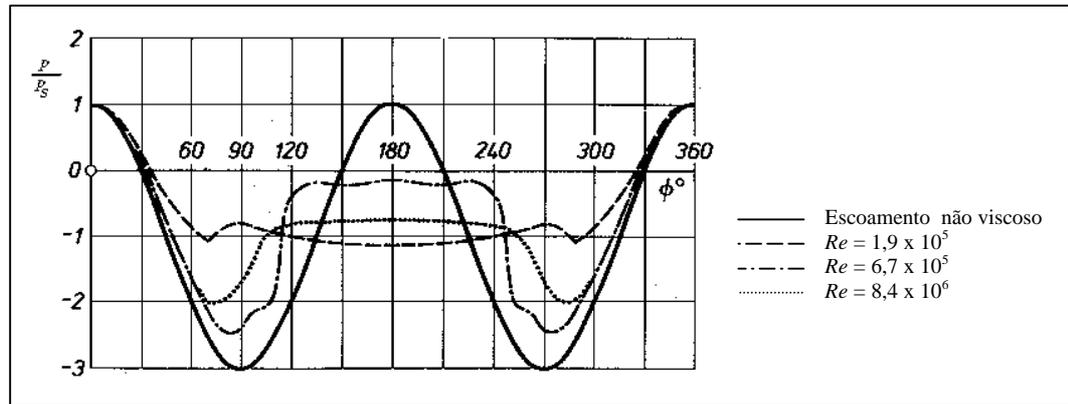


Figura 2.3 – Distribuição de pressão em um cilindro circular (Schlichting, 1979).

### 2.1.2. DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

É possível descrever o fenômeno de formação dos vórtices e de separação da camada limite sem introduzir aspectos dimensionais do escoamento, entretanto para o entendimento do desenvolvimento da esteira de vórtices será necessário introduzir alguns conceitos básicos.

O número adimensional que descreve a relação entre as forças de inércia e viscosas no escoamento ao redor de um cilindro liso é o número de Reynolds, definido por

$$Re = \frac{DU_{\infty}}{\nu}, \quad (2.1)$$

no qual  $D$  é o diâmetro do cilindro,  $U$  é a velocidade do escoamento externo, e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

O escoamento experimenta significativas mudanças com o aumento do número de Reynolds a partir de zero. Na figura 2.4 pode-se observar alguns padrões de desprendimento de vórtices relacionados com a variação do número de Reynolds. As imagens mostram a esteira resultante de um escoamento, da esquerda para a direita, de óleo ao redor de um cilindro circular.

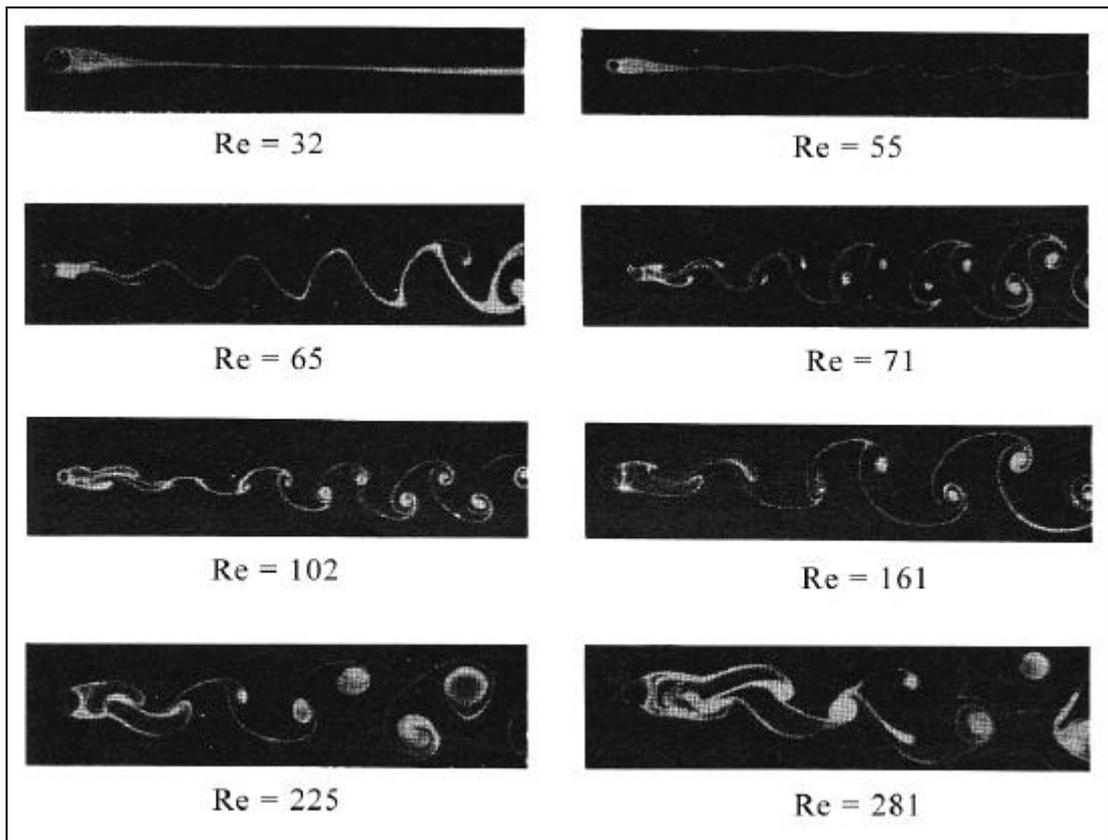


Figura 2.4 – Escoamento de óleo ao redor de um cilindro circular em função do  $Re$  (Schlichting, 1979).

A uma distância grande do corpo é possível reconhecer um padrão regular de vórtices que movem-se alternadamente em sentido horário e anti-horário, conhecido como vórtices de Von Kármán. Estes vórtices não se misturam com o escoamento exterior e somente dissipam-se por fricção interna depois de um longo tempo (Prandtl e Tietjens, 1957).

Analisando o filme produzido por Prandtl em 1920, Perry et al. (1982) propuseram um estudo de linhas de corrente instantâneas que permite entender melhor alguns fenômenos relacionados com o início do desprendimento.

Conforme observa-se nas figuras 2.5 (*a* e *b*), a bolha de recirculação que surge durante o processo inicial do escoamento é fechada e os pontos de estagnação encontram-se unidos pelas linhas que separam o escoamento. Este é a imagem clássica do escoamento com bolha de recirculação.

Entretanto durante o processo de desprendimento de vórtices (figuras 2.5 *c* a *f*), a bolha de recirculação abre-se e os pontos de estagnação do escoamento não se encontram mais unidos pelas linhas separadoras do escoamento, surgindo então estreitas passagens do fluido que penetra nas bolhas.

Estas estreitas passagens, chamadas pelos autores de *alleyways*, são apresentadas na figura 2.5 através de áreas hachuradas. Na figura, o observador desloca-se com o cilindro e as imagens são obtidas a cada 40 quadros consecutivos do filme de Prandtl. O incremento de tempo adimensional entre cada imagem é  $(Dt \cdot U)/D = 0,3$ , onde  $U$  é a velocidade do escoamento externo e  $D$  é o diâmetro do cilindro.

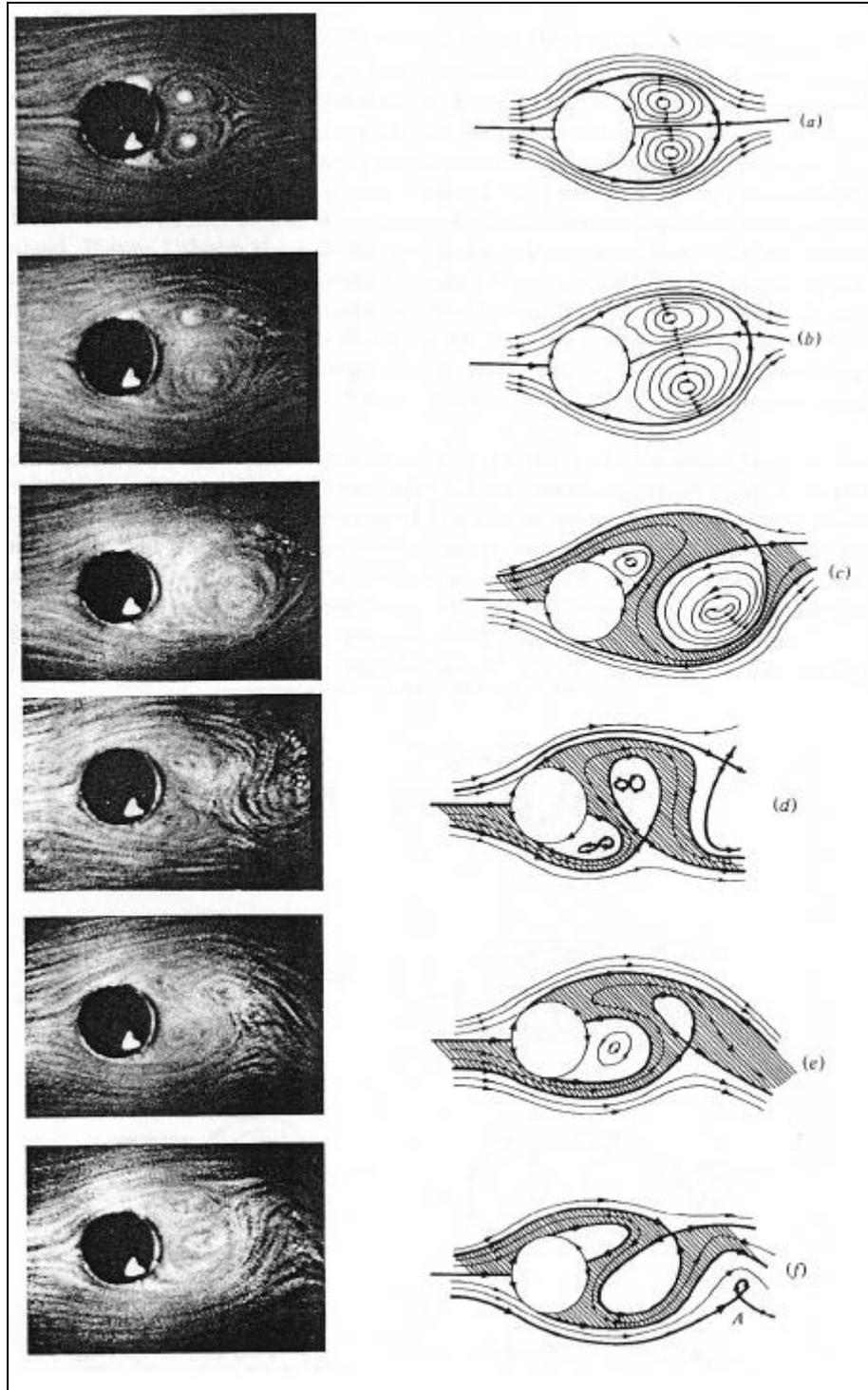


Figura 2.5 – Escoamento na esteira próxima ao cilindro a partir do repouso (Perry et al., 1982).

A partir do momento em que é atingido um regime de desprendimento de vórtices permanente, Gerrard (1966) sugere que um vórtice que se forma é atraído pela camada cisalhante situada do outro lado da esteira, atravessando a linha central desta, e cortando eventualmente o fornecimento de vorticidade do vórtice crescente (de sinal oposto), como mostra a figura 2.6. Pode-se observar que em *a*) após o desprendimento do vórtice A, o vórtice B é atraído através da esteira e, da mesma forma, em *b*) após o desprendimento do vórtice B, o vórtice C é igualmente atraído.

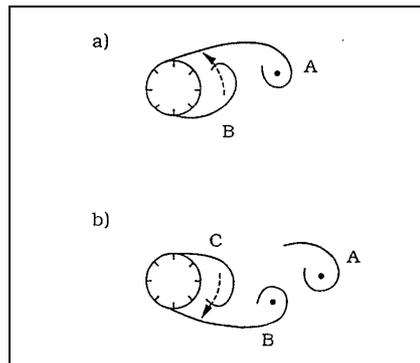


Figura 2.6 – Desprendimento e atração dos vórtices (Sumer e Fredsøe, 1997).

O modelo de linhas de corrente para o desprendimento de vórtices permanente interpretado por Williamson (1996a), figura 2.7, pode ajudar a entender este movimento.

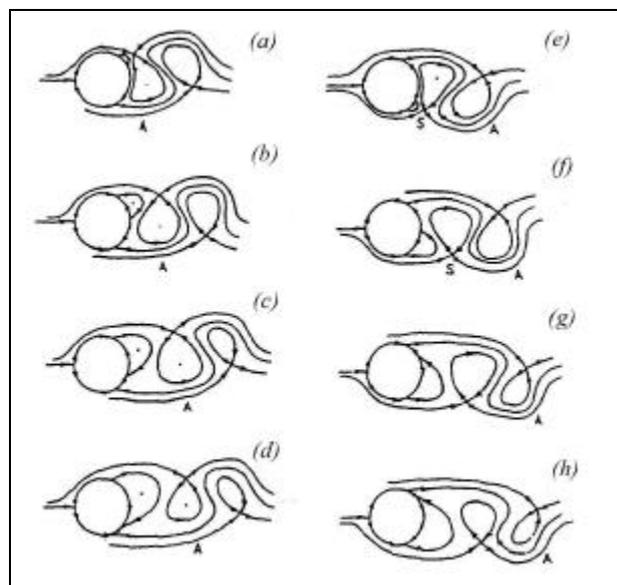


Figura 2.7 – Modelo de desprendimento com as linhas de separação do escoamento (Williamson, 1996a).

Como descreve Williamson (1996a), o vórtice anti-horário A representado na figura 2.7, torna-se mais energético desde o estágio representado no desenho (a) até o desenho (d).

Já no desenho (e), um ponto de estagnação S forma-se na parte inferior do corpo, cortando qualquer novo suprimento de vorticidade para o sustento do vórtice A, ao mesmo tempo em que um vórtice começa a surgir junto ao corpo.

### 2.1.3. REGIMES DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

Conforme apresentado anteriormente, em função do número de Reynolds do escoamento, ocorrem mudanças no padrão de desprendimento de vórtices na esteira dos cilindros (figura 2.4).

Existem pequenas discrepâncias entre os valores exatos dos números de Reynolds que definem diferentes regimes de desprendimento. Em muitos trabalhos que tratam de regimes de desprendimento encontrados na literatura, pode-se observar que as características e a faixas de ocorrência (em termos de número de Reynolds) descritas são bastante similares, apesar de não concordarem entre si.

Na figura 2.8, encontra-se um resumo destes regimes, adaptado a partir de Sumer e Fredsøe (1997).

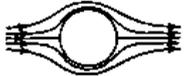
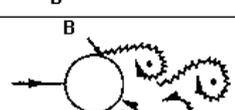
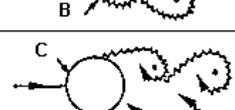
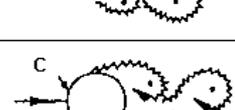
a)		Sem separação	$Re < 5$
b)		Formação de um par fixo de vórtices simétricos	$5 < Re < 40$
c)		Esteira de vórtices laminar	$40 < Re < 200$
d)		Transição à turbulência na esteira	$200 < Re < 300$
e)		Esteira completamente turbulenta A: Separação laminar da camada limite	$300 < Re < 3 \times 10^5$ Subcrítico
f)		A: Separação laminar da camada limite B: Separação turbulenta da camada limite; mas camada limite laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$ Crítico
g)		B: Separação turbulenta da camada limite; a camada limite é parcialmente laminar e parcialmente turbulenta	$3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$ Supercrítico
h)		C: Camada limite completamente turbulenta em um lado	$1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$ Alta transição
i)		C: Camada limite completamente turbulenta em ambos os lados	$4 \times 10^6 < Re$ Transcrítico

Figura 2.8 – Regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular (Sumer e Fredsøe, 1997).

A avaliação dos diferentes regimes será feita partindo-se do repouso, seguindo a numeração do interior da figura (de  $a$  até  $i$ ). Alguns valores de números de Reynolds apresentados no texto não conferem com aqueles apresentados na figura 2.8 para todos os regimes, pois optou-se por descrevê-los incorporando informações de outros trabalhos.

a) *Regime sem separação ( $Re < 5$ )*: Para valores muito baixos de número de Reynolds, não há separação da camada limite, não havendo formação nem desprendimento de vórtices.

b) *Regime laminar permanente ( $5 < Re < 49$ )*: Neste intervalo surge um par de vórtices na esteira junto ao cilindro. O comprimento destes vórtices aumenta em função do acréscimo do número de Reynolds. O valor do  $Re = 40$ , indicado na figura 2.8, não é o mais encontrado na literatura, tendo sido aqui preterido pelo valor apresentado pelo sugerido por Williamson (1996a), igual a 49.

c) *Regime de desprendimento laminar de vórtices ( $49 < Re < 190$ )*: Começam a ser desenvolvidas instabilidades na região de recirculação, inicialmente na parte a jusante da bolha, que ganha mais força e amplitude com o aumento do número de Reynolds.

Segundo Williamson (1996a), o início da instabilidade da esteira, próximo ao  $Re = 49$  descobriu-se ser a manifestação de uma bifurcação de Hopf onde o escoamento representa um sistema dinâmico. A oscilação na esteira é bem definida ao longo de todo o regime se cuidados forem tomados com a manipulação das condições de contorno na extremidade dos cilindros.

O limite superior do regime encontra grande variedade na literatura. Williamson (1996a) define uma faixa entre 140 e 194, apesar de afirmar que estudos recentes apontam para um valor mais próximo de 194. Blevins (1997) apresenta o valor de 150, enquanto Sumer e Fredsøe (1997) sugerem 200.

d) *Regime de transição da esteira de vórtices ( $190 < Re < 300$ )*: Conforme apresenta Williamson (1996a), este regime é associado com duas alterações tridimensionais na formação da esteira à medida que aumenta-se o número de Reynolds.

Tais mudanças tridimensionais geram descontinuidades que podem ser observadas na variação da frequência adimensional de desprendimento de vórtices, com o aumento do número de Reynolds (Williamson, 1996b). Estas descontinuidades serão discutidas mais profundamente mais adiante neste trabalho.

e) *Regime de transição da camada cisalhante (subcrítico) - ( $300 < Re < 3 \cdot 10^5$ ):*

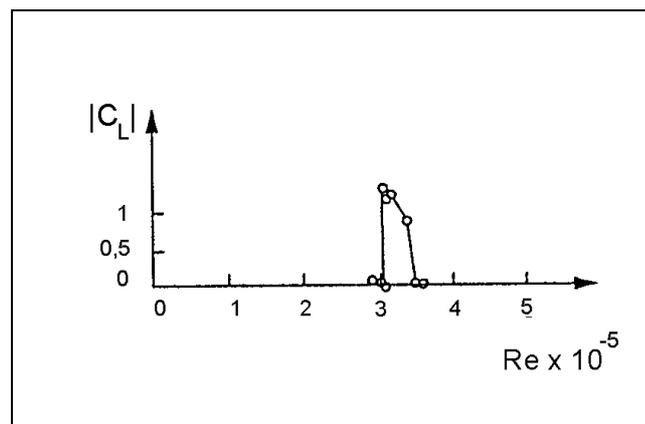
Neste regime a esteira é completamente turbulenta, entretanto a separação dá-se na camada limite ainda laminar. Williamson (1996a) chama a atenção para a transição que começa a ocorrer na camada cisalhante do escoamento, com o surgimento de estruturas tridimensionais.

Cabe definir a região chamada de camada cisalhante como aquela situada até a formação dos vórtices.

f) *Regime de descolamento assimétrico (crítico) - ( $3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^5$ ):*

Nesta estreita faixa de valores de número de Reynolds, a região de transição à turbulência move-se a montante sobre a superfície do cilindro, em direção do ponto de separação conseguindo, entretanto, alcançá-lo somente em um dos lados do cilindro. Desta forma, a camada limite é turbulenta em um lado do cilindro e laminar no outro lado.

O descolamento assimétrico gera uma força de sustentação média diferente de zero, conforme pode-se observar na figura 2.9, e o ponto de separação turbulenta muda de um lado para o outro ocasionalmente, alterando desta forma a direção da sustentação.



**Figura 2.9 – Sustentação média não nula no regime de escoamento crítico (Sumer e Fredsøe, 1997).**

g) *Regime de descolamento simétrico (supercrítico) - ( $3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$ ):*

Neste regime o descolamento é simétrico com a camada limite turbulenta em ambos os pontos de separação, mas a sua transição à turbulência ainda não está completa, a região de transição encontra-se em algum lugar entre o ponto de separação e o ponto de estagnação.

Nota-se que neste regime, a espessura da esteira é sensivelmente menor, o que aumenta a frequência com que desprendem-se os vórtices, pois espera-se que, para altos números de Reynolds, a grosso modo, a escala da frequência de desprendimento dos vórtices seja inversamente proporcional a espessura da esteira.

h) *Regime de transição da camada limite* - ( $1,5 \cdot 10^6 < Re < 4,5 \cdot 10^6$ ): Ao atingir o número de Reynolds igual a  $1,5 \cdot 10^6$  a camada limite torna-se completamente turbulenta em um lado do cilindro e parcialmente laminar, parcialmente turbulenta no outro lado.

Este regime, chamado também de *alta transição*, prevalece até o  $Re = 4,5 \cdot 10^6$  quando a camada limite sobre a superfície do cilindro torna-se turbulenta em toda a sua extensão.

i) *Regime transcrítico* - ( $Re > 4,5 \cdot 10^6$ ): o aumento do  $Re$ , através dos diversos regimes, até o regime transcrítico está associado com uma seqüência de instabilidades fundamentais do escoamento que, seguindo a ordem, são responsáveis pela transição da esteira, transição da camada cisalhante e transição da camada limite. Isso quer dizer que o ponto de transição turbulenta movimenta-se em sentido de montante, até que a camada limite sobre a superfície do cilindro torne-se turbulenta (Williamson, 1996a).

É de se esperar que, depois deste ponto, a esteira a jusante tenha características completamente turbulentas, não sendo possível a observação de estruturas coerentes. Entretanto Roshko (1961 apud Williamson, 1996a) demonstrou que este regime tem um desprendimento de vórtices bastante evidente e que a separação ocorre mais a montante do cilindro, rendendo um maior arraste e pressão de base, além de uma esteira mais larga que nos regimes anteriores.

---

### 2.1.4. FREQUÊNCIA DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

A frequência de desprendimento quando normalizada pela velocidade do escoamento  $U$  e pelo diâmetro do cilindro  $D$ , pode ser escrita como

$$S = \frac{nD}{U}, \quad (2.2)$$

onde  $n$  é a frequência de desprendimento dos vórtices.

Esta frequência normalizada é chamada de número de Strouhal,  $S$ , em homenagem ao pesquisador tcheco Cenek (Vincent) Strouhal, que foi o primeiro a realizar medições de frequência do fenômeno.

Como o número de Strouhal é dependente da geometria e do número de Reynolds para baixos números de Mach, costuma-se apresentar valores de números de Strouhal em função de números de Reynolds, para diferentes geometrias de corpos imersos em escoamentos.

Em função da variação dos resultados obtidos em trabalhos experimentais, é comum trabalhar com uma faixa de valores aceitáveis para a relação  $S-Re$ . Na figura 2.10 pode-se observar esta relação para o caso de cilindros circulares lisos.

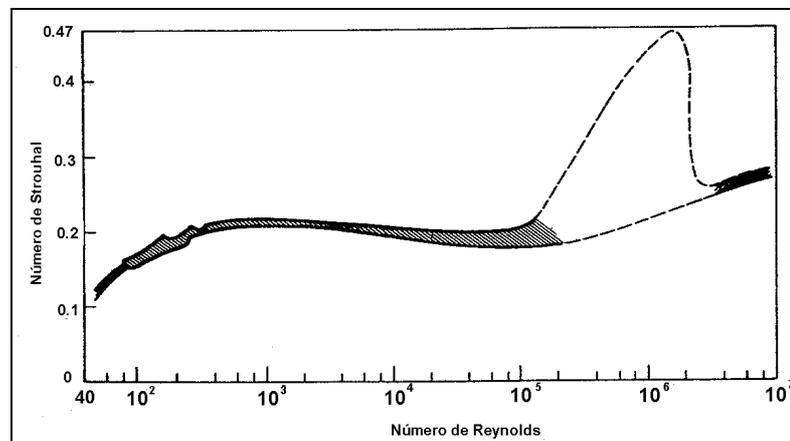


Figura 2.10 – Faixa de valores da relação  $S-Re$  para cilindro circular (Blevins, 1997).

Pode-se observar da figura 2.11 os efeitos que a alteração do regime do escoamento tem sobre o desprendimento. É notável a existência de um patamar de valores de número de Strouhal, correspondentes ao período subcrítico, ao redor do valor 0,2.

Chama também a atenção o efeito provocado pelo regime crítico que eleva o número de Strouhal para valores próximos de 0,45, dobrando a frequência adimensional.

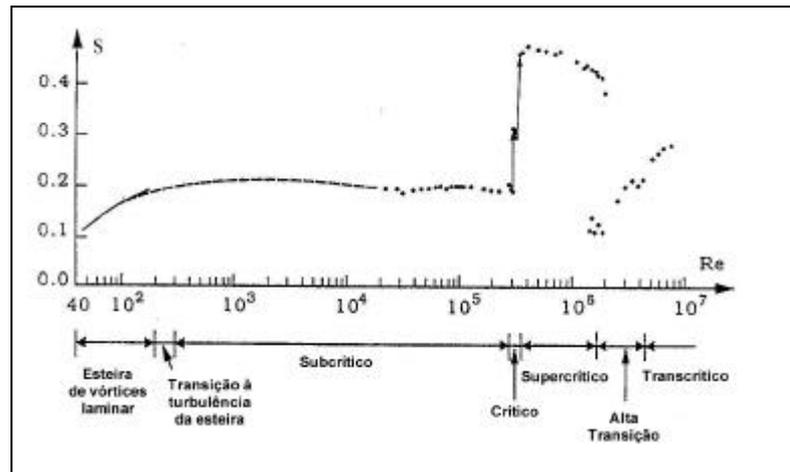


Figura 2.11 – Relação  $S-Re$  e os regimes de desprendimento (Sumer e Fredsøe, 1997).

A figura 2.12 apresenta os espectros, calculados para a sustentação, que geraram as informações da figura 2.11. Em alguns deles destaca-se a clara identificação de uma frequência dominante, como no regime transcrito, e em outros a dispersão dos espectros, como no regime de alta transição, que dá uma idéia das dificuldades envolvidas no seu estudo.

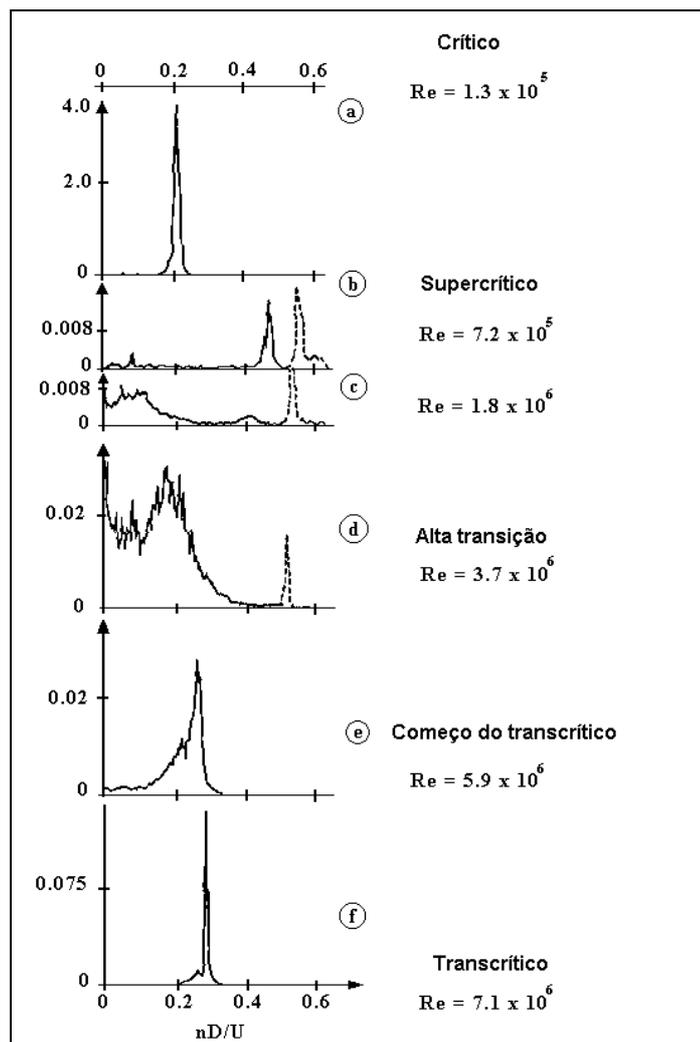


Figura 2.12 – Espectros de potência da sustentação média dos dados da fig. 2.11 (Sumer e Fredsøe, 1997).

### 2.1.5. REGIME DE TRANSIÇÃO À TURBULÊNCIA NA ESTEIRA DE CILINDROS

Dentre os regimes apresentados na seção 2.1.3, este trabalho focaliza aquele que abrange a transição à turbulência que ocorre na esteira de vórtices de um cilindro. Alguns motivos se destacam para tal interesse:

a) A transição é um assunto complexo, estudado há mais de um século. Entretanto, os conhecimentos a respeito dos fenômenos nesta faixa de número de Reynolds não avançaram tanto neste período, com exceção dos últimos dez anos. É considerado no meio científico um tema que tem muito a ser estudado.

b) As simulações numéricas diretas em tal faixa de número de Reynolds são factíveis sem os elevados custos do passado. A realização de tais simulações na prática, no regime de transição da esteira, é bastante nova e é considerada, tanto por pesquisadores experimentalistas quanto por aqueles que realizam pesquisa numérica, uma necessidade para o avanço do atual estado de conhecimento em diversas áreas da mecânica de fluidos.

Um fato que chama maior atenção para o estudo deste regime são os fenômenos que ocorrem na transição da esteira e que afetam o escoamento de maneira única, como pode ser observado na figura 2.13, que apresenta um detalhe da figura 2.10, sobre a faixa de  $Re$  de interesse.

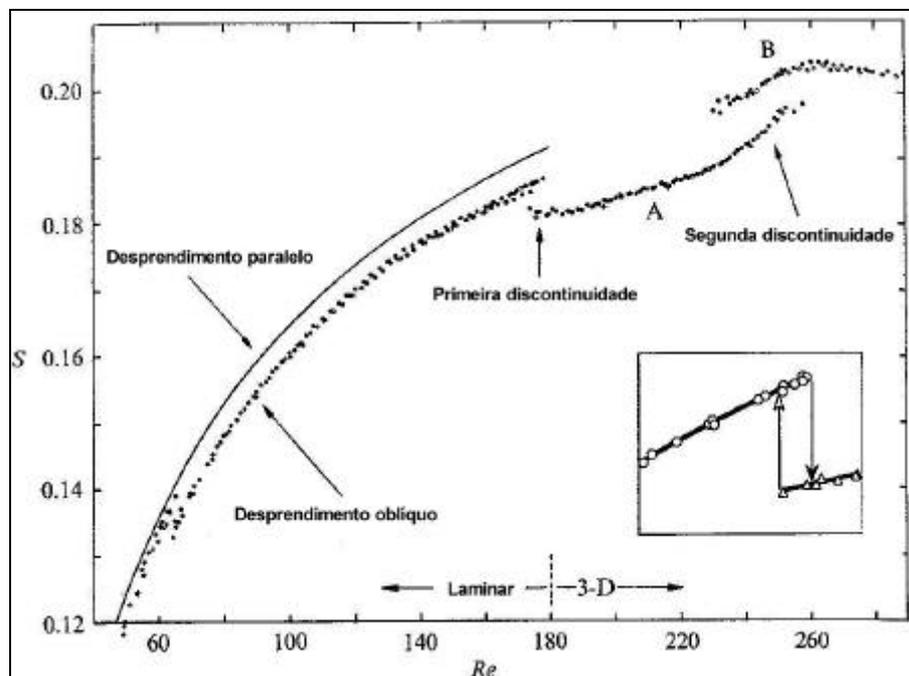


Figura 2.13 – Relação  $S-Re$ . Adaptado de Williamson (1996b) e Leweke e Provansal (1995).

Pode-se perceber a existência de duas descontinuidades, uma na proximidade do  $Re$  igual a 180 e a segunda perto de 240, que são associadas com instabilidades de pequena escala na direção perpendicular<sup>1</sup> ao escoamento médio conforme será apresentado mais adiante.

Conforme Williamson (1996b), na primeira descontinuidade a frequência de desprendimento passa de um regime laminar (que pode ser oblíquo ou paralelo, conforme será discutido na seção 2.1.6) para um regime tridimensional correspondente a um chamado *Mode-A* de desprendimento, referido aqui como ‘Modo A’, que surge por volta do  $Re = 180-194$ .

Ainda segundo o autor, esta descontinuidade é histerética, e o número de Reynolds crítico exato depende se é o caso de estar-se aumentando ou diminuindo o  $Re$  do escoamento (ver detalhe da figura 2.13). Este fenômeno pode ser também observado na figura 2.14a, onde os espectros (um obtido diminuindo o número de Reynolds, e o outro o elevando) evidenciam a histerese ao apresentarem diferentes frequências para o  $Re = 172,8$  (Williamson, 1996b).

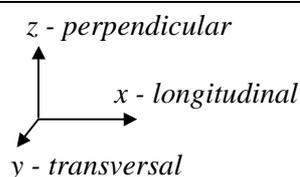
Quando o número de Reynolds aumenta até a faixa 230-260, ocorre então uma segunda descontinuidade na frequência, indicando um adiantado ‘Modo B’ de desprendimento tridimensional.

Esta descontinuidade pode ser comparada com a primeira pelo fato de não ser histerética, e ao invés disso, envolver a transferência gradual de energia do Modo A para o Modo B, com o aumento do número de Reynolds. Tal efeito pode ser observado na figura 2.14b, onde nos espectros dispostos verticalmente, que variam do  $Re = 207,1$  até 317,8, fica destacada a presença de duas frequências de desprendimento, caracterizando a transferência gradual de energia entre os modos.

#### a) Origem do Modo A de desprendimento

Segundo Williamson (1996b), o Modo A aparentemente surge devido a uma instabilidade no centro dos vórtices primários durante o processo de desprendimento, causando uma ondulação na direção perpendicular.

A instabilidade na direção perpendicular no centro do vórtice pode ser claramente notada na visualização da esteira no início do escoamento em um tanque de reboque<sup>2</sup>. Na figura 2.15 pode ser visualizada a formação de uma estrutura longitudinal, chamada por Williamson (1996b) de um *loop* de vórtice do Modo A de desprendimento.



<sup>1</sup> Foi chamado neste trabalho de ‘direção perpendicular’ (z) o termo em inglês “spanwise”, e ‘direção longitudinal’ (x) o termo em inglês “streamwise”. A direção y, é referida como ‘direção transversal’.

<sup>2</sup> ‘Tanque de reboque’ é uma tradução literal do termo em inglês “towing tank” para definir um tanque onde os instrumentos de medição são transportados por um carro suspenso enquanto o fluido permanece estacionário.

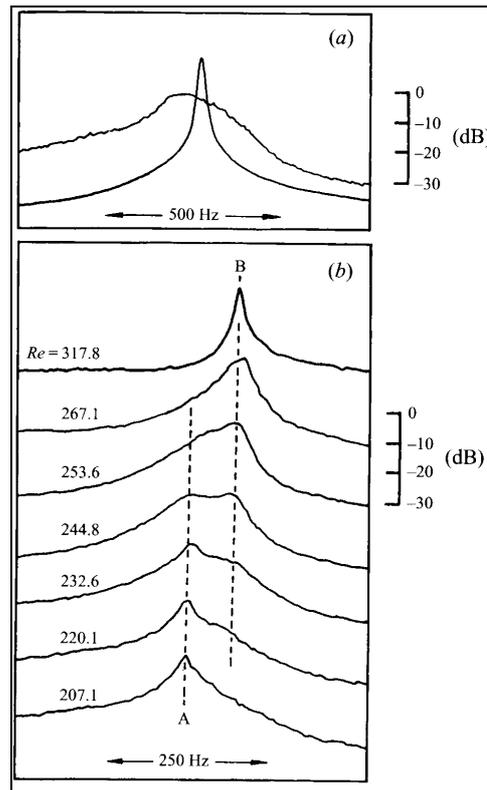


Figura 2.14 – Espectros de velocidade na esteira do cilindro no regime de transição (Williamson, 1996b).

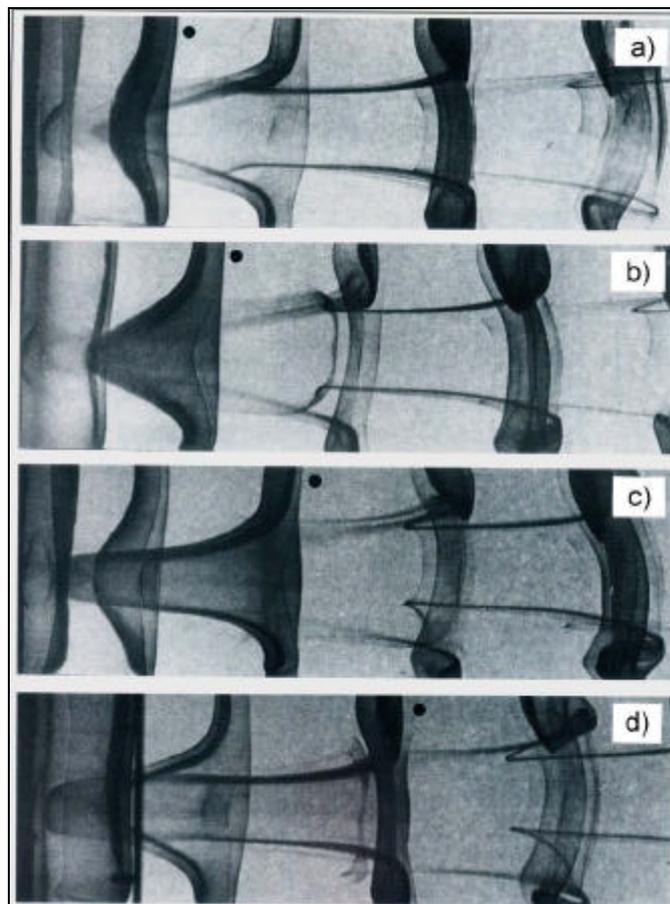


Figura 2.15 – Visualização da formação de um *loop* de vórtice no Modo A (Williamson, 1996b).

Na figura 2.15 (escoamento da esquerda para a direita) pode-se observar o *loop* do vórtice desenvolver-se acompanhando o círculo marcado ao lado da estrutura. O *loop* consiste de uma deformação na estrutura de um vórtice, que é atraído pelo fluxo reverso do vórtice posterior (em ordem de desprendimento).

O vórtice marcado começa a sofrer esta deformação ondular na direção perpendicular enquanto o resto da sua estrutura segue desprendida na esteira, na figura 2.15a. Na seqüência das imagens pode-se observar a formação de uma série destas estruturas na mesma posição perpendicular.

Na figura 2.16 pode-se observar uma representação esquemática do mecanismo físico de produção do *loop* de vórtice. Segmentos do vórtice primário A são ‘puxados’ da estrutura primária que continua seu desprendimento na esteira, as laterais deste *loop* estiram-se formando um par de vórtices longitudinais (Williamson, 1988). Um fenômeno similar ao Modo A pode ser observado no desenvolvimento de esteiras planas, apresentado por Meiburg e Lasheras (1988).

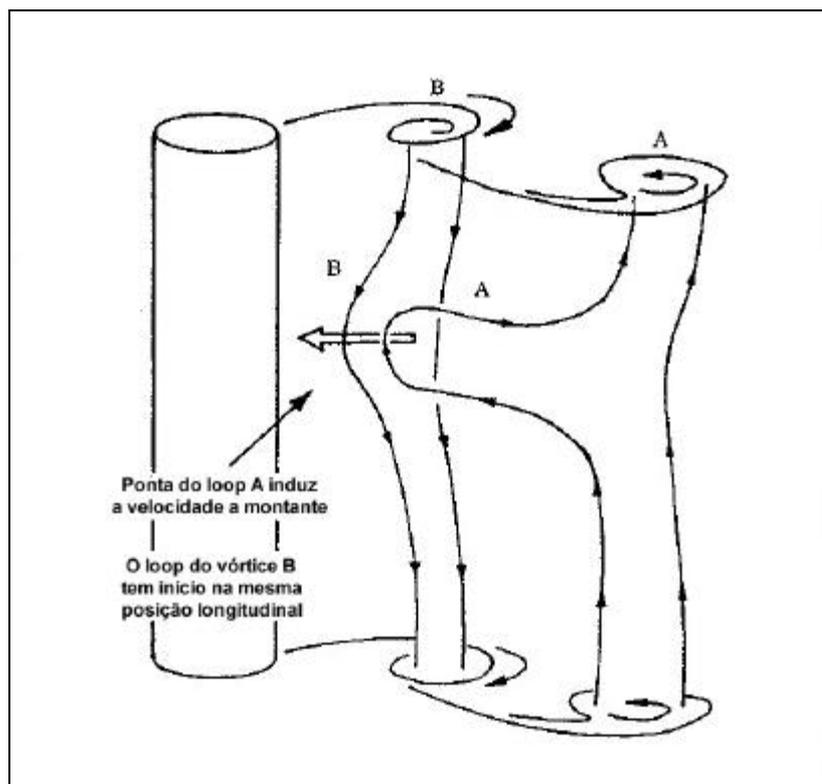
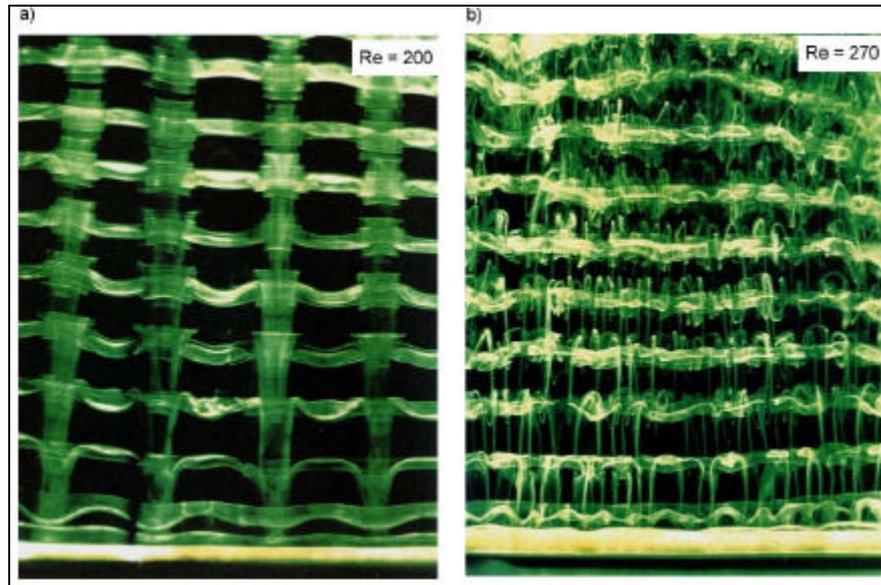


Figura 2.16 – Mecanismo físico de produção do *loop* de vórtice do Modo A (Williamson, 1996b).

A escala de comprimento na direção perpendicular destes *loops* de vórtices é de aproximadamente  $3D$  a  $4D$ , ou de  $3/5$  a  $4/5$  do comprimento de onda do vórtice primário. Ao aumentar o  $Re$  ocorre a formação de pares de vórtices longitudinais em escala menor ainda, caracterizando o Modo B de desprendimento.

b) *Origem do Modo B de desprendimento*

A figura 2.17 permite a visualização da estrutura da esteira de vórtices em cada um dos dois modos de desprendimento. Em (a), para  $Re = 200$ , pode-se observar a instabilidade de Modo A associada com o início dos *loops* longitudinais, e comparar, principalmente a sua escala de comprimento, com os vórtices longitudinais de (b), que representa a esteira com a instabilidade do Modo B, associada a pares de vórtices longitudinais de menor escala.



**Figura 2.17 – Instabilidades tridimensionais no Modo A e Modo B (Williamson, 1996b).**

A instabilidade do Modo B parece não estar relacionada com a ondulação dos vórtices primários como era o caso no Modo A.

Na figura 2.18, o campo de velocidades da camada cisalhante A (denominado *Braid A*) onde estão dispostos os vórtices longitudinais já existentes é capaz de induzir uma ondulação na direção perpendicular sobre um novo campo de velocidades, de uma nova camada cisalhante B que encontra-se em formação. Tal fenômeno conduzirá à uma relação de fase preferencial para o novo conjunto de vórtices longitudinais em detrimento ao já existente arranjo de vórtices longitudinais.

Na figura 2.18 pode-se observar o mecanismo físico de produção dos vórtices longitudinais do Modo B. Em (a) a presença de um conjunto de pares de vórtices longitudinais, remanescentes do campo de velocidades da camada cisalhante no Modo A, situado muito próximo do campo de velocidades B, em formação, causa perturbações nesta nova camada cisalhante.

Na figura (b) pode-se ver os pares de vórtices longitudinais da camada A anterior, e como ela afeta a nova camada cisalhante B.

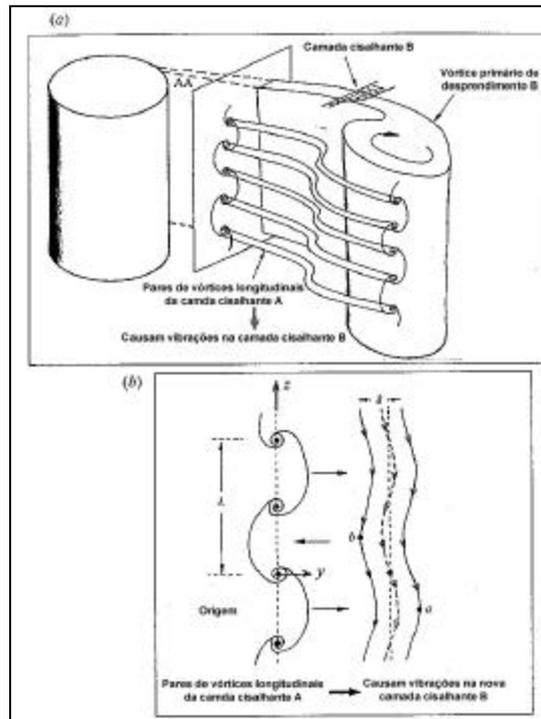


Figura 2.18 – Mecanismo físico de produção dos vórtices longitudinais do Modo B (Williamson, 1996b).

Em contraste com o Modo A, este modo de desprendimento tem uma escala perpendicular muito menor, da ordem de  $\lambda/D = 1$ , novamente sugerindo a existência de um mecanismo gerador de instabilidade diferente daquele associado ao Modo A.

Na figura 2.19, observam-se os comprimentos de onda na direção perpendicular. Nota-se que a mesma ordem de grandeza do comprimento de onda do Modo B permanece dominante no início do regime subcrítico.

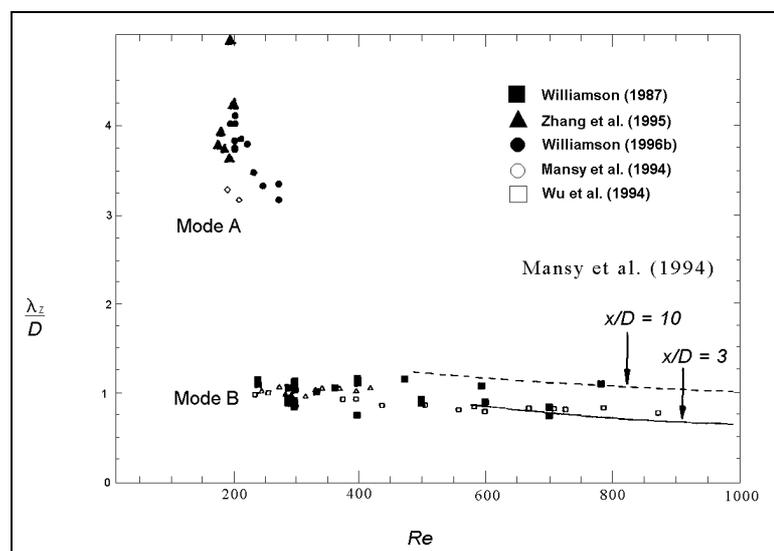


Figura 2.19 – Comprimentos de onda das instabilidades perpendiculares (Williamson, 1996b).

Buscou-se aqui apresentar os fenômenos responsáveis pelas discontinuidades do desprendimento, sem entretanto, entrar em maiores detalhes sobre a origem das estruturas. Para maiores detalhes a respeito dos Modos A e B sugere-se a leitura de Williamson (1988), Williamson (1989), Leweke e Provansal (1994), Zhang et al. (1995), Williamson (1996a), Williamson (1996b) e Fey et al. (1998).

Retomando um comentário do ponto 2.1.3, sobre a evolução das instabilidades nos regimes do escoamento, observa-se na figura 2.20 um esquema que associa as instabilidades dos Modos A e B, com o avanço da região de instabilidade desde a esteira até a camada cisalhante.

Note-se que nesta figura estão representadas instabilidades de grande escala, que ocorrem na região a jusante da esteira, chamadas de ‘deslocamentos de vórtices’ (*vortex dislocations*). Tais estruturas não serão discutidas aqui pois fogem do domínio de interesse do estudo (região da ‘esteira próxima’ – *nearwake*). Maiores informações sobre os deslocamentos de vórtices, podem ser vistas em Williamson (1992).

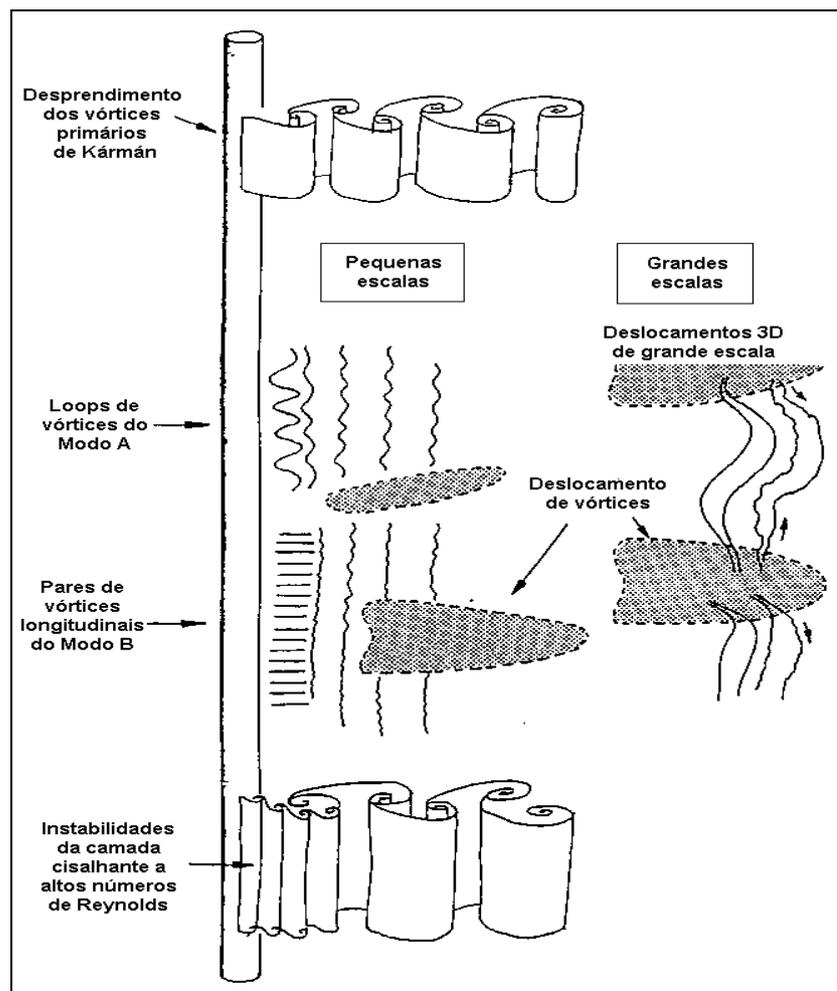


Figura 2.20 – Instabilidades envolvendo o desenvolvimento da turbulência na esteira (Williamson, 1996a).

### 2.1.6. EFEITOS DE EXTREMIDADES - DESPRENDIMENTO OBLÍQUO E PARALELO

Durante aproximadamente meio século, o entendimento da influência da camada limite das paredes da extremidades de um cilindro finito sobre a esteira de vórtices ditou os rumos das pesquisas sobre o tema de transição na esteira.

Desde as medições de números de Strouhal realizadas por Roshko (1954) percebeu-se que ocorria uma descontinuidade no regime laminar de desprendimento para um valor de número de Reynolds difícil de determinar com exatidão.

Tritton (1959 e 1971) propôs dois comportamentos de desprendimento, um chamado de modo de baixa velocidade (*low-speed mode*) para  $Re < 100$ , e um modo de alta velocidade (*high-speed mode*) para  $Re > 100$ . Gaster (1969 e 1971) sugeriu que estas descontinuidades estariam associadas com uma não-uniformidade na velocidade média do escoamento na seção de teste.

Mais recentemente Van Atta e Gharib (1987) afirmaram que tal descontinuidade estava associada com vibrações do cilindro, e se não houvesse absolutamente nenhuma vibração no cilindro, então a curva  $S-Re$  não teria nenhuma descontinuidade.

Entretanto, todas estas hipóteses mostraram-se equivocadas com a publicação de uma série de trabalhos associando a descontinuidade da curva de  $S-Re$  com um efeito tridimensional causado pelo desprendimento oblíquo de vórtices que, por sua vez, está associado com condições nas extremidades dos cilindros.

Williamson (1988) apresenta, na curva (a) da figura 2.21, medições de número de Strouhal e um esboço dos padrões de desprendimento oblíquos relacionados com as curvas antes e depois da descontinuidade. Em (b) é apresentada a relação  $Re-q$  que permite que seja percebida a dependência da frequência e do ângulo de desprendimento.

Alterando as condições de contorno nas extremidades do cilindro, Williamson (1988), Eisenlohr e Eckelman (1989) e Hammache e Gharib (1991) mostraram que é possível obter um desprendimento paralelo na esteira, e que com este regime paralelo não há a descontinuidade para o  $Re = 64$  (valor determinado por Williamson, 1988).

Na figura 2.22 pode-se observar o desprendimento oblíquo para (a)  $Re = 60$  e (b)  $Re = 85$ , e em (c) o desprendimento paralelo ‘induzido’ pela alteração das condições na extremidade (neste caso o autor utilizou placas com ângulos diferentes de  $90^\circ$  em relação ao cilindro).

---

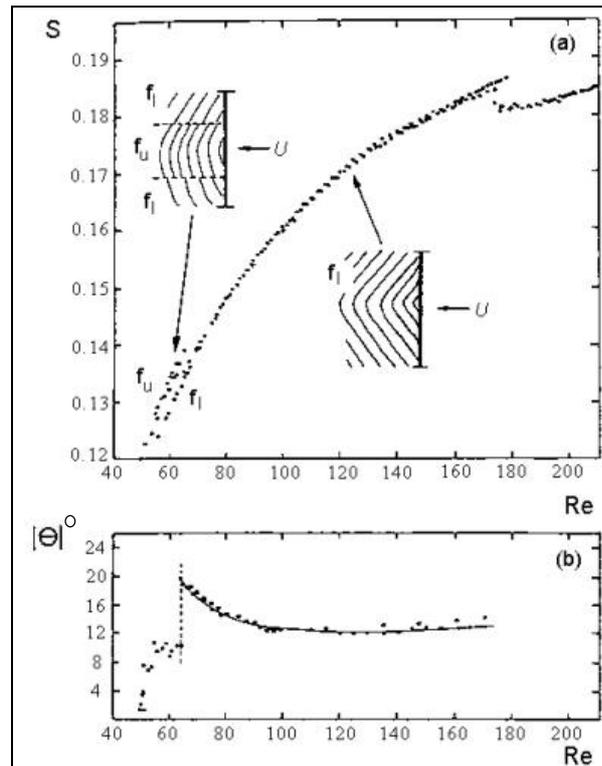


Figura 2.21 – Número de Strouhal e ângulos de desprendimento como função de  $Re$  (Williamson, 1988).

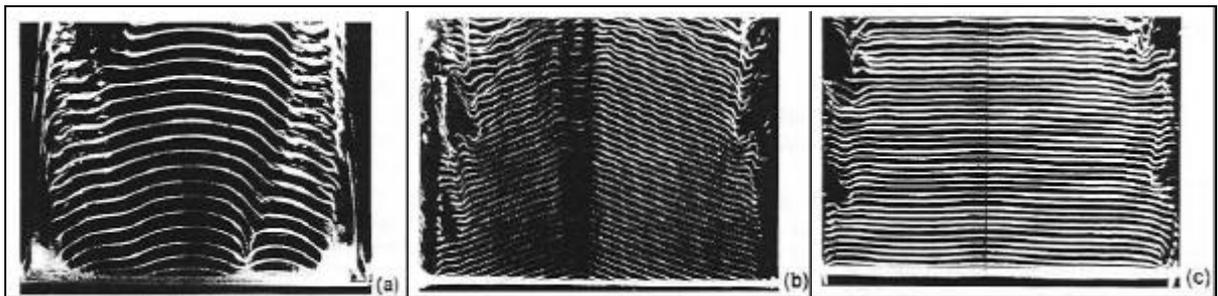


Figura 2.22 – Visualização dos diferentes modos de desprendimento laminar (Williamson, 1988).

Leweke e Provansal (1995) realizaram experimentos com um toro, mostrando que num corpo sem extremidades os padrões de desprendimento resultam numa curva contínua de  $S-Re$  no regime laminar.

Por causa dos efeitos de extremidades é importante a consideração da razão de aspecto (*aspect ratio*) do cilindro ( $L/D$ ). Norberg (1994) sugere as seguintes relações dimensionais mínimas para obter condições independentes no meio do vão, em função do número de Reynolds: no regime laminar, entre  $47 < Re < 160$ , o  $L/D = 100$  mostrou-se suficiente; para o começo da transição  $160 < Re < 230$ ,  $L/D = 50$ ; para a transição próximo de  $Re \approx 250$ , a relação  $L/D = 200$  é necessária.

Outras considerações sobre a relação dimensional podem ser encontradas em Szepessy e Bearman (1992) e Prasad e Williamson (1997).

## 2.2. CONTROLE DO DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

O controle na camada limite pode agir de modo a retardar sua transição, ou adiantá-la, dependendo do objetivo da aplicação. Em aplicações aerodinâmicas onde existe o interesse em reduzir o arraste e obter alta sustentação, é interessante a prevenção da transição. Por outro lado, no caso de algumas aplicações relacionadas com a área química a aceleração da transição é importante por causa das propriedades de dispersão e mistura dos escoamentos turbulentos.

Muitos métodos de controle da camada limite foram desenvolvidos experimentalmente e podem ser classificados da seguinte maneira (Schlichting, 1979):

1. *Movimento da parede do sólido*: diminuindo o gradiente de velocidade entre o fluido e a parede, através da movimentação da superfície do sólido, é possível reduzir significativamente a camada limite. Entretanto, apesar de extremamente eficiente, este método encontra pouca aplicação prática uma vez que é muito difícil mover a superfície dos sólidos, que não sejam cilindros circulares.

2. *Sopro tangencial (blowing)*: é possível evitar a separação da camada limite introduzindo energia adicional às partículas que estão sendo retardadas pelo efeito viscoso. Esta energia pode ser introduzida pela descarga de um fluido do interior do corpo, através de um descarregador especial; ou pela derivação de energia desde o escoamento médio, como a conexão entre o escoamento de baixas e de altas pressões através de fendas num aerofólio.

3. *Sucção*: a utilização da técnica de sucção consiste na remoção das partículas de fluido desacelerado da camada limite antes que elas permitam que haja a separação da camada limite, forma-se então uma nova camada limite capaz de superar um certo gradiente de pressão adverso na região à jusante da brecha de sucção.

4. *Injeção de um gás diferente*: a injeção de um gás mais leve, diferente daquele do escoamento externo, para dentro da camada limite através de uma parede porosa reduz a taxa em que ocorre a troca de calor entre a parede e o escoamento. Um arranjo desta natureza é comumente utilizado para prover proteção térmica a velocidades supersônicas.

5. *Prevenção da transição pelo uso de formas adaptadas (aerofólios laminares)*: o uso de formas geométricas aerodinâmicas faz com que o ponto de separação mova-se à jusante, atrasando a ocorrência da transição.

---

6. *Resfriamento da parede*: este método é utilizado para diminuir a espessura da camada limite através da redução da viscosidade dos gases que escoam. Esta técnica é mais comumente utilizada no tratamento da transição em escoamentos supersônicos. No caso de escoamento de líquidos este efeito é alcançado com o aquecimento da parede.

As técnicas enumeradas anteriormente são propostas para o tratamento da camada limite, sem se preocupar com seus efeitos sobre a esteira de vórtices.

Neste sentido, visando o controle específico do desprendimento na transição da esteira, Schumm, Berger e Monkewitz (1994) enumeram os seguintes métodos de controle:

1. *Mudança no número de Reynolds*: esta técnica de controle baseia-se na modificação do  $Re$  pela mudança brusca da velocidade do escoamento. O aumento do  $Re$  implica no aumento tanto da região de instabilidade na esteira próxima (*nearwake*), quanto da taxa de crescimento da instabilidade. Mais detalhes sobre esta correlação são apresentados por Monkewitz (1988);

2. *Cabo de controle (control wire)*: a utilização de um cilindro de controle, normalmente de dimensões de  $1/8$  a  $1/20$  de  $D$ , paralelo ao cilindro principal mostrou-se uma maneira eficiente de suprimir o desprendimento de vórtices sendo posicionado na camada cisalhante próximo da zona de recirculação;

3. *Aquecimento da esteira*: a adição de calor à esteira, através do aquecimento de um cilindro de controle situado próximo à esteira, mostrou-se eficiente para o retardo da transição;

4. *Insuflamento de base (base bleed)*: a injeção de fluido na ‘base’ (parte à jusante) do corpo é um método clássico de supressão. Sua técnica consiste em reduzir ou eliminar a recirculação reduzindo com muita eficiência a instabilidade na região da esteira próxima;

5. *Vibrações forçadas no cilindro*: o método utiliza oscilações transversais de pequena amplitude do cilindro, com pequenos deslocamentos percentuais em relação ao diâmetro, para suprimir com eficiência o desprendimento de vórtices. Roussopoulos (1993) afirma que o controle retro-alimentado (*feedback control*), através de vibrações geradas por ondas sonoras, pode manter a esteira estável até um valor de 20% maior que o número de Reynolds normal, entretanto este efeito só vale para baixos número de Reynolds.

Schumm, Berger e Monkewitz (1994) destacam que além destes cinco métodos de controle existe também a possibilidade de realizar modificações permanentes das condições do contorno do obstáculo, como a utilização de placas de separação (*splitter plates*) e oscilações rotacionais do cilindro.

---

Os autores sugerem dividir os métodos de controle em dois grupos. O primeiro abrange os métodos de controle de malha aberta (*open-loop control*), que consideram alterações geométricas ou movimentação física do obstáculo imerso: como movimento da parede do sólido, oscilações rotacionais e o uso de uma placa de separação ou formas adaptadas.

O segundo grupo, denominado de controle de malha fechada (*close-loop control*), engloba aqueles métodos que não alteram as características físicas do corpo, mas sim do fluido ou do escoamento ao seu redor: aceleração da camada limite, sucção, injeção de um gás diferente, resfriamento da parede, variação do número de Reynolds do escoamento, uso de cilindro de controle, aquecimento e insuflamento da esteira.

Um terceiro caso, que segundo Schumm, Berger e Monkewitz (1994) exerce também um controle de malha aberta (*close-loop control*), seria aquele onde não há alteração geométrica, nem a movimentação direta do cilindro e tampouco são alteradas as características do fluido ou iniciais do escoamento, mas são induzidas vibrações no cilindro provocadas por ondas sonoras, como é o caso do controle retro-alimentado (*feedback control*).

No presente trabalho optou-se por utilizar os chamados métodos de controle de malha aberta (*open-loop control*), com o objetivo de estudar os aspectos tridimensionais do desprendimento de vórtices no regime de transição à turbulência e suas possibilidades de controle.

Para tal foram realizadas simulações numéricas de cilindros circulares retos com placas de separação, sem alterar as condições iniciais ou de contorno do escoamento, ou no fluido durante o regime de transição.

### 2.2.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O USO DE PLACAS DE SEPARAÇÃO

Um exemplo clássico de escoamento em que o desprendimento de vórtices pode ser suprimido é o caso do escoamento ao redor de cilindros em que placas de separação são colocadas a jusante do cilindro em paralelo ao escoamento, no plano do eixo do cilindro.

A placa, em si, sofre poucos esforços mas age para mudar significativamente o escoamento e reduzir o arraste pela eliminação da instabilidade do desprendimento de vórtices. Um comprimento de placa de 7 a 10 diâmetros, dependendo da seção-transversal do cilindro, é suficientemente longo para que a região da esteira próxima seja independente deste comprimento (Roshko, 1993).

Roshko (1954) mostra que o conjunto cilindro e placa de comprimento igual a  $5D$ , da figura 2.23 para  $Re = 14.500$ , consegue suprimir o desprendimento e que o módulo do seu coeficiente de pressão,  $C_p$  definido pela relação da pressão na placa  $P$  e da pressão de estagnação  $P_s$ , sofre uma redução significativa na linha central da esteira atrás do cilindro.

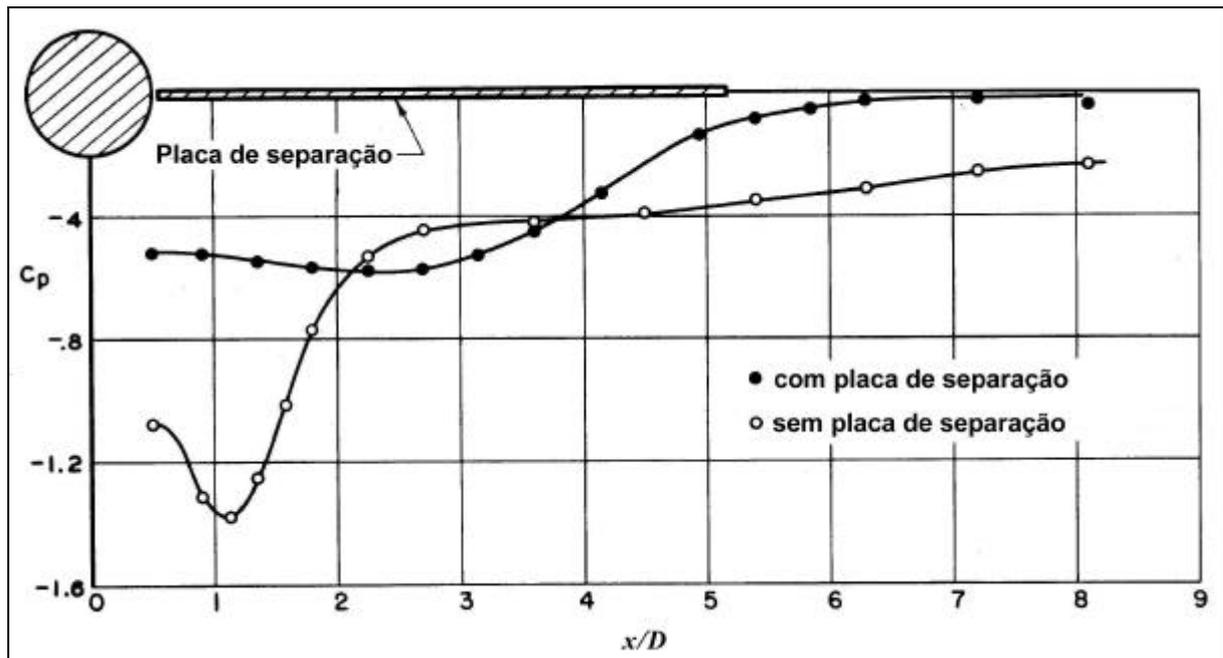


Figura 2.23 – Pressão na linha central da esteira com e sem placa de separação (Roshko, 1954).

O comprimento da placa é tal que as instabilidades geradas a jusante não conseguem amplificar-se de modo a atingir o escoamento na região da esteira junto ao cilindro, suprimindo assim o desprendimento (Arie e Rouse, 1971).

Jaroach e Fernholtz (1989) chamam a atenção para o fato de que este escoamento, aparentemente bidimensional, é na verdade tridimensional sendo observadas grandes variações da velocidade média e de cinco componentes do tensor de tensões de Reynolds na direção perpendicular ao escoamento. Observações sobre o aspecto tridimensional do desprendimento de vórtices com uma placa de separação podem ser vistas no item 4.2.3.

Kwon e Choi (1996) apresentam resultados de simulações numéricas de cilindros com placas de separação para escoamentos no regime laminar, de caráter bidimensional para números de Reynolds menores que 190, figura 2.24,.

Nos resultados apresentados, de simulações numéricas e de experimentos, para diferentes números de Reynolds nota-se claramente que a frequência de desprendimento sofre variações à medida que aumenta-se  $l/D$ , que é a razão entre o comprimento da placa e o diâmetro do cilindro.

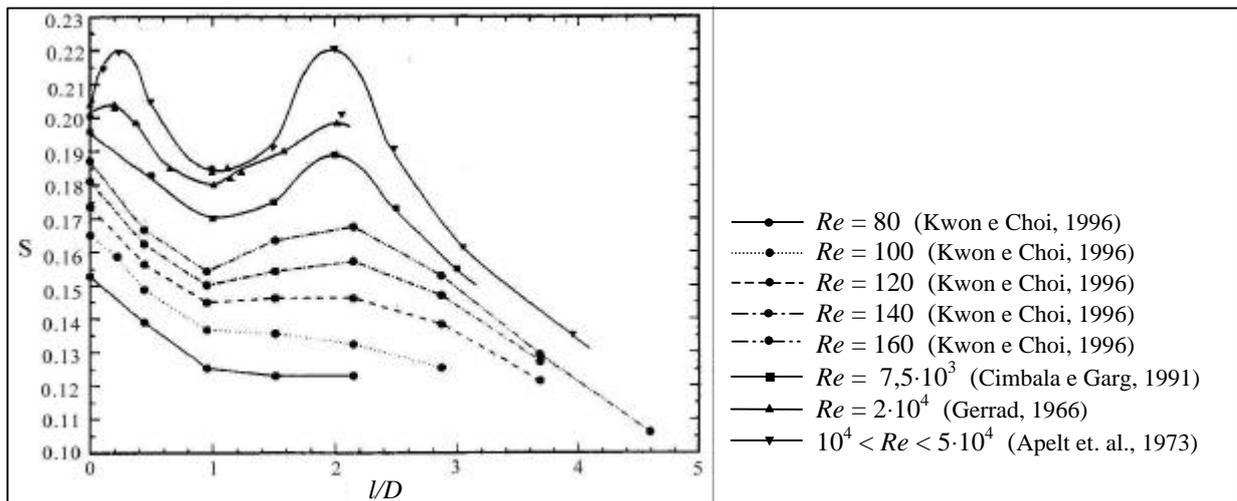


Figura 2.24 – Variação do número de Strouhal com o comprimento da placa.

Bearman (1965) apresenta para o escoamento ao redor de uma meia elipse para números de Reynolds entre  $1,4 \cdot 10^5$  e  $2,56 \cdot 10^5$ , um estudo que correlaciona as flutuações de velocidade e a largura da esteira de vórtices com as modificações sofridas pelo número de Strouhal, e propõe uma série de regimes de desprendimento que foram adaptados para os baixos números de Reynolds de interesse do presente trabalho, sendo organizados em quatro novos regimes.

1. *Formação dos vórtices depois da placa:* Quando o comprimento adimensional da placa varia entre  $0 < l/D < 1$  a formação do vórtice tem lugar depois do término da placa, havendo nesta faixa uma redução da frequência com que se desprendem os vórtices. É que com o aumento do comprimento de formação dos vórtices aumenta também o período de formação e por conseqüência diminui a frequência de desprendimento;

2. *Formação dos vórtices sobre a placa:* Eis que a partir de um certo comprimento, entre  $1 < l/D < 2$ , a camada cisalhante não consegue mais estender-se até o término da placa sem formar vórtices, de modo que agora eles começam a formar-se sobre a placa, mas não de forma completa. Neste momento o comprimento de formação volta a ter aproximadamente a sua extensão anterior, de modo que a frequência de desprendimento começa a crescer até aproximadamente seu valor inicial;

3. *Formação do vórtice de ponta:* Com o aumento da placa de separação os vórtices formam-se integralmente sobre a extensão da placa, e começa a ocorrer uma iteração entre estes e as camadas limites de mesmos sinais de vorticidade mas que estão situados em lados opostos da placa, formando um vórtice de ponta de placa. Durante todo o período em que ocorre o vórtice de ponta, à medida que se aumenta o comprimento da placa ocorre um decréscimo acentuado da frequência de desprendimento;

4. *Supressão do desprendimento:* Num dado ponto, a placa é comprida o suficiente de modo que verifica-se que ocorre o recolamento do escoamento à placa.

Outros trabalhos que estudaram o escoamentos ao redor de cilindros circulares com placas de separação podem ser encontrados na literatura científica, entretanto eles pouco contribuíram para esta pesquisa por tratarem de outras configurações do conjunto cilindro/placa, ou por terem enfoques de interesses distintos. Entretanto na busca de complementar o entendimento referente ao comportamento dos escoamentos com placa sugere-se a consulta aos trabalhos realizados por Yu et al. (1998), Unal e Rockwell (1988) e Nakamura (1996).

## 2.3. MÉTODOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TURBULÊNCIA

A resolução das equações de Navier-Stokes exigem uma capacidade de armazenamento e uma velocidade de cálculo extraordinária. Apenas recentemente a tecnologia computacional tem-se mostrado capaz de trabalhar com tais grandezas.

Por este motivo, buscaram-se recursos em métodos empíricos e semi-empíricos para resolver os cálculos destas equações, gerando os chamados modelos de turbulência.

De uma maneira geral pode-se resumir as simulações de turbulência em três tipos:

- Modelos baseados nas equações médias de Reynolds (RANS);
- Simulação Numérica Direta (DNS);
- Simulações de Grandes Escalas (LES).

As equações RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*) contêm um termo que surge da não-linearidade das equações de Navier-Stokes, chamado de tensão de Reynolds, que não pode ser calculado diretamente, sendo desta forma introduzidos modelos de turbulência, algébricos ou de equações diferenciais (Ferziger, 2000).

Frente ao desenvolvimento de poderosos computadores, a simulação numérica das equações de Navier-Stokes tornou-se recentemente uma possibilidade real. Entretanto, por causa do largo espectro de escalas temporal e espaciais que necessitam ser incorporadas, nenhum computador tem velocidade e memória capaz de lidar com escoamentos turbulentos de interesse prático a altos  $Re$  (Landahl e Mollo-Christensen, 1998).

Uma alternativa é simular somente os maiores turbilhões e modelar os efeitos daqueles menores que a malha empregada na solução numérica, como é feito no método de simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulation* - LES) onde as grandes escalas do movimento são simuladas (como nas DNS) enquanto as pequenas são aproximadas ou modeladas (como nas equações RANS).

É uma aproximação razoável pois os grandes turbilhões contêm a maior parte da energia do escoamento, fazem a maior parte do transporte das propriedades conservadas e variam enormemente de escoamento para escoamento, enquanto os turbilhões menores são mais universais, menos importantes, e devem ser fáceis de modelar (Ferziger, 2000).

---

A Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation* – DNS) é o mais preciso método para simular escoamentos turbulentos. Em uma DNS, simplesmente se resolvem as equações de Navier-Stokes. O resultado é simplesmente a realização de um escoamento turbulento que é equivalente a um experimento de laboratório (Ferziger, 2000).

Para resolver todas as escalas de turbulência é necessário um número de graus de liberdade, relacionado ao número de pontos da malha computacional, excessivamente alto para números de Reynolds de interesse prático, tornando, desta forma, sua aplicação restrita a escoamentos com  $Re$  moderados (Silvestrini, 2000). Entretanto em alguns casos estes  $Re$  moderados já encontram-se próximos daqueles de experimentos usuais de menor escala, como para as esteiras turbulentas, objeto de estudo do presente trabalho (Moin e Mahesh, 1998).

Segundo Ferziger (2000), a DNS permite tratar com exatidão todas as condições impostas ao escoamento. Por isso frequentemente seus resultados têm precisão maior que o de experimentos, sendo, no caso dos escoamentos que podem ser tratados por ela, a DNS comumente preferida aos experimentos.

---

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

##### 3.1.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

O único fato não controverso sobre a turbulência é que este é o mais complicado tipo de escoamento de fluido. Geralmente é aceito que a turbulência em líquidos simples e gases é descrita pelas equações de Navier-Stokes, que expressam o princípio de conservação de quantidade de movimento considerando um escoamento fluido que é um fenômeno do *continuum*, com tensão viscosa diretamente proporcional à taxa de deformação (Bradshaw, 1978).

Os princípios de conservação de massa e de quantidade de movimento, formulados sob notação vetorial, são respectivamente representados pelas equações da continuidade e de Navier-Stokes, sob a forma

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, \quad (3.1.2)$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $P(\vec{x}, t)$  o campo de pressões e  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  é o campo de velocidade. As forças de campo externas  $\vec{f}(\vec{x}, t)$  são utilizadas aqui para gerar o cilindro virtual, cuja forma vai ser dada mais adiante.

A equação 3.1.2 se escrita na forma rotacional é numericamente estável a erros de dobramento, ou *aliasing*, (Kravchenko e Moin, 1997), de forma que no algoritmo de cálculo é utilizada a formulação

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P^* - \vec{w} \times \vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, \quad (3.2)$$

onde  $P^*(\vec{x}, t)$  é o campo de pressões modificado ( $= P + \frac{\rho \vec{u}^2}{2}$ ) e  $\vec{w}(\vec{x}, t)$  é o campo de vorticidade ( $= \vec{\nabla} \times \vec{u}$ ).

## 3.2. MÉTODOS NUMÉRICOS

O código Incompact3d realiza as simulações numéricas diretas utilizando os métodos descritos a seguir: representação espacial definida por um esquema de diferenças finitas centradas compactas de sexta-ordem, esquema de filtragem compacta de sexta-ordem, avanço temporal determinado por um esquema de Runge-Kutta de baixa-armazenagem de terceira ordem, e representação do obstáculo imerso através do Método de Fronteira Virtuais.

### 3.2.1. ESQUEMA DE DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS COMPACTAS

#### a) Aproximação da Primeira Derivada

O esquema compacto tenta imitar o método espectral, onde o valor de  $f_i'(x_i)$  depende do valor da função em todos os nós, utilizando diferenças finitas sobre uma amplitude maior de pontos próximos a  $x_i$ .

Uma generalização do esquema de Padé (Lele, 1992), pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\mathbf{b}f'_{i-2} + \mathbf{a}f'_{i-1} + f'_i + \mathbf{a}f'_{i+1} + \mathbf{b}f'_{i+2} = c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\mathbf{D}x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\mathbf{D}x} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\mathbf{D}x}. \quad (3.3)$$

Segundo Lele (1992), a relação entre os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  pode ser derivada igualando-se os coeficientes de séries de Taylor de várias ordens, resultando no sistema de equações (pode-se encontrar este desenvolvimento matemático em Guerreiro, 2000).

O sistema que define os coeficientes é escrito na forma apresentada pelas equações

$$a + b + c = 1 + 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \quad (\text{segunda ordem}) \quad (3.4.1)$$

$$a + 2^2 b + 3^2 c = 2 \frac{3!}{2!} (\mathbf{a} + 2^2 \mathbf{b}), \quad (\text{quarta ordem}) \quad (3.4.2)$$

$$a + 2^4 b + 3^4 c = 2 \frac{5!}{4!} (\mathbf{a} + 2^4 \mathbf{b}), \quad (\text{sexta ordem}) \quad (3.4.3)$$

$$a + 2^6 b + 3^6 c = 2 \frac{7!}{6!} (\mathbf{a} + 2^6 \mathbf{b}), \quad (\text{oitava ordem}) \quad (3.4.4)$$

$$a + 2^8 b + 3^8 c = 2 \frac{9!}{8!} (\mathbf{a} + 2^8 \mathbf{b}). \quad (\text{décima ordem}) \quad (3.4.5)$$

Sendo as variáveis do sistema dependentes em  $x_i$ , então este sistema pode ser resolvido para cada nó da malha como um sistema de equações lineares (Lele, 1992). Este é um sistema linear pentagonal quando  $\mathbf{b}$  é diferente de zero e tridiagonal caso este seja nulo.

O esquema adotado no código utilizado é tridiagonal, tendo  $\mathbf{b} = \mathbf{c} = 0$ , resultando numa família de equações dependentes de  $\mathbf{a}$  (Lele, 1992), igual a:

$$\mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{a} = (\mathbf{a} + 2), \quad \mathbf{b} = (4\mathbf{a} - 1), \quad \mathbf{c} = 0. \quad (3.5)$$

O erro de truncamento para o esquema resulta em:

$$\frac{4}{5!}(3\mathbf{a} - 1)\mathbf{D}x^4 f^{(5)}. \quad (3.6)$$

Para  $\mathbf{a} = 1/4$  tem-se o clássico esquema de Padé de quarta ordem, e para  $\mathbf{a} = 1/3$ , o coeficiente que define a ordem do erro de truncamento desaparece, resultando num esquema formalmente de sexta ordem.

Os coeficientes para a aproximação da primeira derivada de quarta e sexta ordem são, respectivamente

$$\mathbf{a} = 1/4, \quad \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{a} = 6/4, \quad \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{c} = 0, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{a} = 1/3, \quad \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{a} = 14/9, \quad \mathbf{b} = 1/9, \quad \mathbf{c} = 0. \quad (3.8)$$

O erro de truncamento para o esquema de sexta ordem resulta em

$$\frac{4}{7!}\mathbf{D}x^6 f^{(7)}. \quad (3.9)$$

Um estudo mais formal e aprofundado sobre a ordem de precisão das famílias de esquemas de diferença finita de alta ordem pode ser encontrado em Mahesh (1998) e Guerreiro (2000).

#### b) Aproximação da Segunda Derivada

De maneira análoga pode-se derivar uma aproximação compacta para a segunda derivada (Lele, 1992), resultando na relação

$$\mathbf{b}f_{i-2}'' + \mathbf{a}f_{i-1}'' + f_i'' + \mathbf{a}f_{i+1}'' + \mathbf{b}f_{i+2}'' = c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9\mathbf{D}x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\mathbf{D}x^2} + a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\mathbf{D}x^2}. \quad (3.10)$$

O sistema linear encontrado para os coeficientes da aproximação são muito parecidos, e da mesma maneira pode-se obter um esquema tridiagonal de quarta e sexta ordem com os coeficientes

$$\mathbf{a} = 1/10, \quad \mathbf{b} = 0, \quad a = 6/5, \quad b = 0, \quad c = 0, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{a} = 2/11, \quad \mathbf{b} = 0, \quad a = 12/11, \quad b = 3/11, \quad c = 0. \quad (3.12)$$

c) *Formulação de contorno para a primeira e segunda derivada*

Uma formulação para a aproximação da primeira e segunda derivada no contorno, onde  $i = 1$ , pode ser dada na forma das seguintes relações (Lele, 1992)

$$f'_1 + \mathbf{a}f'_2 = \frac{1}{\mathbf{D}x} (af_1 + bf_2 + cf_3 + df_4), \quad (3.13)$$

$$f''_1 + \mathbf{a}f''_2 = \frac{1}{\mathbf{D}x} (af_1 + bf_2 + cf_3 + df_4), \quad (3.14)$$

que podem ser associadas às relações 3.3 e 3.10 escritas para os nós interiores.

Um esquema descentrado de terceira ordem pode ser derivado para os coeficientes

$$\mathbf{a} = 2, \quad a = -5/2, \quad b = 2, \quad c = 1/2, \quad d = 0, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{a} = 11, \quad a = 13, \quad b = -27, \quad c = 15, \quad d = -1. \quad (3.16)$$

### 3.2.2. ESQUEMA DE FILTRAGEM COMPACTA

Os esquemas de filtragem compacta tem por objetivo remover as escalas de pequeno comprimento, e baseiam-se em aproximações que mantêm a mesma ordem de precisão do esquema de diferenças finitas. Perto das paredes são utilizados esquemas de terceira e quarta ordem, e no resto do domínio um esquema que mantêm a sexta ordem, que é definido pela equação (Lele, 1992)

$$\mathbf{b}\hat{f}_{i-2} + \mathbf{a}\hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \mathbf{a}\hat{f}_{i+1} + \mathbf{b}\hat{f}_{i+2} = \mathbf{a}f_i + \frac{d}{2}(f_{i+3} + f_{i-3}) + \frac{c}{2}(f_{i+2} + f_{i-2}) + \frac{b}{2}(f_{i+1} + f_{i-1}), \quad (3.17)$$

onde  $\hat{f}_i$  representa o valor filtrado da função na posição  $x_i$ .

Os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  utilizados no código para o esquema de sexta ordem com  $\mathbf{a} = 0,45$  são

$$\mathbf{b} = \frac{3-2\mathbf{a}}{10}, \quad a = \frac{2+3\mathbf{a}}{4}, \quad b = \frac{6+7\mathbf{a}}{8}, \quad c = \frac{6+\mathbf{a}}{20} \quad \text{e} \quad d = \frac{2-3\mathbf{a}}{40}. \quad (3.18)$$

### 3.2.3. ESQUEMA DE RUNGE-KUTTA DE BAIXA-ARMAZENAGEM

Os métodos de Runge-Kutta mais comumente utilizados são aqueles de quarta-ordem. Um destes esquemas de quarta-ordem pode ser escrito pela equação (Ferziger, 1981)

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\mathbf{D}t} = \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4 + O(\mathbf{D}t^4), \quad (3.20)$$

com

$$k_1 = f(u^n, t_n), \quad (3.21.1)$$

$$k_2 = f\left(u^n + \frac{1}{2}\mathbf{D}t k_1, t_n + \frac{1}{2}\mathbf{D}t\right), \quad (3.21.2)$$

$$k_3 = f\left(u^n + \frac{1}{2}\mathbf{D}t k_2, t_n + \frac{1}{2}\mathbf{D}t\right), \quad (3.21.3)$$

$$k_4 = f(u^n + \mathbf{D}t k_3, t_n + \mathbf{D}t). \quad (3.21.4)$$

O esquema acima tem quatro passos de tempo e requer uma armazenagem de  $4N$  de espaço por variável, onde  $N$  é o número de pontos da malha.

Williamson (1980) introduz esquemas de segunda, terceira e quarta-ordem onde apenas  $2N$  de espaço por variável são necessários para a armazenagem da informação. Estes esquemas são chamados de Runge-Kutta de baixa-armazenagem (*Low-Storage Runge-Kutta*).

O esquema utilizado no presente código computacional é um esquema de baixa-armazenagem de terceira-ordem, definido por

$$\frac{\vec{u}_{n+1} - \vec{u}_n}{\mathbf{D}t} = \mathbf{a}_p \vec{F}(\vec{u}_{p-1}) + \mathbf{b}_p \vec{F}(\vec{u}_{p-2}), \quad (3.22)$$

onde  $p = 1, 2, 3$  e  $\vec{u}_0 = \vec{u}_n$  e  $\vec{u}_3 = \vec{u}_{n+1}$ .

A equação 3.22 tem os coeficientes  $\mathbf{a}_p$  e  $\mathbf{b}_p$  (Williamson, 1980):

$$\mathbf{a}_1 = \frac{8}{15}, \quad \mathbf{a}_2 = \frac{5}{12}, \quad \mathbf{a}_3 = \frac{3}{4}, \quad \mathbf{b}_1 = 0, \quad \mathbf{b}_2 = -\frac{17}{60} \quad \text{e} \quad \mathbf{b}_3 = -\frac{5}{12}. \quad (3.23)$$

Segundo Lele (1992), a condição de estabilidade de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) para o esquema utilizado define o passo de tempo computacional máximo pela equação

$$\mathbf{D}t = \frac{\sqrt{3}\mathbf{D}_x}{1,989 \cdot U_\infty}. \quad (3.24)$$

### 3.2.4. MÉTODO DE FRONTEIRAS VIRTUAIS

Entre os grandes desafios da dinâmica de fluidos computacional (CFD) está o estudo preciso do escoamento na vizinhança de geometrias complexas.

Tradicionalmente, este problema é abordado através da discretização das equações governantes sobre malhas curvilíneas, estruturadas ou não-estruturadas, ajustadas ao corpo (*body-fitted curvilinear grids*), fazendo com que as fronteiras geométricas do corpo imerso coincidam com aquelas do domínio computacional. (Von Terzi et al., 2001).

Entretanto, dependendo da complexidade geométrica, a geração e a qualidade da malha podem ser extremamente delicadas (Ye et al., 1999). Além do mais, a transformação das equações governantes para o sistema de coordenadas curvilíneas pode resultar num sistema de equações complexo, e esta complexidade pode ter grande impacto sobre a estabilidade e convergência do código.

Uma abordagem alternativa que vem ganhando popularidade é o uso dos chamados esquemas cartesianos, onde as equações governantes são discretizadas sobre uma malha cartesiana que não tem conformidade com a fronteira imersa no domínio. Esta estratégia simplifica enormemente a geração da malha e mantém relativa simplicidade na solução das equações governantes em coordenadas cartesianas.

Como consequência da não conformidade das fronteiras geométricas com os limites do domínio computacional, a presença de corpos imersos no domínio deve ser considerada de outra forma. O método de fronteiras virtuais (*virtual boundary* ou *immersed boundary method*) envolve a especificação de um termo de força de campo de modo a simular a presença de uma fronteira imersa no escoamento sem alterar a malha cartesiana uniformemente espaçada.

A vantagem deste método é que corpos de formas completamente arbitrárias podem ser adicionados sem a reconstrução da malha, um procedimento que, sabe-se bem, consome muito tempo (Mohd-Yusof, 1997).

Goldstein et al. (1993) e Saiki e Biringen (1996) utilizaram um termo de força retroalimentado (*feedback forcing term*) para representar um corpo sólido imerso no domínio computacional descrito por uma malha cartesiana.

O raciocínio por trás desta técnica é que o escoamento de um fluido sobre um corpo imerso, exerce uma pressão normal e um esforço cisalhante sobre a superfície deste, e reciprocamente esta superfície exerce uma força de sinal oposto sobre o fluido, sendo inclusive, esta força que faz com que o fluido permaneça em repouso sobre a superfície (Goldstein et al., 1993).

Goldstein et al. (1993) sugerem que o fluido só ‘vê’ o corpo através das forças de pressão e cisalhamento que existem sobre sua superfície, e que pode-se imaginar que numa simulação, se for aplicado o conjunto ‘correto’ de forças sobre o fluido modelado, este fluido deverá escoar como se estivesse passando sobre um objeto sólido.

Este conjunto de forças é aplicado sobre a fronteira imersa definida por uma função independente da malha, sua presença se faz sentir através de uma função distributiva que pondera a distância entre a fronteira virtual e os nós da malha cartesiana.

A redistribuição da influência do termo de força de campo é usualmente realizada pela utilização de funções de interpolação ou pela aplicação de uma função Gaussiana ou cosenoidal.

Na figura 3.1 pode-se observar uma malha cartesiana, representada pelas linhas verticais e horizontais, e a projeção da fronteira de um obstáculo imerso no escoamento.

O obstáculo em questão trata-se de um círculo centrado no ponto  $(C_x, C_y)$ , e pode-se notar que o traçado de sua circunferência coincide com os pontos da malha somente em quatro ocasiões. Para distribuir a influência do termo de força de campo sobre os nós da malha é utilizada então uma função Gaussiana, cuja média é centrada sobre o traçado da fronteira virtual.

Esta função Gaussiana é definida pela equação (Goldstein et al., 1993)

$$\vec{f}(x,t) = \vec{f}(x_s,t) e^{-[(i-i_s)^2 + (j-j_s)^2 + (k-k_s)^2]}, \quad (3.25)$$

onde  $x_s$  é o ponto da fronteira localizado nas posições  $(i_s, j_s, k_s)$  em coordenadas reais,  $x$  é o nó na malha em  $(i, j, k)$ , que sofre a influência da força de campo,  $\vec{f}$ .

De fato a influência a dois espaçamentos de distância é pequena, cerca de 2% da intensidade da força no centro da Gaussiana. Porém esta pequena influência mostrou-se suficientemente grande para fazer com que a velocidade deste ponto, distante duas malhas do contorno, se tornasse praticamente nula.

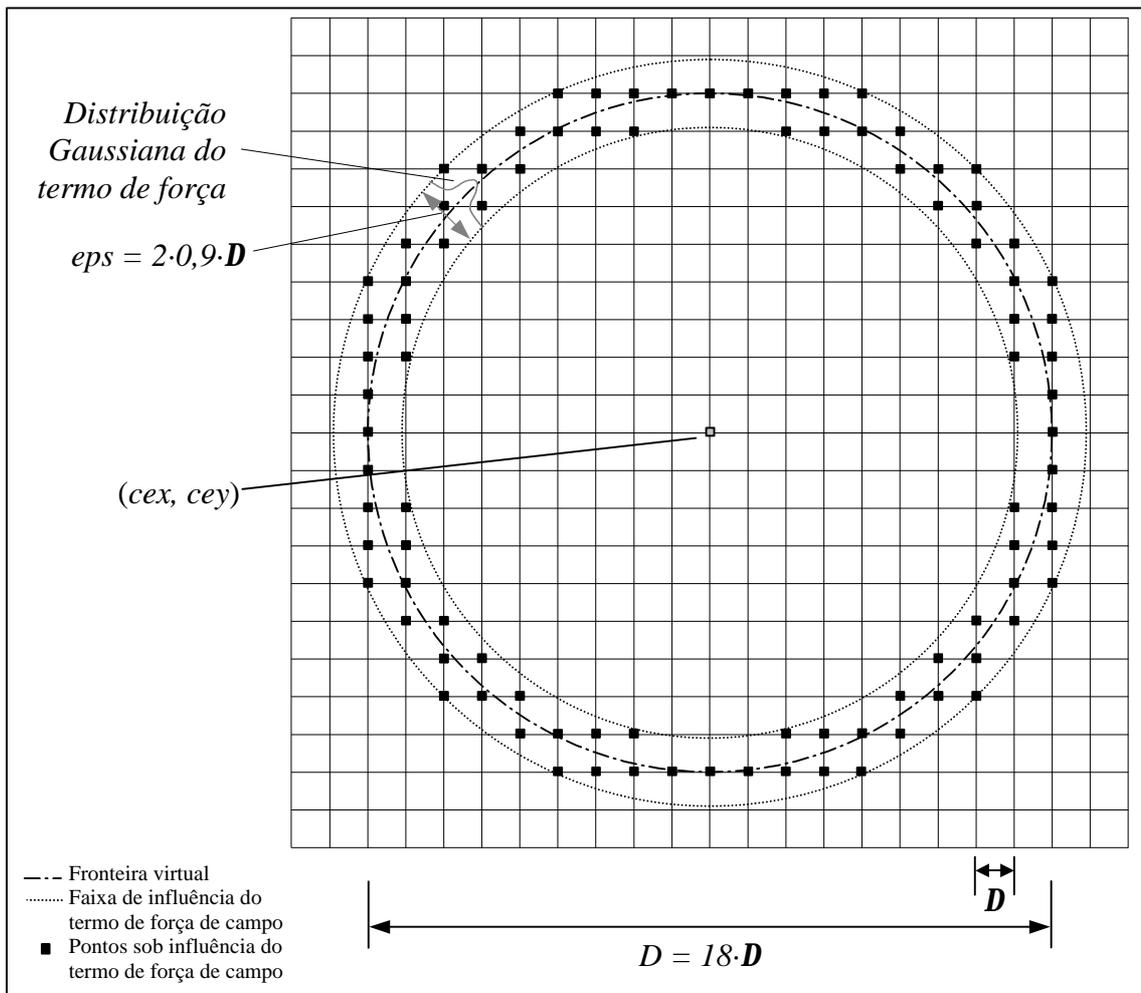


Figura 3.1 – Parâmetros da representação de um típico obstáculo imerso em malha cartesiana.

De modo a limitar o efeito de espalhamento do obstáculo determinou-se uma faixa de pontos, chamada de  $\epsilon ps$ , sobre os quais deve ser aplicado o termo de força de campo exercendo influência direta, i.e. pontos sobre os quais deve ser aplicado o termo de força de campo na equação do movimento. Como será visto mais adiante, a utilização de um  $\epsilon ps$  adequado permitiu reproduzir as velocidades próximas à superfície, mantendo as características do escoamento.

O termo de força de campo  $\vec{f}(\vec{x}, t)$  introduzido na equação 3.2, responsável pela representação do corpo imerso, é definido por:

$$\vec{f}(x_s, t) = \mathbf{a} \int_0^t \vec{u}(x_s, t) dt + \mathbf{b} \vec{u}(x_s, t), \quad (3.26)$$

onde  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são constantes negativas com dimensão  $T^{-2}$  e  $T^{-1}$ , respectivamente.

Pode-se entender intuitivamente a ação do termo de força notando que este representa um oscilador harmônico amortecido, com frequência  $(1/2\mathbf{p})\sqrt{|\mathbf{a}|}$  e coeficiente de amortecimento  $-\mathbf{b}/(2\sqrt{|\mathbf{a}|})$  (Fadlun et al., 2000).

Em escoamentos não-permanentes  $\mathbf{a}$  deve produzir uma resposta com frequência superior às maiores frequências naturais do escoamento, de modo que  $\vec{f}(\vec{x}, t)$  possa responder corretamente às mudanças no escoamento (Saiki e Biringen, 1996).

Concordando com o que foi verificado nas presentes simulações bidimensionais, Saiki e Biringen (1996) afirmam que “entretanto, para cada combinação de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  uma diferente função de força é adicionada ao lado direito das equações de Navier-Stokes, desta forma um conjunto de campos de escoamento similares, porém ligeiramente diferentes, são obtidos para cada solução. Por exemplo, a comparação dos casos com cilindros apresentados a seguir revelaram variações de 1-2% nos parâmetros geométricos da esteira.”

Sobre os parâmetros  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , Von Terzi et al. (2001) lembram que diminuindo  $\mathbf{a}$  e aumentando  $\mathbf{b}$  obtém-se uma solução numérica mais robusta e maiores passos de tempo são possíveis, entretanto o tempo de resposta do *loop* de controle deverá ser maior.

O passo de tempo máximo em função do método de fronteiras virtuais é definido por (Goldstein et al., 1993)

$$Dt < \frac{-\mathbf{b} - \sqrt{\mathbf{b}^2 - 2\mathbf{a}}}{\mathbf{a}} \cdot \sqrt{3}. \quad (3.27)$$

A precisão deste método, como foi demonstrada por Fadlun et al. (2000), é de primeira ordem. Por este motivo diversos estudos tem sido desenvolvidos, como pode-se ver em Saiki e Biringen (1996), Mohd-Yusof (1997), Ye et al. (1999), Fadlun et al. (2000), Kim et al. (2001) e Von Terzi et al. (2001), para melhorar a representação da fronteira, e em alguns destes esquemas foi possível atingir resultados com até segunda ordem de precisão.

O desenvolvimento e implementação de novas técnicas de representação de fronteiras virtuais, com maior ordem de precisão, foi desenvolvido em paralelo a este trabalho como objetivo de uma dissertação de mestrado, e pode ser encontrado em Moser (2002).

### 3.2.5. CONDIÇÕES DE CONTORNO

A seguir são apresentadas as considerações referentes às condições de contorno das simulações desenvolvidas.

#### a) Região de Entrada (inflow)

Na entrada do domínio é introduzido um escoamento com um perfil de velocidade média  $U_x = 1$ ,  $U_y = U_z = 0$ , podendo a estes perfis ser adicionado um ruído branco com o objetivo de gerar maiores perturbações e acelerar o processo de transição.

#### b) Região de Fronteiras Laterais

Nos planos  $xy$  é imposta a condição de deslizamento (*free-slip*), e nos planos  $xz$  é aplicada a fronteira de simetria que garante a condição de periodicidade neste contorno.

Na figura 3.2, pode-se observar um domínio típico de cálculo e com a aplicação das condições de contorno.

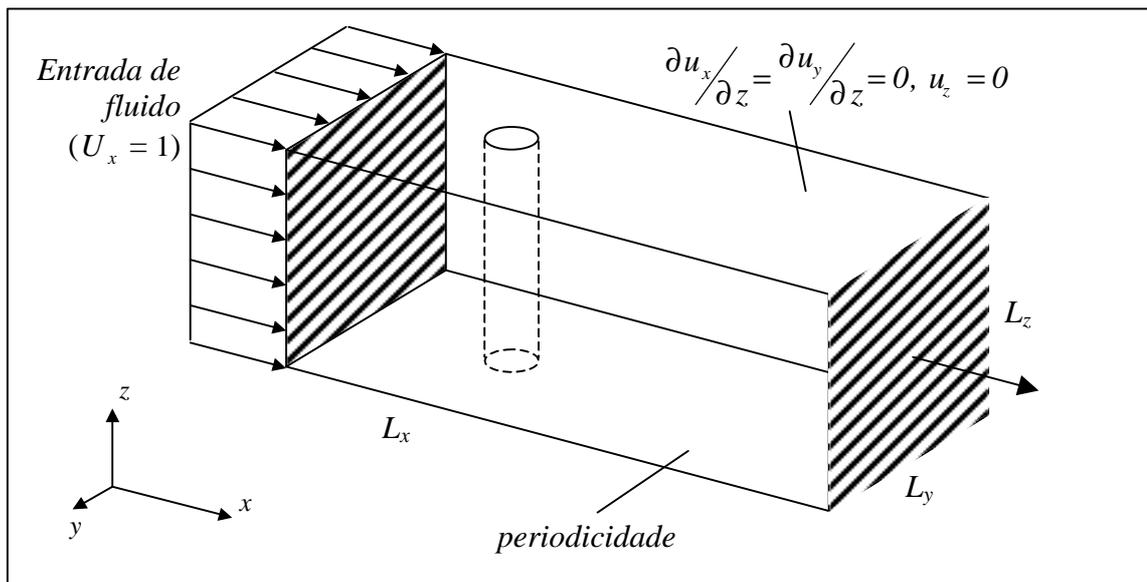


Figura 3.2 – Domínio e condições de contorno típicas das simulações.

#### c) Região de Saída (outflow)

Esta é a condição de contorno mais difícil de ser tratada, pois a sua incorreta especificação pode afetar todo o campo de escoamento.

A condição de saída é definida pela solução, em  $x = L_x$ , de uma equação de convecção simplificada

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_{conv} \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0, \quad (3.28)$$

onde  $U_{conv}$  é igual a velocidade média de convecção das estruturas principais do escoamento calculada em cada passo de tempo. A suave degradação do escoamento imposta por esta condição permanece confinada na vizinhança da fronteira de saída, de acordo com as observações de Akselvoll e Moin (1996).

### 3.2.6. CÁLCULO DO CAMPO DE PRESSÕES E CORREÇÃO DA VELOCIDADE

Na integração da equação 3.2 entre os tempo  $n$  e  $n+1$ , tem-se

$$\int_n^{n+1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} dt = \int_n^{n+1} (\mathbf{n} \nabla^2 u - \bar{\mathbf{w}} \times \bar{u} + \bar{f}) dt - \frac{1}{\mathbf{r}} \int_n^{n+1} \bar{\nabla} p dt. \quad (3.29)$$

Definindo

$$p^{n+1} = \frac{1}{\mathbf{D}t} \int_n^{n+1} p dt, \quad (3.30)$$

pode-se escrever a equação 3.29, da forma

$$\frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^n}{\mathbf{D}t} = \frac{1}{\mathbf{D}t} \int_n^{n+1} (\mathbf{n} \nabla^2 u - \bar{\mathbf{w}} \times \bar{u} + \bar{f}) dt - \frac{1}{\mathbf{r}} \bar{\nabla} p^{n+1}. \quad (3.31)$$

A equação 3.31 pode ser resolvida em duas etapas introduzindo uma velocidade intermediária,  $\bar{u}^*$ , através das equações

$$\frac{\bar{u}^* - \bar{u}^n}{\mathbf{D}t} = \frac{1}{\mathbf{D}t} \int_n^{n+1} (\mathbf{n} \nabla^2 u - \bar{\mathbf{w}} \times \bar{u} + \bar{f}) dt, \quad (3.32)$$

$$\frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^*}{\mathbf{D}t} = \frac{1}{\mathbf{r}} \bar{\nabla} p^{n+1}. \quad (3.33)$$

O campo de pressão,  $p^{n+1}$ , é resolvido pela equação de Poisson, obtida considerando a divergência da equação 3.33

$$\frac{1}{\mathbf{r}} \nabla^2 p^{n+1} = \frac{\bar{\nabla} \cdot \bar{u}^*}{\mathbf{D}t}. \quad (3.34)$$

### 3.3. ALGORITMO DE RESOLUÇÃO

Uma vez que são introduzidas as variáveis iniciais, conforme apresentado por Lamballais e Silvestrini (1999), o esquema de avanço do programa para cada passo de tempo é composto das seguintes etapas:

1. *Fixa-se as condições de entrada e saída (item 3.2.5);*
2. *É calculado o termo convectivo da equação 3.2 ( $\vec{w} \times \vec{u}$ );*
3. *É calculado o termo da força de campo relativo ao obstáculo imerso (item 3.2.4), e este é então somado ao termo convectivo ( $-\vec{w} \times \vec{u} + \vec{f}$ );*
4. *É aplicado o filtro de ruído (item 3.2.2);*
5. *É calculado o termo de viscosidade, e este é somado aos anteriores, resultando na velocidade  $\vec{u}^* = \mathbf{n} \nabla^2 u - \vec{w} \times \vec{u} + \vec{f}$ ;*
6. *Em seguida é calculado  $\vec{u}_p^*$  para a aplicação do esquema de Runge-Kutta de terceira ordem, pela equação 3.22;*
7. *Calcula-se o divergente de  $\vec{u}_p^*$ ,  $\nabla \cdot \vec{u}_p^*$ , para o posterior cálculo da pressão;*
8. *Calcula-se o campo de pressão,  $p^p$ , pela equação 3.34;*
9. *Calcula-se o gradiente de pressão  $\vec{\nabla} p^p$ ;*
10. *Utilizando-se da equação 3.33 corrige-se o  $\vec{u}_p^*$  obtendo-se  $\vec{u}^p$ .*

Chegando a este ponto o programa repete as etapas de 1 a 10 mais duas vezes, de modo a calcular os sub-passos de Runge-Kutta.

11. *Por fim, para cada passo de tempo é verificada a condição de incompressibilidade (equação 3.1.1), retornando-se ao começo do esquema até que sejam completados os  $n_t$  passos de tempo desejados.*

## 4. RESULTADOS

### 4.1. SIMULAÇÕES BIDIMENSIONAIS

Como foi apresentado até o momento, os escoamentos turbulentos são caracterizados por fenômenos tridimensionais. Entretanto, apesar das facilidades computacionais que hoje permitem a realização com sucesso de simulações tridimensionais, seus custos ainda são bastante elevados.

Com o objetivo de diminuir o custo e o tempo computacional que seria necessário no estudo de parâmetros de cálculo são utilizadas simulações bidimensionais. Estas simulações permitem estimar com eficiência parâmetros como o domínio  $xy$ , resolução de malha, posição do centro do cilindro e parâmetros de representação virtual, além de fazer considerações sobre a utilização de filtros e do acréscimo de ruído ao sinal de entrada.

Um estudo inicial, onde puderam ser contabilizadas pelo menos umas três dezenas de simulações, permitiu definir os parâmetros considerados ideais para os cálculos tridimensionais que se seguiram.

Neste capítulo os resultados de cerca de quarenta simulações são apresentados. Elas foram todas realizadas a partir dos parâmetros considerados ideais, padronizando a comparação dos resultados. Exceto quando os mesmos forem o objeto de estudo dos itens a seguir, são utilizados os seguintes parâmetros nas simulações bidimensionais:

$\mathbf{a} = -4000$ e $\mathbf{b} = -6$	(Parâmetros de representação do contorno imerso)
$eps = 0,9Dx$	(Espalhamento da influência do termo de força)
$L_x = 19D$	(Comprimento do domínio na direção x)
$L_y = 12D$	(Comprimento do domínio na direção y)
$Cex = Cey = 6D$	(Posição do centro do cilindro nas direções x e y)
$D = 18D$	(Resolução da malha nas direções x e y)
$Re = 300$	(Número de Reynolds do escoamento)

---

#### 4.1.1. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

##### 4.1.1.1. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE REPRESENTAÇÃO VIRTUAL DO CILINDRO

Conforme apresentado na seção 3.2.4, do Método de Fronteiras Virtuais, são necessários três parâmetros de cálculo para a representação do corpo imerso: os parâmetros  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , para representação da força de campo, apresentados na equação (3.26), e o  $\epsilon$ , que é o parâmetro que define a faixa de pontos sobre os quais é aplicada a função gaussiana da equação (3.25), que define a intensidade da força de campo.

##### 4.1.1.1.1 PARÂMETROS $\mathbf{a}$ E $\mathbf{b}$

Como sugere a equação (3.27), os valores dos coeficientes  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  exercem importante influência na definição do passo de tempo a ser utilizado nas simulações. Frente a este fato surge a questão sobre o tamanho da influência que a escolha de diferentes conjuntos de valores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  pode ter sobre os resultados da simulação.

Foram estudados cinco conjuntos de parâmetros  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , que podem ser vistos na tabela 4.1.1, onde são apresentados seus respectivos valores da norma  $L^2$  sobre os pontos do contorno, números de Strouhal e passos de tempo para cada combinação.

Vale destacar que para o caso do quinto conjunto de valores,  $\mathbf{a} = -4000$  e  $\mathbf{b} = -6$ , o  $\mathbf{Dt}$  apresentado é resultado da restrição da resolução de malha (equação 3.24) que é menor que o  $\mathbf{Dt}$  do método de fronteiras virtuais, igual a 0,036219.

A norma  $L^2$ , calculada sobre o contorno em todas as simulações, é definida por (Strikwerda, 1989)

$$\|u\|_2 = \left( \int_{-\infty}^{\infty} |u(x)|^2 dx \right)^{1/2}. \quad (4.1)$$

**Tabela 4.1.1 – Resultados das simulações para diferentes conjuntos de parâmetros  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .**

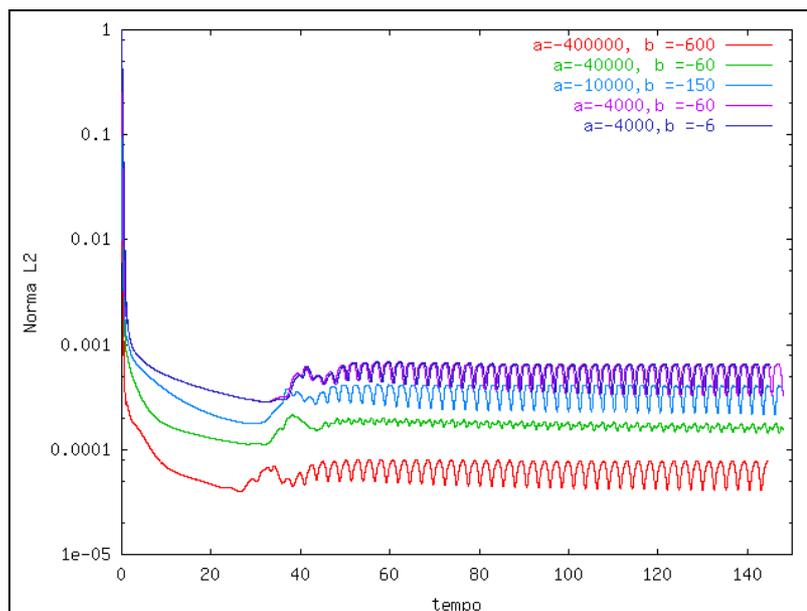
Conjunto	Parâmetros de Representação Virtual	Máximo valor da norma $L^2$ no contorno	Número de Strouhal (S)	Passo de tempo ( $\mathbf{Dt}$ )
1	$\mathbf{a} = -400000$ e $\mathbf{b} = -600$	$4,78 \cdot 10^{-5}$	0,1903	0,002065
2	$\mathbf{a} = -40000$ e $\mathbf{b} = -60$	$1,75 \cdot 10^{-4}$	0,1932	0,009922
3	$\mathbf{a} = -10000$ e $\mathbf{b} = -150$	$4,05 \cdot 10^{-4}$	0,1949	0,009726
4	$\mathbf{a} = -4000$ e $\mathbf{b} = -60$	$6,52 \cdot 10^{-4}$	0,1945	0,020656
5	$\mathbf{a} = -4000$ e $\mathbf{b} = -6$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	0,1944	0,024189

Os resultados da norma  $L^2$  destacam o fato de que quanto menor o passo de tempo da simulação, melhor a representação da velocidade sobre o contorno.

Uma representação temporal da influência dos parâmetros  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  sobre a norma  $L^2$  pode ser visto na figura 4.1. Nesta, destaca-se a natureza oscilatória da representação do contorno cuja frequência notavelmente independe do conjunto de parâmetros escolhidos.

Como pode-se ver na figura 4.1 e nos valores de  $S$ , calculado pelo espectro de potência da velocidade  $u_y$ , da tabela 4.1.1, mesmo para um aumento de quase 1000% no passo de tempo da simulação (entre os conjuntos 1 e 5) o número de Strouhal varia pouco menos de 2,2 %. Nesta simulação aumentou-se em 100 vezes os valores de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , e, segundo os resultados encontrados apesar da enorme restrição no passo de tempo, não são observadas alterações significativas na frequência de desprendimento.

Pode-se observar também que o conjunto de parâmetros e o passo de tempo não influenciam no tempo de convergência do contorno. Para os cinco conjuntos a simulação só começou a se estabilizar para tempos computacionais entre 45 e 50.



**Figura 4.1 – Norma da velocidade sobre os pontos do contorno para diferentes  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .**

Esta constatação concorda com o que afirmam Saiki e Biringen (1996, p.452) quando dizem que a natureza oscilatória da fronteira não afeta o estado geral de estabilidade do campo de escoamento.

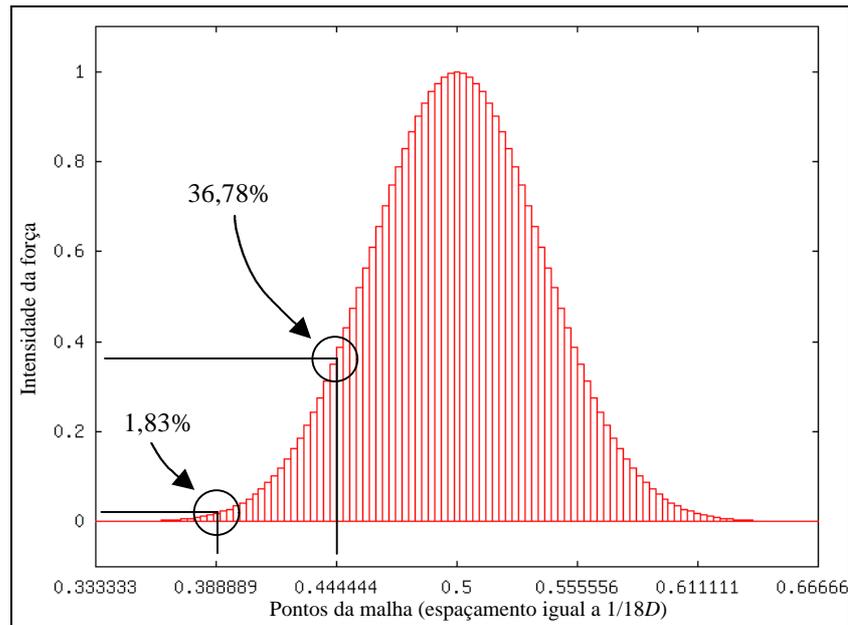
Foram verificados os perfis médios de velocidades e tensões de Reynolds e para estes também não foram encontradas diferenças significativas para os diferentes conjuntos de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .

Desta forma, optou-se pela utilização do quinto conjunto de  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  que resultou num menor custo computacional sem prejudicar os resultados da simulação.

#### 4.1.1.1.2 EXTENSÃO DA INFLUÊNCIA DO CILINDRO (EPS)

Já foi visto anteriormente que Goldstein et al. (1993) ao apresentarem seu esquema de representação de fronteiras virtuais determinaram que os pontos adjacentes, dispostos a um espaçamento de malha,  $D$ , de distância, devem sofrer 37% da força central enquanto os pontos distantes dois espaçamentos de malha não recebem essencialmente nenhuma influência.

Tal atribuição da força central é garantida pela distribuição gaussiana definida pela expressão 3.25, e que pode ser visualizada na figura 4.2.



**Figura 4.2 – Distribuição gaussiana da força no contorno e sua influência nos pontos adjacentes.**

Pela distribuição gaussiana apresentada na figura 4.2, o segundo ponto adjacente receberia apenas 1,83% da força central; um valor bastante baixo. Entretanto se o termo forçante é aplicado a este ponto, esta influência, aparentemente pequena, mostra-se suficiente para reduzir a sua velocidade local a quase zero ( $\sim 10^{-3}$ ).

Tal fenômeno faz com que haja uma má representação do contorno, de modo que as características do escoamento (número de Reynolds, perfis médios de velocidade e de tensões de Reynolds) sejam compatíveis às de um cilindro de diâmetro até 20% maior do que o representado (Goldstein et al., 1993, e Silvestrini e Lamballais, 2000).

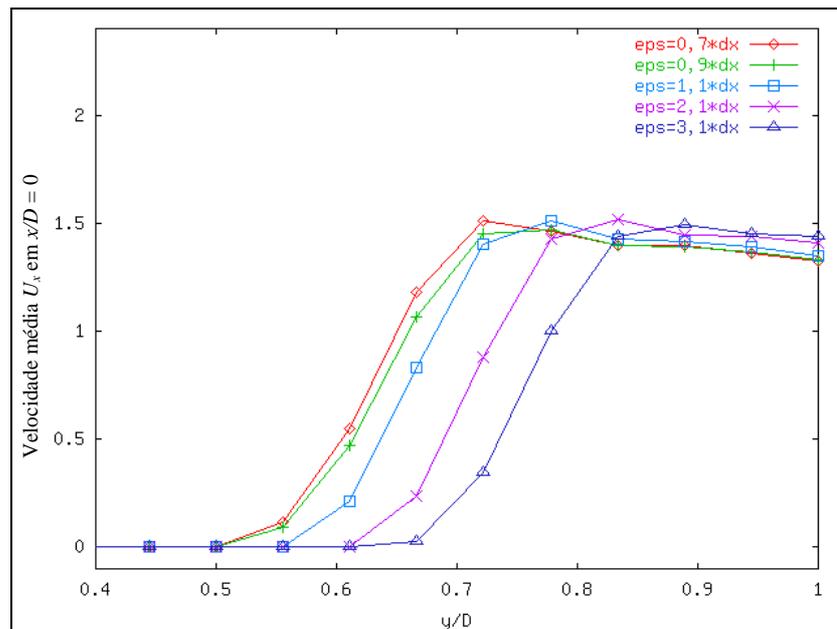
Desta forma, uma maneira de controlar a extensão da influência é a especificação do número de pontos sobre os quais deve ser aplicado o termo da força. O número de pontos é definido pela utilização de uma faixa de aplicação do termo de força, chamada de *eps*, que é aplicada para cada lado do contorno virtual (figura 3.1).

Foram estudados cinco valores de  $\epsilon$ ,  $3,1D_x$ , utilizado por Silvestrini e Lamballais (2000),  $2,1D_x$ ,  $1,1D_x$ ,  $0,9D_x$  e  $0,7D_x$ . O resumo dos resultados para os cinco valores de  $\epsilon$  podem ser encontrados na tabela 4.1.2.

**Tabela 4.1.2 – Resultados das simulações para diferentes  $\epsilon$ s.**

Valor	Eps	Máximo valor da norma $L^2$ no contorno	Número de Strouhal (S)
1	$0,7D_x$	$1,08 \cdot 10^{-3}$	0,1976
2	$0,9D_x$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	0,1944
3	$1,1D_x$	$1,03 \cdot 10^{-3}$	0,1910
4	$2,1D_x$	$7,38 \cdot 10^{-4}$	0,1735
5	$3,1D_x$	$7,18 \cdot 10^{-4}$	0,1664

Analisando os números de Strouhal apresentados na tabela 4.1.2, vê-se com clareza que o  $\epsilon$  influencia a frequência de desprendimento de vórtices. Este efeito deve-se ao aumento virtual no diâmetro do cilindro representado, que pode ser claramente observado quando são representados perfis de velocidades médias, como o da figura 4.3.



**Figura 4.3 – Perfis transversais de  $U_x$  em  $x/D=0$  para diferentes valores de  $\epsilon$ s.**

Na figura pode-se observar que para o  $\epsilon$  igual a  $0,7D_x$  a velocidade média  $U_x$  é aproximadamente zero para o primeiro ponto fora do cilindro (o cilindro termina em  $y/D = 0,5$ ), enquanto para os  $\epsilon$ s iguais a  $2,1D_x$  e  $3,1D_x$ , os dois pontos adjacentes ao cilindro têm valores de velocidades médias ( $U_x$  e  $U_y$ ) aproximadamente nulos.

Desta forma, aparentemente tanto  $0,7D_x$  como  $0,9D_x$  apresentam valores de números de Strouhal, como perfis de velocidades médias coerentes com os encontrados na literatura para um escoamento a número de Reynolds igual a 300 (Pérsillon e Braza, 1998).

A escolha do melhor valor de  $\epsilon$ ps é de fato uma questão delicada, pois como este parâmetro depende de  $Dx$ , a sua escolha é fortemente dependente da resolução da malha.

Uma das razões que influenciaram a escolha do valor de  $\epsilon$ ps =  $0,9Dx$  é que este apresenta menores valores para a norma  $L^2$  sobre o contorno, como pode-se ver na figura 4.4.

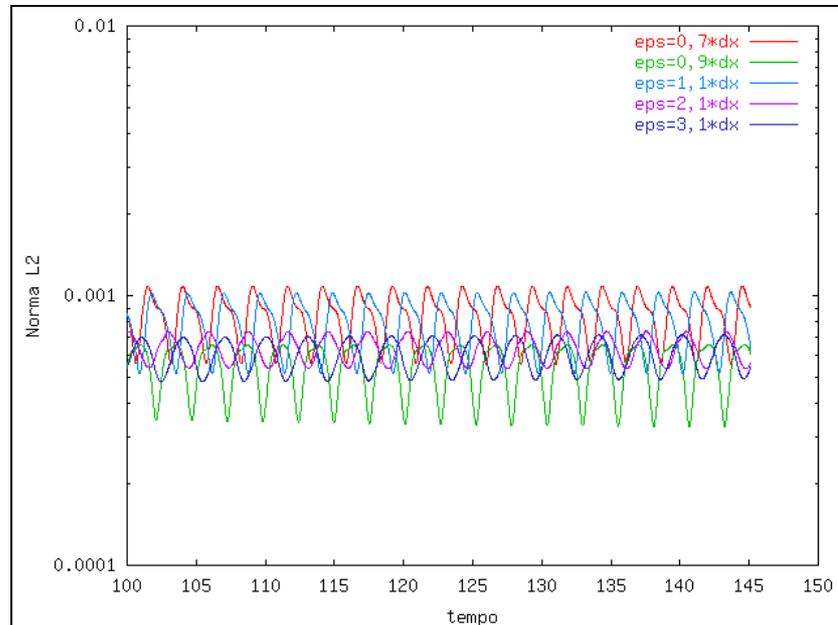


Figura 4.4 – Norma da velocidade sobre os pontos do contorno para diferentes valores de  $\epsilon$ ps.

Entretanto, o que definiu a escolha deste valor foi a aparente melhor convergência do cálculo dos valores médios do escoamento, como pode-se ver na comparação do perfil de  $U_y$  longitudinalmente ao longo do domínio na figura 4.5. Nota-se claramente que para o mesmo tempo computacional de cálculo das médias o  $\epsilon$ ps igual a  $0,7Dx$  apresenta um perfil que converge com maior dificuldade entre a entrada de fluido e o cilindro.

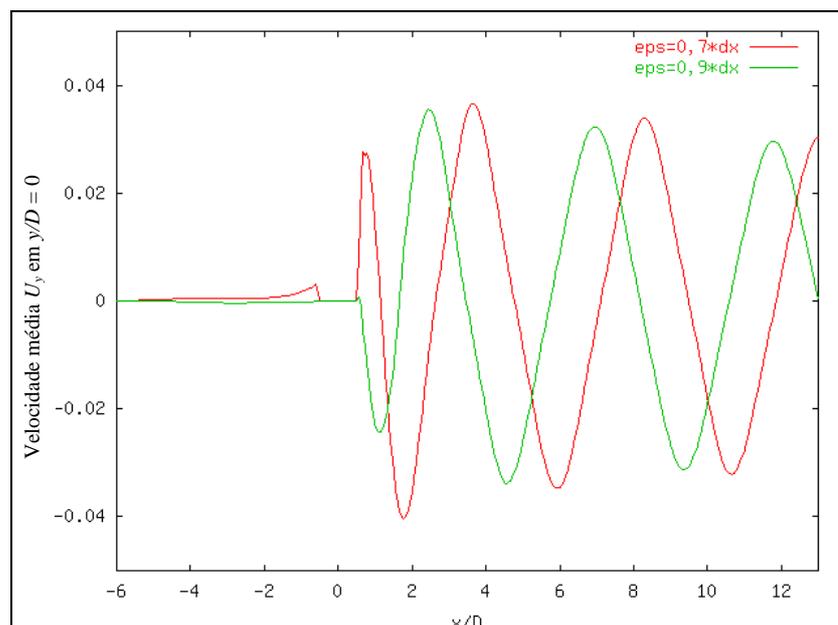


Figura 4.5 – Perfis longitudinais de  $U_y$  em  $y/D=0$  para diferentes valores de  $\epsilon$ ps.

#### 4.1.1.2. DEFINIÇÃO DO DOMÍNIO DE CÁLCULO

O domínio ideal de cálculo é aquele onde suas fronteiras estão tão distantes da região de interesse, de modo que as condições artificiais de contorno não influenciam nas características do escoamento ou fenômeno estudado.

Entretanto, tal domínio ideal demanda por vezes uma resolução computacional demasiadamente grande, de forma que deve-se estudar a escolha de um tamanho menor do domínio, que afete o escoamento minimamente.

A escolha da dimensão  $L_x$  utilizada nos cálculos baseou-se no posicionamento do cilindro a partir da entrada do escoamento, e do comprimento desejado a jusante desde o obstáculo. Pensando no domínio necessário para as simulações tridimensionais, buscou-se minimizar o comprimento a jusante do cilindro, de modo a observar as características do escoamento e ainda calcular seus valores médios. Desta forma optou-se por  $L_x = 19D$ .

Para os casos em que foi utilizada uma placa atrás do cilindro com o objetivo de suprimir o desprendimento de vórtices, viu-se a necessidade do domínio ser mais extenso a jusante do obstáculo de maneira que a esteira de vórtices, na região próxima ao cilindro, não fosse afetada pela condição de saída, sendo adotados então comprimentos de até  $L_x = 29D$ .

Uma opção para talvez diminuir o domínio em  $L_x$  seria estudar a utilização de outra condição de contorno no final do domínio, como o método de *far field* por exemplo, que talvez venha a afetar menos o escoamento na saída do domínio.

Para um mesmo volume de cálculo tridimensional, o aumento no comprimento em  $L_x$ , significa que em uma outra direção coordenada, ou ainda a resolução, deverá ser menor de maneira a compensar este aumento. Algumas questões referentes a definição do domínio voltarão a ser discutidas quando do tratamento da extensão do domínio  $L_z$ , no item 4.2.1.

A extensão do domínio na direção  $y$  demandou um estudo com enfoque diferente. A maior preocupação quanto à direção transversal é o confinamento lateral sofrido pelo escoamento devido à influência do cilindro.

A presença do obstáculo afeta o escoamento a montante de maneira que ocorre uma desaceleração do escoamento à frente do cilindro na linha de corrente do ponto de estagnação, e uma aceleração na região lateral do obstáculo. Em termos do perfil transversal da velocidade  $U_x$ , a proximidade das condições de contorno provoca um aumento destas velocidades.

---

Este efeito pode ser observado no gráfico da figura 4.6, que apresenta os perfis transversais da velocidade  $U_x$  em  $x/D = 0$  para diferentes valores de  $L_y$ .

Pode-se observar como a velocidade média  $U_x$  sobre o contorno do domínio ( $y/D = \pm L_y/2$ ) sofre o efeito do seu confinamento lateral. Para um domínio com  $L_y = 12D$  a velocidade média na fronteira do domínio é aproximadamente 1,04, isto é cerca de 4% maior que o valor não confinado. A relação entre a velocidade na fronteira e a velocidade não confinada cai para 0,4% quando é dobrado o domínio de cálculo, i.e. usa-se  $L_y = 24D$ .

Quando se aumentou a dimensão transversal para  $L_y = 32D$ , obteve-se uma velocidade média no contorno do domínio de aproximadamente 1,001, apresentando um efeito de confinamento lateral mínimo.

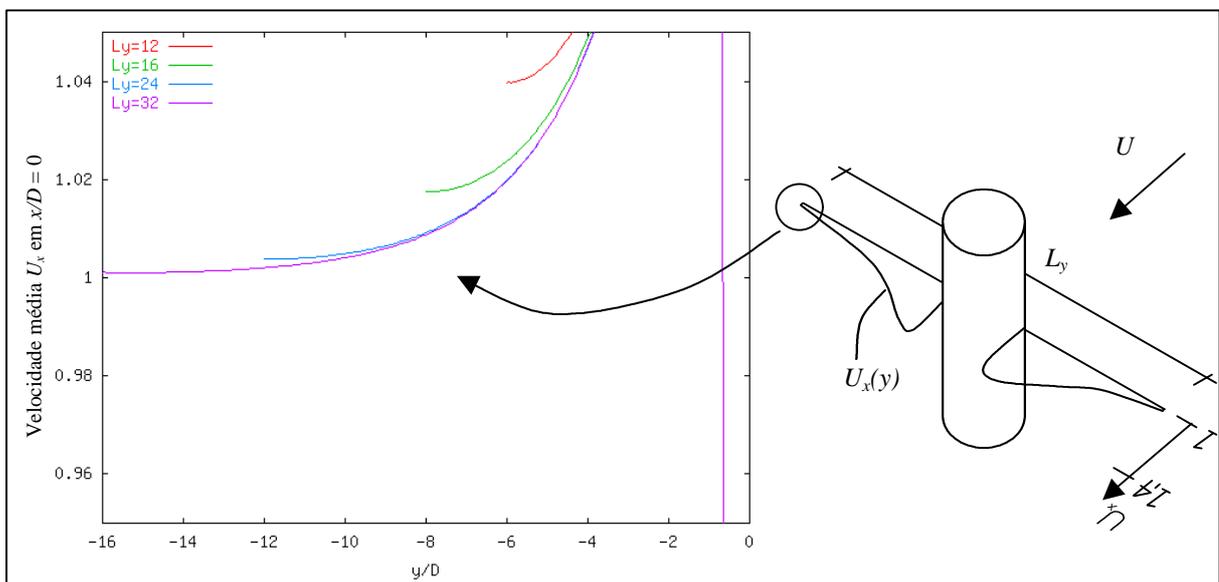


Figura 4.6 – Perfis transversais de  $U_x$  em  $x/D=0$  para diferentes valores de  $L_y$ .

Entretanto, os custos computacionais para dobrar, ou quase triplicar o tamanho do domínio (passar de  $L_y = 12D$  para  $24D$  ou  $32D$ ) são imensos, como mostrou-se no item 3. Em compensação os efeitos deste confinamento sobre a esteira aparentam ser pequenos.

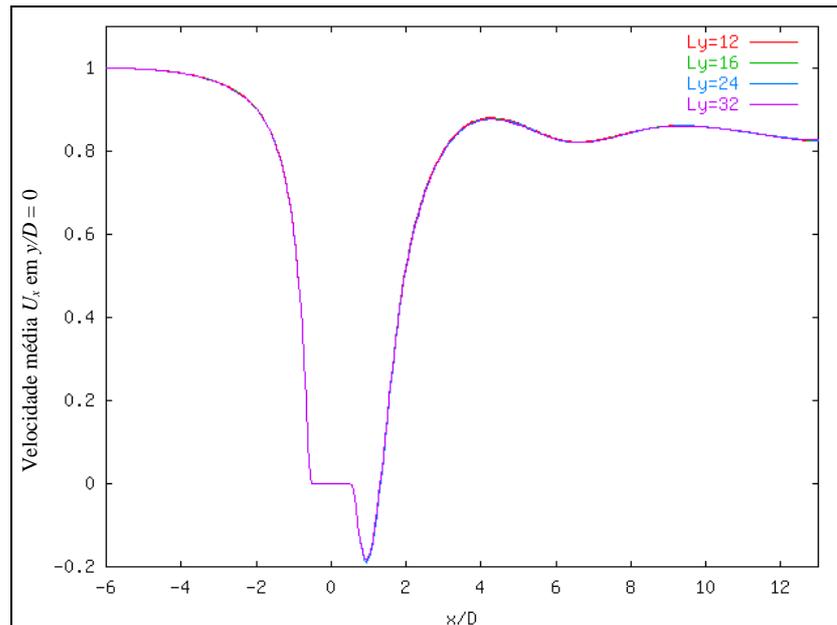
Nota-se na tabela 4.1.3 que o valor máximo da norma  $L^2$  sobre o contorno não é afetado, sugerindo que a proximidade do contorno do domínio em  $L_y$  exerce pouca influência sobre o método de fronteiras virtuais e a representação do cilindro.

Tabela 4.1.3 – Resultados das simulações para diferentes  $L_y$ .

$L_y$	Máximo valor da norma $L^2$ no contorno do cilindro imerso	Número de Strouhal (S)	Velocidade média $U_x$ no contorno do domínio
12D	$6,56 \cdot 10^{-4}$	0,1944	1,0398
16D	$6,50 \cdot 10^{-4}$	0,1935	1,0174
24D	$6,47 \cdot 10^{-4}$	0,1932	1,0038
32D	$6,48 \cdot 10^{-4}$	0,1932	1,0011

Ao mesmo tempo, observa-se que o número de Strouhal,  $S$ , varia moderadamente quando comparam-se os resultados para  $L_y = 12D$  e  $L_y = 32D$ , em cerca de 0,6%. Esta pequena variação na frequência adimensional de desprendimento sugere que os efeitos do confinamento lateral sobre a esteira são, de fato, pequenos.

Este fato fica mais evidente quando são representados perfis de velocidades médias, sendo possível observar que os perfis se sobrepõem com precisão, ficando difícil distinguir suas posições, como pode-se observar, por exemplo, na figura 4.7.



**Figura 4.7** – Perfis longitudinais de  $U_x$  em  $y/D = 0$  para diferentes valores de  $L_y$ .

Desta forma, de modo a reduzir volume e tempo de cálculo optou-se por utilizar a menor dimensão experimentada nas simulações, onde notadamente a velocidade média sobre o contorno lateral do domínio sofre influência do confinamento, mas pode-se concluir que este praticamente não afeta o fenômeno de desprendimento de vórtice que é o interesse maior deste trabalho.

Vale ressaltar que não foram analisadas dimensões de  $L_y$  menores que  $12D$  pois este comprimento mostrou-se mínimo para o desenvolvimento dos turbilhões na esteira de vórtices. De fato, no caso de algumas simulações com placa de separação, foi necessário aumentar este domínio de modo que os turbilhões formados pudessem desenvolver-se sem ser afetados pelo confinamento.

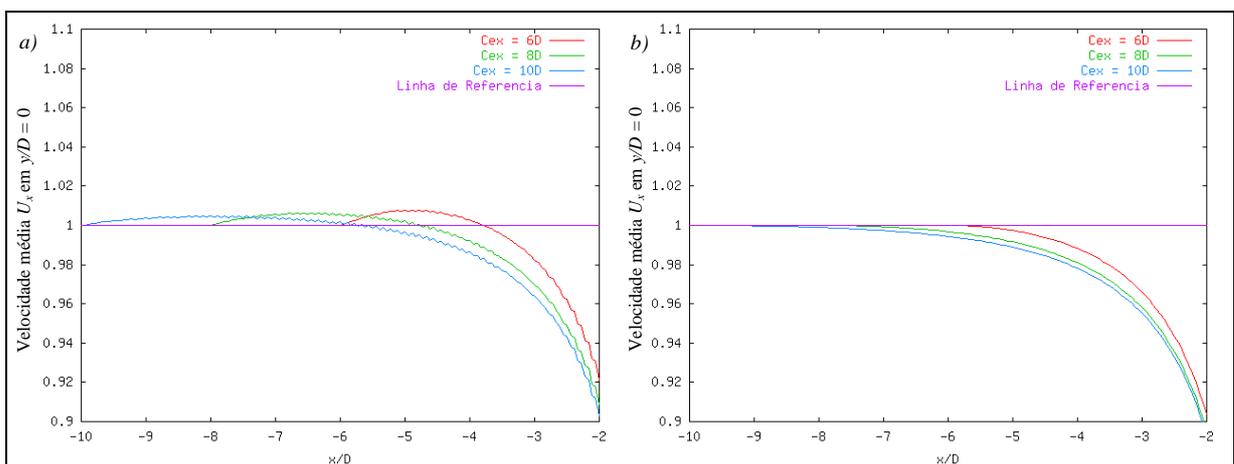
#### 4.1.1.3. DEFINIÇÃO DA POSIÇÃO DO CILINDRO

Em absolutamente todas as simulações realizadas trabalhou-se com cilindros centrados com respeito à dimensão transversal, i.e.,  $Cey = 6D$  para o caso de  $L_y = 12D$ .

Tornou-se necessário o estudo da posição do centro do cilindro em relação à entrada do escoamento. Para tal foi analisada a possibilidade de locá-lo às distâncias de  $6D$ ,  $8D$  e  $10D$ , considerando a distância de 6 diâmetros como um valor mínimo a estudar baseado nas experiências observadas em outros estudos numéricos, como por exemplo em Karniadakis e Triantafyllou (1992).

Nas primeiras simulações onde se estudou a influência da posição do cilindro em relação à entrada do domínio, realizadas sem filtro com  $Cex = 6D$ , observou-se através dos perfis longitudinais de velocidade média  $U_x$  no centro do domínio ( $y/D = 0$ ), que o escoamento sofria uma aceleração na entrada do domínio e oscilações no perfil, efeitos estes que foram inicialmente associados à excessiva proximidade do cilindro em relação à entrada.

Foram estudadas então situações com  $Cex$  igual a  $8D$  e  $10D$ , e o que se observou foi uma menor aceleração na entrada do escoamento e a manutenção das oscilações do perfil, como apresenta a figura 4.8a. Com a utilização do filtro de sexta-ordem, que atua excluindo os ruídos de mais alta frequência, observou-se que os perfis não mais sofriam aceleração na entrada do domínio, nem ocorriam mais as oscilações antes presentes (figura 4.8b).



**Figura 4.8 – Perfis longitudinais de  $U_x$  na entrada do domínio em  $y/D=0$  para diferentes valores de  $Cex$ : a) sem filtro e b) com filtro.**

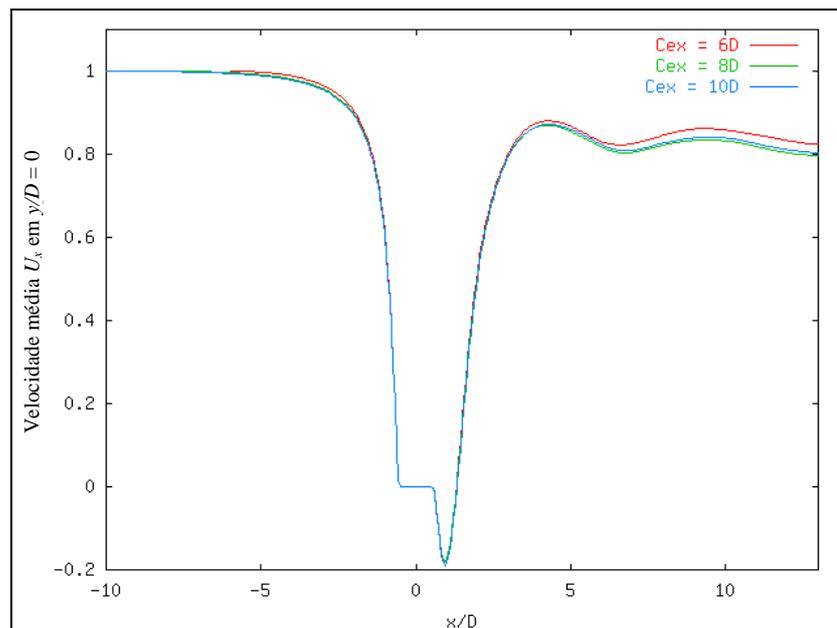
Na tabela 4.1.4 podem ser observados alguns resultados das simulações citadas anteriormente. Neles pode-se notar que, diminuindo a distância entre o centro do cilindro e a entrada do domínio de  $10D$  para  $6D$ , o  $S$  varia aproximadamente 1,6%.

Chama a atenção o fato de que o valor do  $S$  varia menos sensivelmente quando esta distância é diminuída de  $8D$  para  $6D$  (variação de 0,1%), do que quando varia de  $10D$  para  $8D$  (1,5%). Esta diferença sugere que o posicionamento do centro do cilindro a  $8D$  da entrada, praticamente não influencia as características da esteira.

**Tabela 4.1.4 – Resultados das simulações para diferentes  $C_{ex}$ .**

$C_{ex}$	Máximo valor da norma $L^2$ no contorno do cilindro imerso		Número de Strouhal ( $S$ )	
	Sem filtro	Com filtro	Sem filtro	Com filtro
$6D$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	0,1979	0,1944
$8D$	$1,24 \cdot 10^{-3}$	$6,41 \cdot 10^{-4}$	0,1944	0,1916
$10D$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$6,31 \cdot 10^{-4}$	0,1942	0,1913

Entretanto, apesar da pequena interferência na frequência de desprendimento ( $\sim 1,5\%$ ) e das alterações observadas na figura 4.9, dos perfis longitudinais de velocidades  $U_x$  ao longo de todo o comprimento  $L_x$  na posição  $y/D = 0$ , optou-se por utilizar o cilindro centrado em  $C_{ex} = 6D$  pela economia proporcionada.



**Figura 4.9 – Perfis longitudinais de  $U_x$  ao longo de  $L_x$  em  $y/D = 0$  para diferentes valores de  $C_{ex}$ .**

É possível notar que para diferentes valores de  $C_{ex}$  ocorrem interferências na representação virtual do cilindro. Tal interferência destaca-se quando são analisados os valores máximos da norma  $L^2$  calculada sobre o seu contorno, e observa-se um aumento máximo de 4%.

Uma análise comparativa da utilização de filtros encontra-se no item 4.1.1.5.

#### 4.1.1.4. DEFINIÇÃO DA RESOLUÇÃO DE CÁLCULO

A resolução de malha é certamente o fator que mais influencia a qualidade dos resultados das simulações, e ao mesmo tempo é um fator fundamental na definição do custo computacional envolvido. A sua definição portanto deve ser tal que os resultados obtidos sejam coerentes com o fenômeno físico representado e, ao mesmo tempo, a relação custo/benefício computacional não seja desfavorável.

Desta forma, analisou-se os resultados de simulações sobre uma mesma malha cartesiana igualmente espaçada, em que cada diâmetro  $D$  contém  $12D$ ,  $18D$ ,  $24D$  e  $32D$ , onde  $D$  é o espaçamento entre dois pontos adjacentes.

A resolução com  $12D$  mostrou-se instável e incapaz de representar o cilindro para  $Re = 300$ . As frequências adimensionalizadas de desprendimento resultantes das simulações com  $D = 18D$ ,  $D = 24D$  e  $D = 32D$  e os valores experimentais de Williamson (1989) utilizados como referência, para os  $Re$  iguais a 100, 200 e 300, podem ser vistos na tabela 4.1.5.

**Tabela 4.1.5 – Valores de número de Strouhal para diferentes resoluções de malha com simples precisão.**

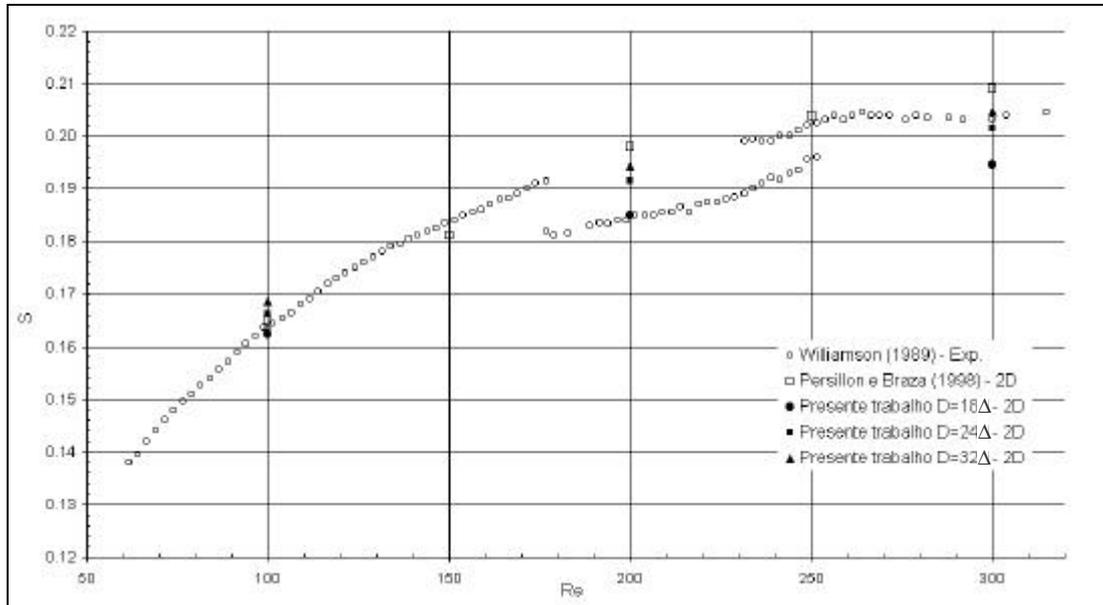
Re	Experimental (Williamson, 1989)	$D = 18D$ (precisão simples)	$D = 24D$ (precisão simples)	$D = 32D$ (precisão simples)
100	0,164	0,1624	0,1663	0,1686
200	0,184	0,1849	0,1914	0,1944
300	0,203	0,1944	0,2015	0,2047

Para analisar tais resultados é conveniente avaliar cada caso em função do número de Reynolds separadamente. Para o caso de  $Re = 100$ , pode-se notar que os valores aproximam-se do valor experimental com pequeno desvio (0,9%, 1,5% e 2,8%), para as respectivas resoluções de  $D = 18D$ ,  $D = 24D$  e  $D = 32D$ .

No caso de  $Re = 200$ , como este valor situa-se na faixa de transição tridimensional da esteira (figura 2.13), os cálculos bidimensionais não conseguem representar o fenômeno tridimensional e as frequências resultantes obtidas sugerem a continuidade das curvas anterior e posterior ao fenômeno. Tal comportamento dos resultados bidimensionais tem boa congruência com aqueles obtidos por PÉrsillon e Braza (1998) que podem ser observados na figura 4.10.

Cabe destacar que o aparente bom desempenho da simulação com resolução  $D = 18D$  (somente 0,5% de diferença) não deve-se à boa representação do fenômeno tridimensional, mas à degradação dos resultados considerados melhor resolvidos ( $D = 32D$ ), em função da utilização de uma malha com resolução mais grosseira.

A exemplo do que acontece para  $Re = 100$ , para  $Re = 300$  os resultados de frequência obtidos apresentam novamente uma pequena dispersão com referência aos experimentais, para  $D = 24D$  igual a 0,7%, e para  $D = 32D$  igual a -0,8%. A exceção dá-se no caso da resolução de malha igual a  $D = 18D$  onde os resultados diferenciam-se em aproximadamente 4,2%, o que pode, uma vez mais, ser associado à má resolução do domínio.



**Figura 4.10 – Número de Strouhal x número de Reynolds, resultados numéricos 2D e experimentais.**

A boa congruência entre os resultados de simulações 2D e de experimentos para os  $Re = 100$  e  $300$ , pode ser explicada pela pequena influência dos fenômenos tridimensionais.

Para confirmar que as diferenças encontradas nas simulações bidimensionais não estariam associadas com erros de arredondamento por causa da precisão simples de máquina, foram realizadas simulações com  $Re = 300$  para comparação dos resultados com malha  $D = 18D$  e  $D = 24D$ , e os resultados obtidos encontram-se na tabela 4.1.6.

**Tabela 4.1.6 – Números de Strouhal para malhas com  $D = 18D$  e  $D = 24D$  com simples e dupla precisão.**

Re	Experimental (Williamson, 1989)	$D = 18D$ (precisão simples)	$D = 18D$ (precisão dupla)	$D = 24D$ (precisão simples)	$D = 24D$ (precisão dupla)
300	0,204	0,1944	0,1945	0,2015	0,2015

Pode-se observar, pela frequência de desprendimento e pelos perfis médios do escoamento, que a resolução do cálculo em simples precisão não apresenta diferenças significativas em comparação aos resultados com dupla precisão.

Por fim, cabe destacar que, apesar dos problemas introduzidos pela resolução  $D = 18D$  (como a redução dos valores de frequência de desprendimento em aproximadamente 4%), esta foi algumas vezes adotada em função dos ganhos computacionais que propicia, como o cálculo até 2,5 vezes mais rápido em comparação com a resolução  $D = 24D$ .

#### 4.1.1.5. CONSIDERAÇÕES SOBRE A UTILIZAÇÃO DE FILTROS

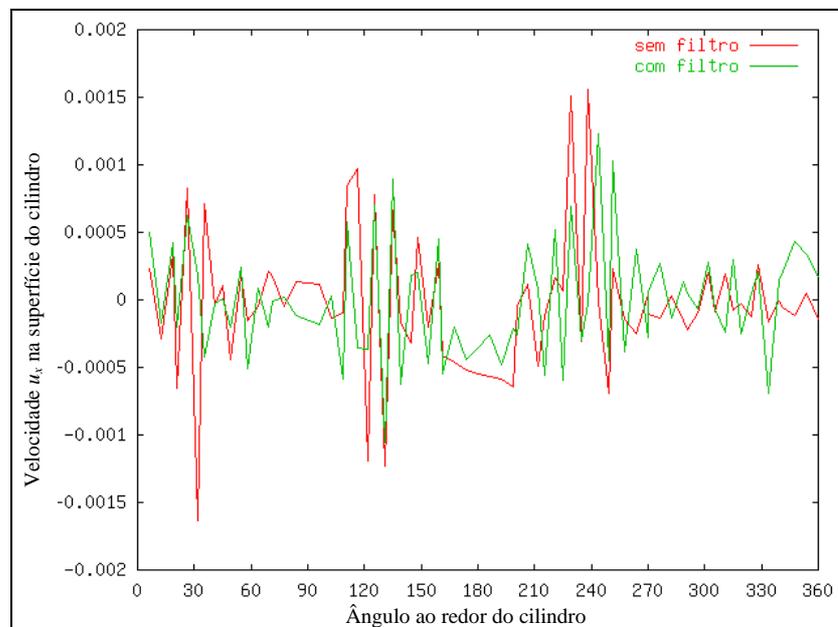
Como citado anteriormente, a utilização do recurso de filtragem tem por objetivo remover as pequenas escalas, associadas com a amplificação de erros de truncamento e de arredondamento. A utilização do filtro compacto apresentado por Lele (1992), introduzido aqui no item 3.2.5, permitiu, conforme citado no item 4.1.1.3, reduzir ruídos de alta frequência que eram observados nos perfis longitudinais de  $U_x$  (figura 4.8).

Avaliando o número de Strouhal e a norma  $L^2$  para diferentes números de Reynolds, observa-se mais uma vez os efeitos de suavização dos perfis médios que o recurso do filtro provoca no escoamento. Na tabela 4.1.7 pode-se notar que os valores máximos da norma  $L^2$  sofrem uma redução de até 4,5%, enquanto o  $S$  pode é reduzido em até 3,3%.

**Tabela 4.1.7 – Resultados das simulações para diferentes  $Re$  com e sem o uso de filtro.**

Re	Máximo valor da norma $L^2$ no contorno do cilindro imerso		Número de Strouhal (S)	
	Sem filtro	Com filtro	Sem filtro	Com filtro
100	$2,62 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-4}$	0,1672	0,1624
200	$6,97 \cdot 10^{-4}$	$4,24 \cdot 10^{-4}$	0,1913	0,1849
300	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$6,56 \cdot 10^{-4}$	0,1979	0,1944

De maneira similar, o uso do filtro reduz os valores máximos dos perfis instantâneos de velocidade, como pode-se ver na figura 4.11 da velocidade  $u_x$  sobre o contorno.



**Figura 4.11 – Perfil de velocidades instantâneas  $u_x$  sobre o contorno para  $Re = 200$  no tempo  $t \cdot U / D = 145$ .**

#### 4.1.1.6. CONSIDERAÇÕES DA APLICAÇÃO DE RUÍDO

Em algumas situações é importante o acréscimo de um ruído branco ao sinal de velocidade inicial, de modo a permitir que o processo de transição do escoamento seja acelerado. De um modo geral viu-se a necessidade da aplicação deste ruído branco quando foram realizados cálculos em máquinas que armazenam informações em 64 bits, como os realizados no CRAY T94 do Centro Nacional de Supercomputação - CESUP.

Numa máquina de 64 bits observou-se que se não utilizado o recurso do ruído branco, o escoamento necessita de um tempo computacional extremamente grande, quando comparado àquele que uma simulação realizada numa máquina de 32 bits leva, para tornar-se mais turbulento e desprender vórtices.

Na figura 4.12, pode-se observar que a norma  $L^2$  das velocidades sobre o contorno do cilindro não sofre as mesmas oscilações que sofrem os sinais obtidos numa máquina de 32 bits e aqueles obtidos com a utilização de um ruído branco.

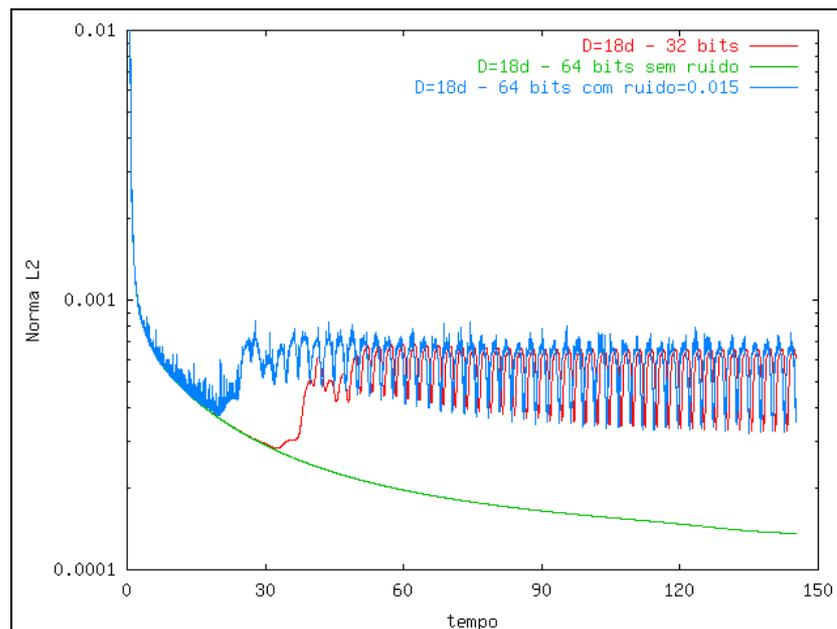


Figura 4.12 – Norma  $L^2$  das velocidades do contorno para diferentes máquinas, com e sem ruído.

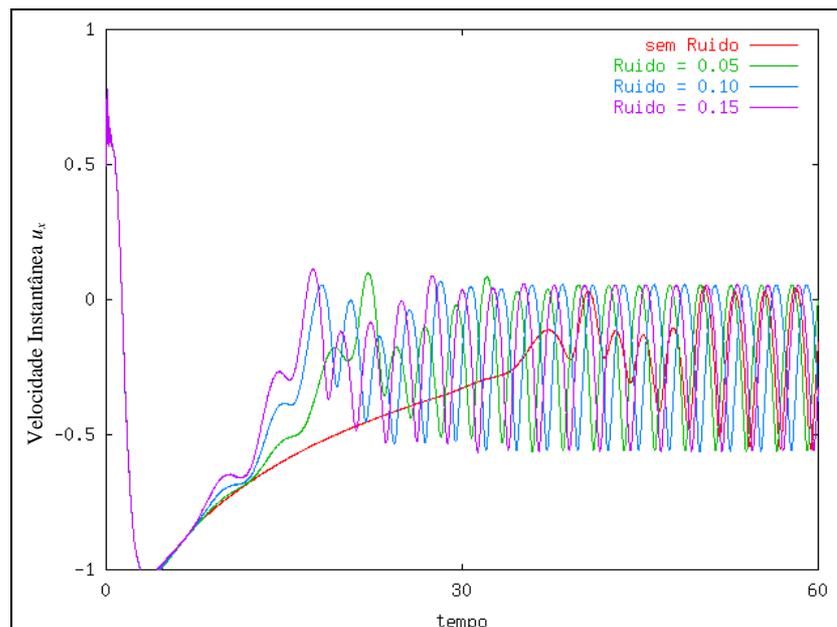
Entretanto, na figura observa-se que os valores da norma  $L^2$  sem ruído em uma máquina de 32 bits e com ruído em uma máquina de 64 bits apresentam grande concordância de frequência e amplitude.

A diferença na precisão das máquinas mostrou-se diretamente relacionada com o desenvolvimento do escoamento. Isto sugere que a ordem de grandeza desta precisão deve ser o fator mais importante na geração dos distúrbios que levam à transição para a turbulência.

Com o objetivo de avaliar a influência da amplitude do valor do ruído utilizado nos valores médios do escoamento, foram realizadas simulações com valores de ruído igual a 0,05, 0,10 e 0,15 numa máquina de 32 bits. Os valores de amplitude introduzidos são multiplicados por números randômicos e somados ao escoamento médio. O uso de um ruído com amplitude igual a 0,10 significa que as velocidades instantâneas encontram-se entre um valor mínimo de 0,95 e máximo 1,05, variando numa amplitude de 0,10.

Nestas simulações ficou claro uma vez mais que a introdução do ruído influencia diretamente o processo de transição, acelerando o desprendimento dos vórtices. Entretanto pode-se notar que o aumento do valor de ruído influi pouco neste processo.

Na figura 4.13 pode-se observar um sinal de velocidade  $u_x$  na posição  $x/D = 1$  atrás do cilindro e sobre o eixo longitudinal do escoamento. O sinal mostra que as oscilações de velocidade longitudinal são adiantadas com a introdução do ruído, podendo-se notar que o primeiro grande pico das oscilações passa do tempo 40,6 para os tempo 22, 18,1 e 17,5 para os valores de ruído de, respectivamente, 0,05, 0,10 e 0,15.



**Figura 4.13 – Sinais de velocidade  $u_x$  na posição  $x/D = 1$  e  $y/D = 0$  para diferentes amplitudes de ruído.**

As reduções proporcionadas pela introdução de um ruído branco são de 46%, 55% e 57%, sendo maior a redução na proporção que é elevado o valor do ruído introduzido. Entretanto, esta redução não é proporcional ao aumento do valor de ruído introduzido pois o ciclo limite da instabilidade já deve ter sido atingido.

Aparentemente, a introdução de ruído não altera os valores médios dos campos de velocidade, porém pode-se observar que os perfis médios necessitaram de mais tempo para convergir. Pode-se observar também que as alterações no número de Strouhal do escoamento não passam de 1% para os diferentes valores de ruído.

## 4.1.2. ESCOAMENTOS AO REDOR DE CILINDROS COM PLACAS

### 4.1.2.1. ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS

Os escoamentos aqui referidos como bidimensionais, são aqueles que apresentam números de Reynolds menores que 190, estando portanto no regime de desprendimento laminar de vórtices, e que não apresentam características tridimensionais.

As simulações bidimensionais realizadas nesta pesquisa têm configuração conforme apresenta a figura 4.14. A seguir são apresentados os resultados obtidos para  $Re = 100$  e  $Re = 160$ , sendo os mesmos comparados com os do trabalho de Kwon e Choi (1996), que realizaram simulações numéricas na faixa de  $80 \leq Re \leq 160$ .

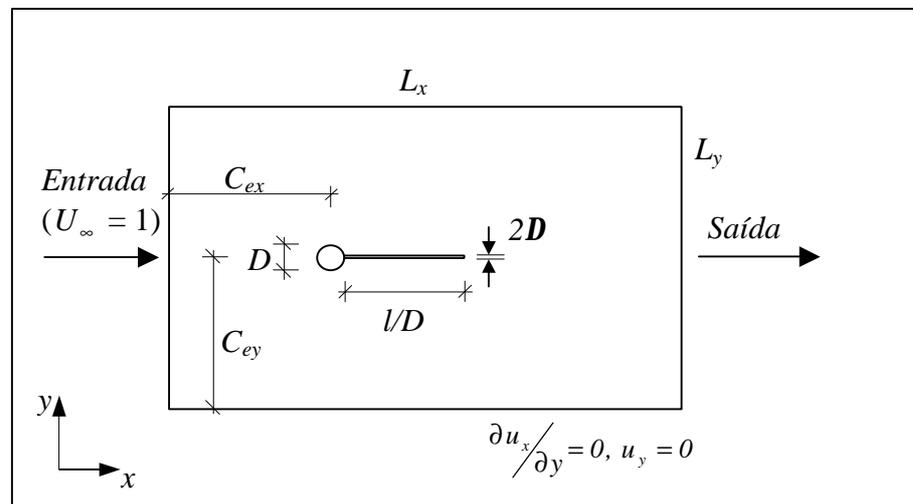


Figura 4.14 – Configuração dos escoamentos bidimensionais.

Nas simulações para  $Re = 100$  foi utilizada a resolução de malha igual a  $D = 18D$ , e os resultados obtidos apresentaram grande concordância com aqueles de Kwon e Choi (1996). O desprendimento foi suprimido na simulação com uma placa de comprimento igual a  $3D$ , e os valores de frequência para comprimentos de placa igual a  $1D$  e  $2D$  diferenciaram-se em 3,6% e 7,5%, respectivamente, dos valores obtidos pelos autores (figura 4.15).

Uma das justificativas para estas diferenças pode estar nos domínios ou nas condições de contorno utilizadas. Em seu trabalho Kwon e Choi (1996) utilizam um domínio igual a  $-50D < x < 20D$  e  $-50D < y < 50D$ , que é muito maior que o domínio do presente trabalho  $-6D < x < 13D$  e  $-6D < y < 6D$ .

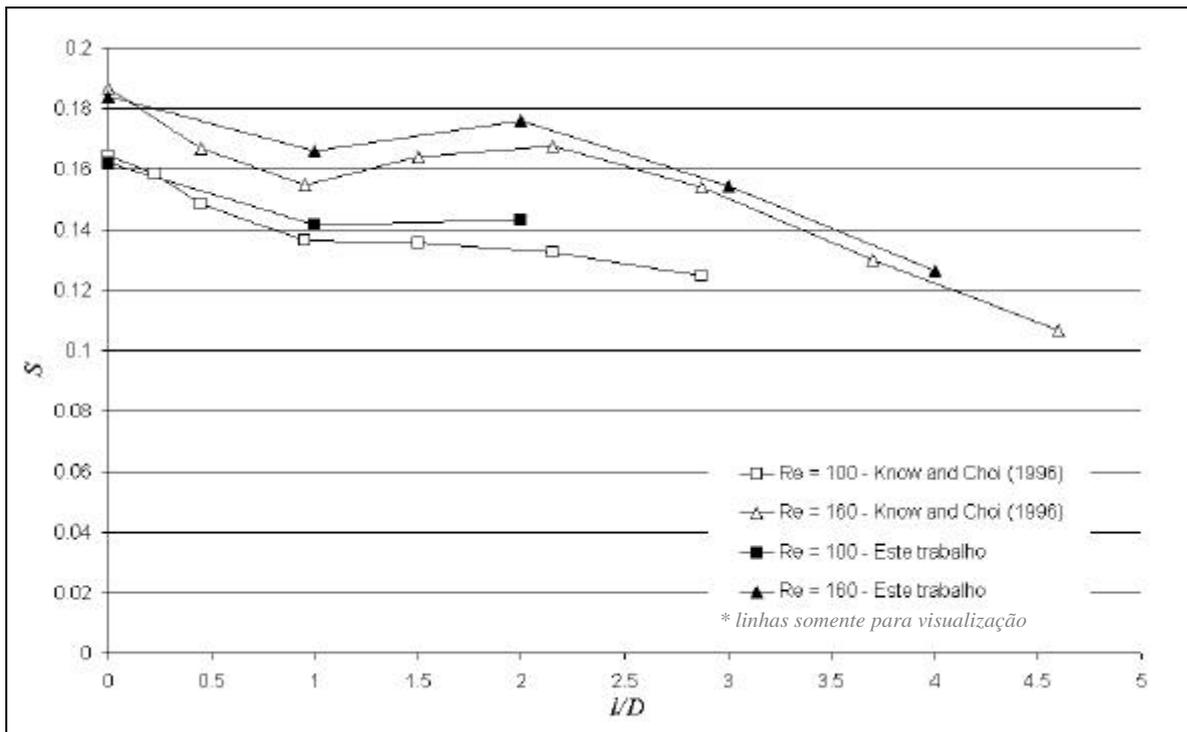


Figura 4.15 – Número de Strouhal vs. comprimento da placa atrás do cilindro,  $Re = 100$  e  $Re = 160$ .

Entretanto é importante enfatizar que estas simulações devem resolver as equações de Navier-Stokes sobre uma malha curvilínea muito mais refinada, consumindo tempo e recursos computacionais extremamente maiores em comparação aos utilizados no presente estudo, onde é utilizada uma malha cartesiana uniformemente distribuída com baixa resolução, que mesmo assim permite obter bons resultados.

Na figura 4.16 pode-se ver qualitativamente o comportamento da esteira devido à presença da placa. A esteira de vórtices (figura 4.16a) sofre uma forte redução na sua frequência de desprendimento com a introdução da placa (figura 4.16b e figura 4.16c), até que ocorre o recolamento do escoamento e o desprendimento de vórtices simplesmente desaparece (figura 4.16d).

Para  $Re = 160$  foi observada novamente uma grande concordância entre as simulações do presente trabalho e aquelas realizadas por Kwon e Choi (1996).

Nas simulações para  $Re = 160$ , utilizou-se uma malha mais refinada, com  $D = 24D$ . Observou-se que nestas houve o desprendimento de vórtices até  $l/D = 4$ , mas para  $l/D = 5$  este já fora suprimido. Este resultado concorda plenamente com o  $l/D$  crítico sugerido por Kwon e Choi (1996), igual a  $l/D = 4,6$ .

Como pode-se ver na figura 4.15, a frequência de desprendimento tem boa concordância também para os demais comprimentos de placa, havendo uma diferença máxima de 6,7% para  $l/D = 1$ .

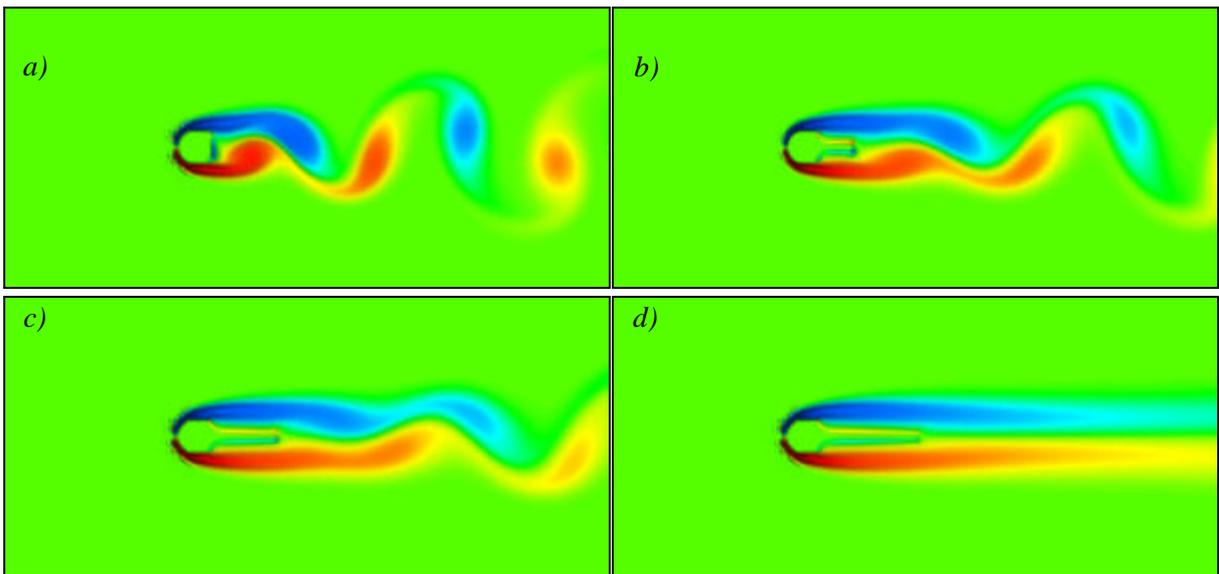


Figura 4.16 – Campos de vorticidade para  $Re = 100$  no tempo  $t \cdot U_{\infty}/D = 347$ ; a) sem placa, b)  $l/D = 1$ , c)  $l/D = 2$  e d)  $l/D = 3$ .

Na figura 4.17 pode-se observar o desenvolvimento da esteira com o aumento do comprimento da placa de separação, desde o caso sem placa, figura 4.17a, até a supressão do desprendimento, figura 4.17f. Nas imagens de campo de vorticidade, a cor azul indica vorticidade positiva enquanto a cor vermelha a vorticidade negativa e o verde representa vorticidade nula.

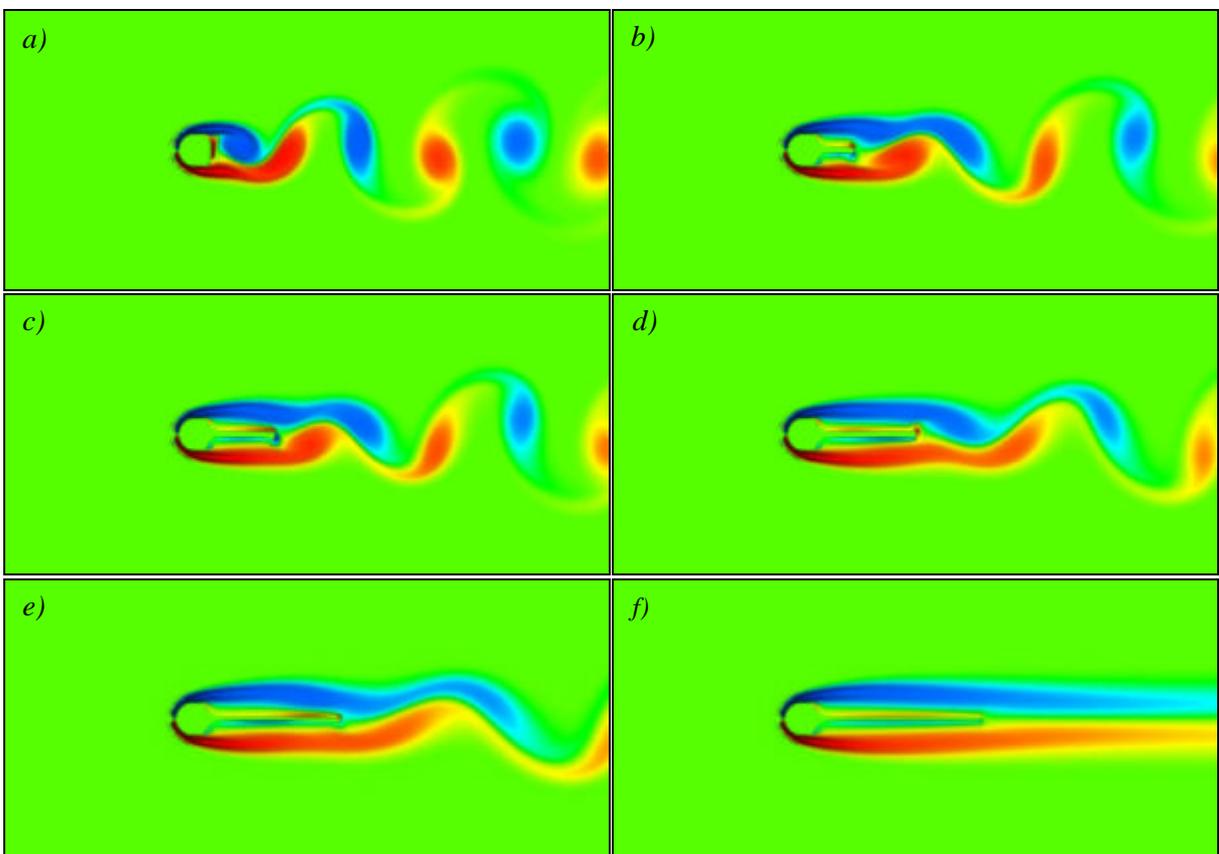


Figura 4.17 – Campos de vorticidade para  $Re = 160$  no tempo  $t \cdot U_{\infty}/D = 248$ ; a) sem placa, b)  $l/D = 1$ , c)  $l/D = 2$ , d)  $l/D = 3$ , e)  $l/D = 4$  e f)  $l/D = 5$ .

#### 4.1.2.2. SIMULAÇÃO BIDIMENSIONAL DE ESCOAMENTOS TRIDIMENSIONAIS

Sabe-se bem que para números de Reynolds a partir de aproximadamente 190 os fenômenos tridimensionais começam a afetar o escoamento, de modo que pode-se sugerir que simulações bidimensionais não são capazes de representar corretamente estes escoamentos.

Mas em termos de frequência de desprendimento se pode imaginar que para números de Reynolds maiores que 250, onde a tridimensionalidade exerce menor influência, poderia-se obter frequências de desprendimento similares àquelas que ocorrem tridimensionalmente, através de simulações bidimensionais desde que se tenha uma resolução de malha suficientemente definida.

Desta forma, achou-se válido analisar em duas dimensões estes escoamentos, sempre lembrando que deve-se tratar com muita cautela seus resultados.

Foram realizadas simulações a  $Re = 300$  para cilindros com placas de separação, sendo observados os valores de frequência apresentados na figura 4.18.

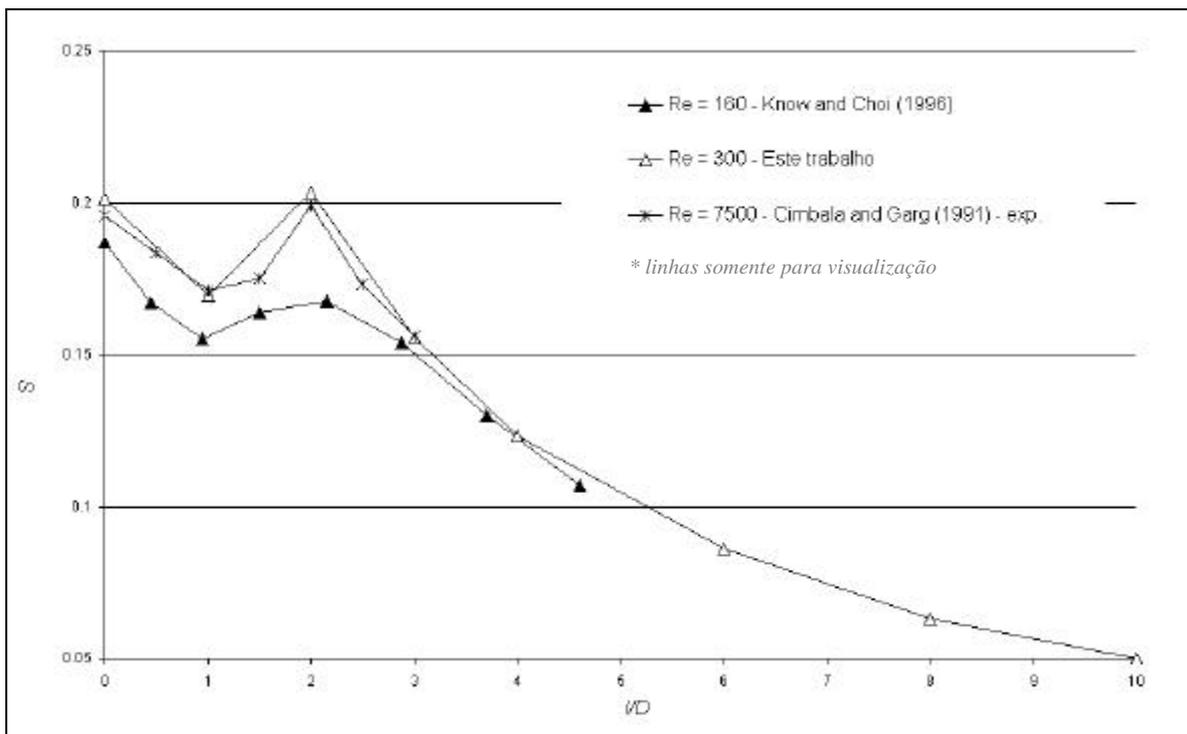


Figura 4.18 – Número de Strouhal vs. comprimento da placa atrás do cilindro,  $Re = 300$ .

O comprimento da placa foi estendido até  $10D$ , não sendo observada a supressão dos vórtices, sugerindo que um comprimento maior de placa deve ser necessário para a supressão bidimensional do desprendimento dos vórtices. Entretanto chegou-se a  $S = 0,05$  para a relação  $l/D = 10$ , representando uma redução de 75% na frequência comparado ao desprendimento sem placa.

O fato de ocorrer o desprendimento de vórtices para  $l/D = 10$  pode parecer estranho se observados os comprimentos de placa críticos, que suprimem o desprendimento, apresentados por Kwon e Choi (1996) na figura 2.24. Para os números de Reynolds apresentados pelos autores não é observado nenhum desprendimento a partir de cilindros com placas de separação maiores que  $4,6D$ .

Entretanto, Nakamura (1996) mostra que escoamentos com  $Re = 300$  e  $Re = 400$  ao redor de um perfil  $\vdash$  apresentam desprendimento para comprimentos de placa de até  $15D$ .

Na falta de informações experimentais a respeito do escoamento a  $Re = 300$  para um cilindro circular com placa de separação, permanece a incerteza se o desprendimento observado em simulações bidimensionais para o comprimento de placa  $10D$  realmente ocorre, como sugerem os experimentos de Nakamura (1996), ou se é resultado da análise bidimensional de um escoamento tridimensional.

Independente do comprimento  $l/D$  crítico para o  $Re = 300$ , pode-se observar que para este  $Re$  há uma grande concordância entre sua curva  $S-l/D$  e aquelas da simulação de Kwon e Choi (1996) para  $Re = 160$  e do experimento de Cimbala e Garg (1991) para  $Re = 7500$ , que são as informações disponíveis para os  $Re$  mais próximos da presente simulação avaliada.

A frequência de desprendimento apresentou um decréscimo de 16% para  $l/D = 1$ , valor próximo ao observado por Cimbala e Garg (1991) para o  $Re = 7500$  igual a 13%.

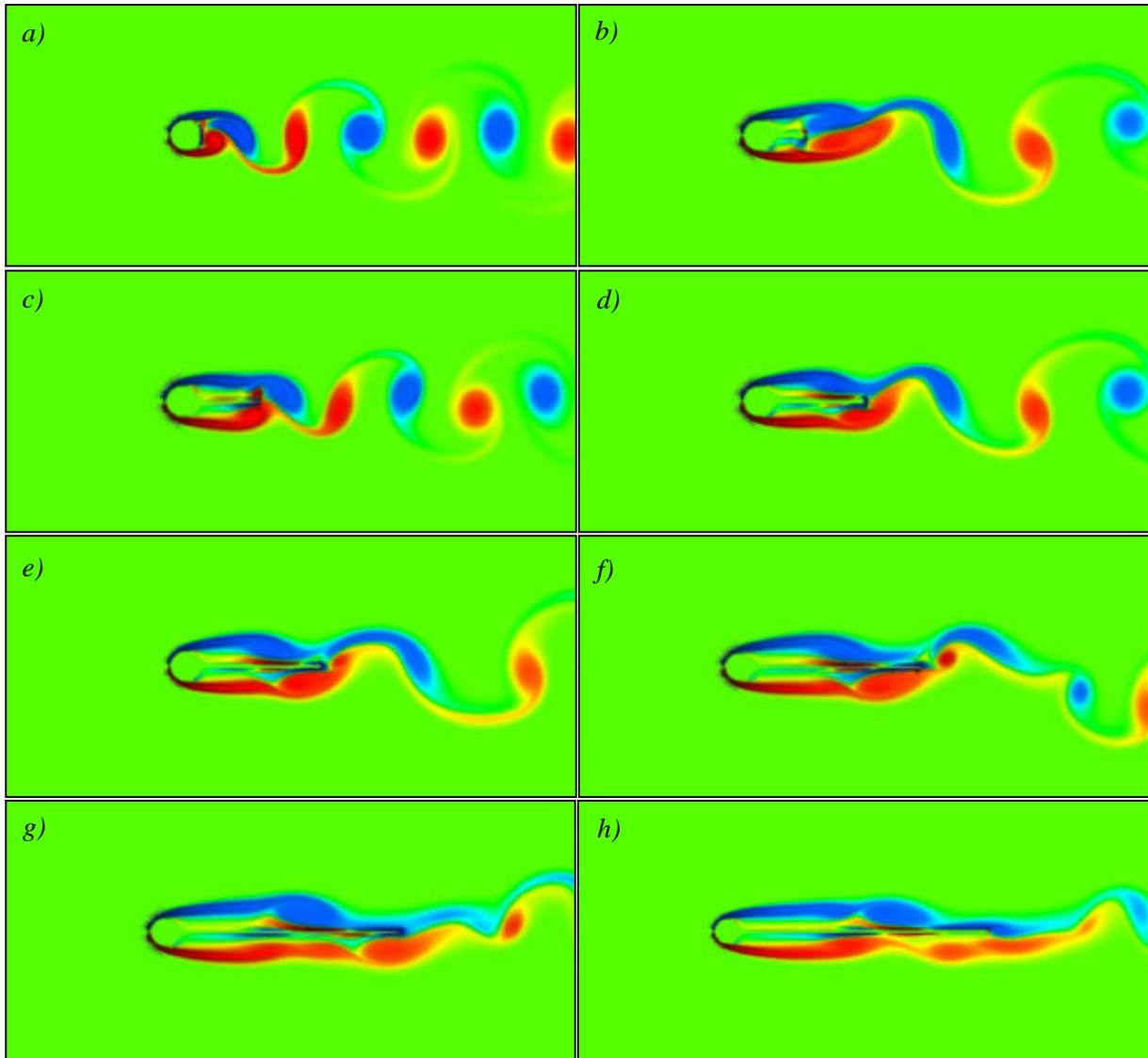
O comprimento de formação dos vórtices, que segundo Balachandar et al. (1997) para  $Re = 300$  é igual a 1,21, com a inserção de uma placa de separação de comprimento  $0 < l/D < 1$ , passa a ser maior pois os vórtices começam a formar-se após o término da placa.

Com o aumento do comprimento de formação, há também o aumento do período de formação e, por conseqüência, a diminuição da frequência de desprendimento dos vórtices.

Para comprimentos de placa entre  $1 < l/D < 2$ , os vórtices passam a formar-se sobre a placa, de modo que este comprimento diminui, aumentando a frequência de desprendimento. O aumento da frequência, esperada para  $l/D = 2$  para os  $Re = 160$  e  $7500$ , é também observado para a simulação com  $Re = 300$ .

Na medida que são inseridas placas com comprimento  $l/D > 2$ , a frequência de desprendimento tende a diminuir não somente devido a um aumento do comprimento de formação dos vórtices, mas também devido às maiores dificuldades que as perturbações encontram para propagar-se de modo a desestabilizar as camadas cisalhantes.

Na figura 4.19, pode-se observar as alterações sofridas pelo campo de vorticidade com o incremento do comprimento da placa para o  $Re = 300$ . A exemplo das simulações para  $Re = 160$ , a resolução de malha padrão utilizada foi  $D = 24D$ .



**Figura 4.19** – Campos de vorticidade para  $Re = 300$  no tempo  $t \cdot U_{\infty}/D = 248$ ; a) sem placa, b)  $l/D = 1$ , c)  $l/D = 2$ , d)  $l/D = 3$ , e)  $l/D = 4$ , f)  $l/D = 6$ , g)  $l/D = 8$  e h)  $l/D = 10$ .

Houve simulações que foram refeitas com malhas de  $D = 32D$ , como é o caso de  $l/D = 4$  e  $l/D = 10$ , simplesmente para testar se haviam diferenças por causa da resolução utilizada. Além da diminuição das oscilações na frente do cilindro, não foram constatadas outras diferenças significativas nestes escoamentos, sugerindo que a utilização da malha com  $D = 24D$  é suficiente para a resolução das simulações.

Na figura 4.19b, pode-se claramente observar pela maior distância entre o centro dos vórtices na esteira, a diminuição da frequência de desprendimento em relação ao escoamento da figura 4.19a.

Nesta segunda imagem é possível observar também que os vórtices formam-se após o término da placa, e que passam a formar-se antes deste ponto na medida que o comprimento da placa é aumentado (figura 4.19c).

Na figura 4.19c pode-se observar o aumento da frequência de desprendimento pela diminuição da distância entre os centros dos vórtices, desta e da imagem anterior. Percebe-se também que agora a camada cisalhante gera os vórtices antes do término do placa, fato este que é associado ao aumento da frequência de desprendimento.

A partir do comprimento de placa  $2D$ , é observada a formação de um vórtice de fim de placa (figura 4.19c) que, até o comprimento  $4D$  (figura 4.19e), desprende-se junto com o vórtice de vorticidade de mesmo sinal que forma-se no lado oposto da placa.

Para  $l/D = 6, 8$  e  $10$  observa-se que este vórtice desprende-se em separado formando um novo padrão de desprendimento na esteira.

A seguir são avaliados os escoamentos com  $l/D = 2$  e  $l/D = 6$  com o objetivo de entender a formação e a influência que este vórtice de ponta exerce sobre o escoamento.

#### 4.1.2.2.1 VÓRTICE DE FIM DE PLACA PARA $l/D$ IGUAL A $2D$

Este vórtice de fim de placa foi também observado por Kwon e Choi (1996), mas não foram encontradas considerações sobre sua origem e influência.

Devido à presença da placa, a camada cisalhante que tem origem na superfície do cilindro gera uma vorticidade de sinal oposto sobre a placa, como pode-se observar, por exemplo, nos vórtices B e B' da figura 4.20a.

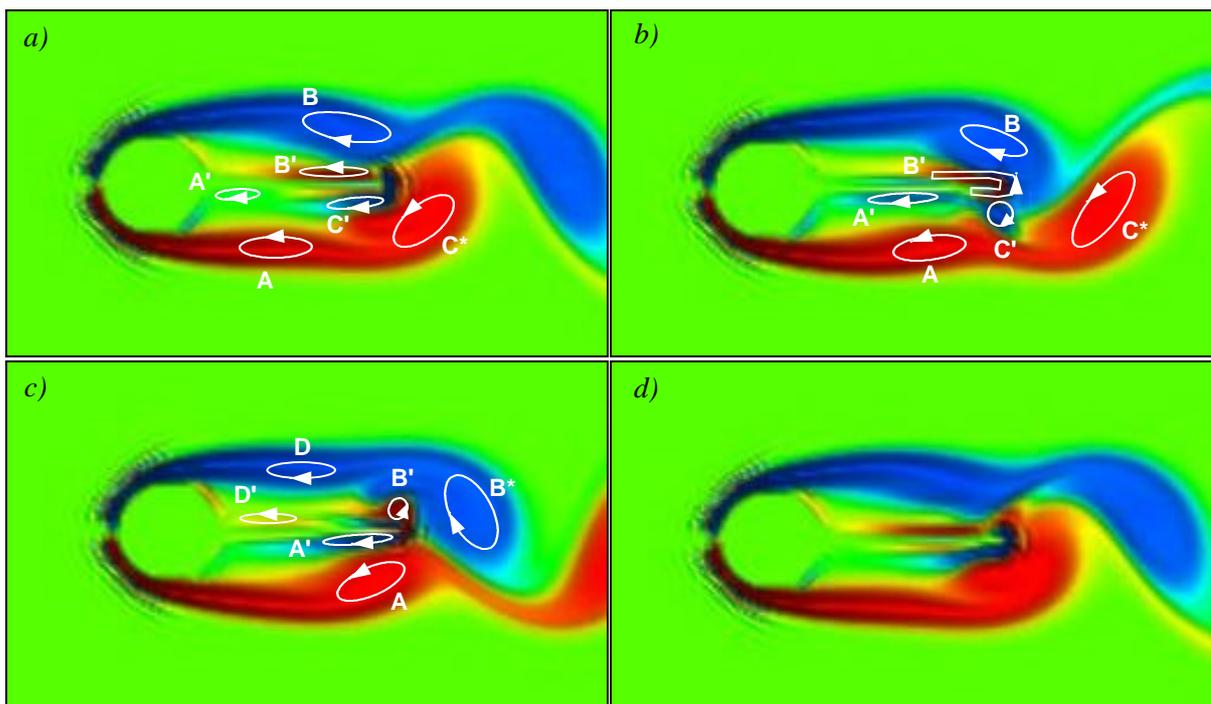


Figura 4.20 – Campos de vorticidade para  $Re = 300$  e  $l/D = 2$ .  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{U} / D$  entre as imagens é igual a 1,49.

Nas figuras 4.20a e 4.20b, à medida que o vórtice B' move-se ao longo da placa, acompanhado pelo vórtice B, o vórtice C' que já está no fim da placa fica aprisionado pelo vórtice C\*.

Enquanto o vórtice C' começa a se acoplar com o vórtice B, na figura 4.20b, o vórtice B' chega também ao extremo da placa, expulsando o primeiro do fim desta.

Na figura 4.20c o vórtice B\* tem origem no acoplamento (*pairing*) dos vórtices C' e B, e ao se formar ele encurrala o vórtice B', que pode ser visto emparelhando-se com o vórtice A na figura 4.20d, onde tem-se aproximadamente o mesmo campo de vorticidade da primeira imagem.

De modo a avaliar a influência que este vórtice exerce sobre a esteira, os espectros de frequência foram analisados em diversas posições no domínio, como apresenta a figura 4.21.

A sonda, ou ponto de medição de velocidades,  $S1$  foi localizada para obter o sinal da camada cisalhante geradora dos vórtices de Kármán, enquanto as sondas  $S2$  e  $S3$  foram situadas para obter os sinais de velocidade próximos à superfície da placa em  $1/4$  do seu comprimento e na sua ponta, respectivamente. A sonda  $S4$  encontra-se distante  $11,5D$  atrás do cilindro no eixo longitudinal da esteira.

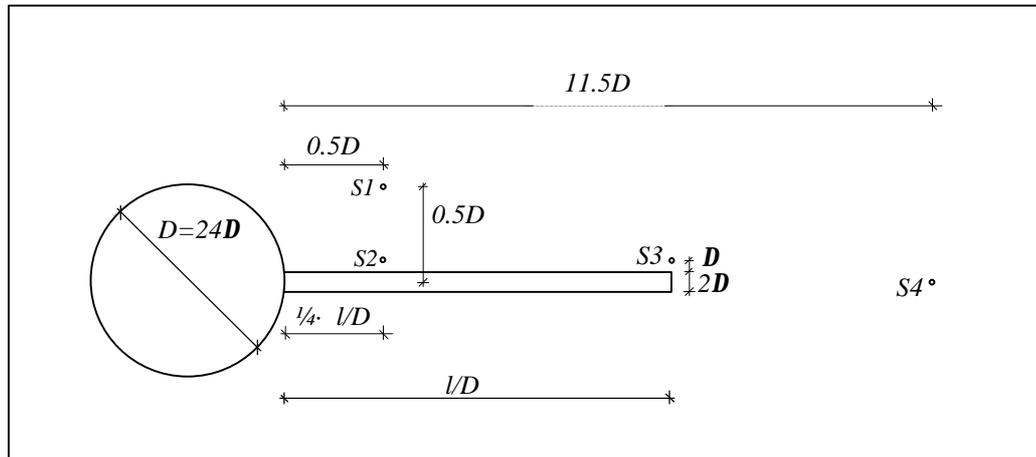


Figura 4.21 – Posicionamento das sondas próximas ao obstáculo.

Como pode ser visto na figura 4.22, o espectro de frequência da componente de velocidade  $u_y$  na esteira do escoamento ao redor de um cilindro sem placa para  $Re = 300$ , na posição  $x/D = 1$  e  $y/D = 0$ , tem picos bem definidos que têm maior potência nos múltiplos ímpares da frequência principal, provavelmente devido a sua posição no eixo da esteira logo atrás do cilindro conforme observado também por Pérsillon e Braza (1998).

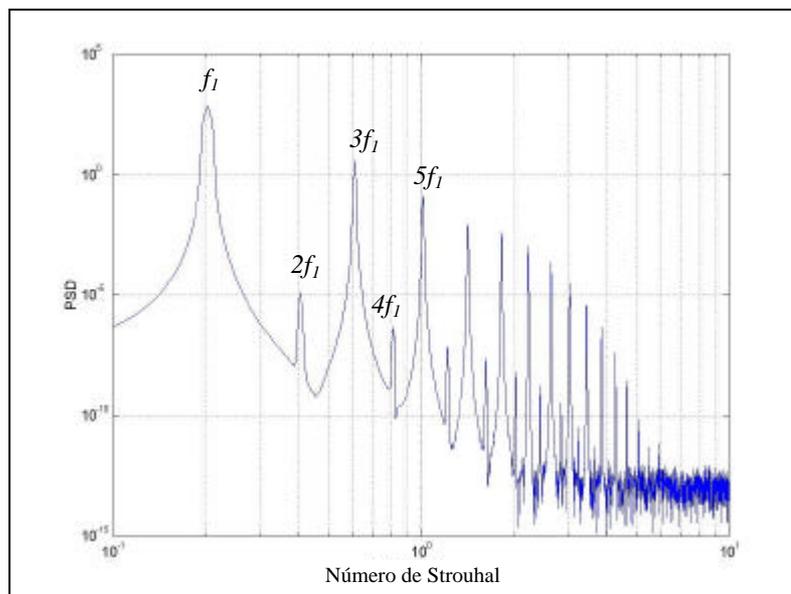


Figura 4.22 – Espectro da componente  $u_y$  em  $x/D = 1$  e  $y/D = 0$  para  $Re = 300$  sem placa.

Devido à presença da placa, o espectro de frequências no ponto  $S1$  (figura 4.23a) altera-se passando a haver menos diferenças entre os picos dos múltiplos pares e ímpares.

O mesmo comportamento é verificado no ponto  $S2$  (figura 4.23b) podendo-se entretanto verificar que este sinal apresenta menos energia. A forte similaridade entre os sinais dos espectros sugere que há uma interação direta entre a camada cisalhante e o camada limite sobre a placa.

Pode-se ver claramente no espectro de  $S3$  (figura 4.23c) a presença marcante de frequências mais altas, antes ausentes nos sinais de  $S2$  e  $S3$ , sugerindo que a amplificação destas frequências pode estar associada com o crescimento do vórtice de fim de placa.

No ponto  $S4$ , no escoamento livre longe do cilindro, encontra-se um espectro de frequência muito similar àquele do escoamento sem placa (figura 4.23d) em que mais uma vez observa-se uma menor potência do espectro nos múltiplos pares da frequência principal. Esta similaridade sugere que o vórtice de fim de placa, uma estrutura secundária do escoamento, não introduz nenhuma nova instabilidade ao escoamento, mas apenas impõe um novo padrão na esteira.

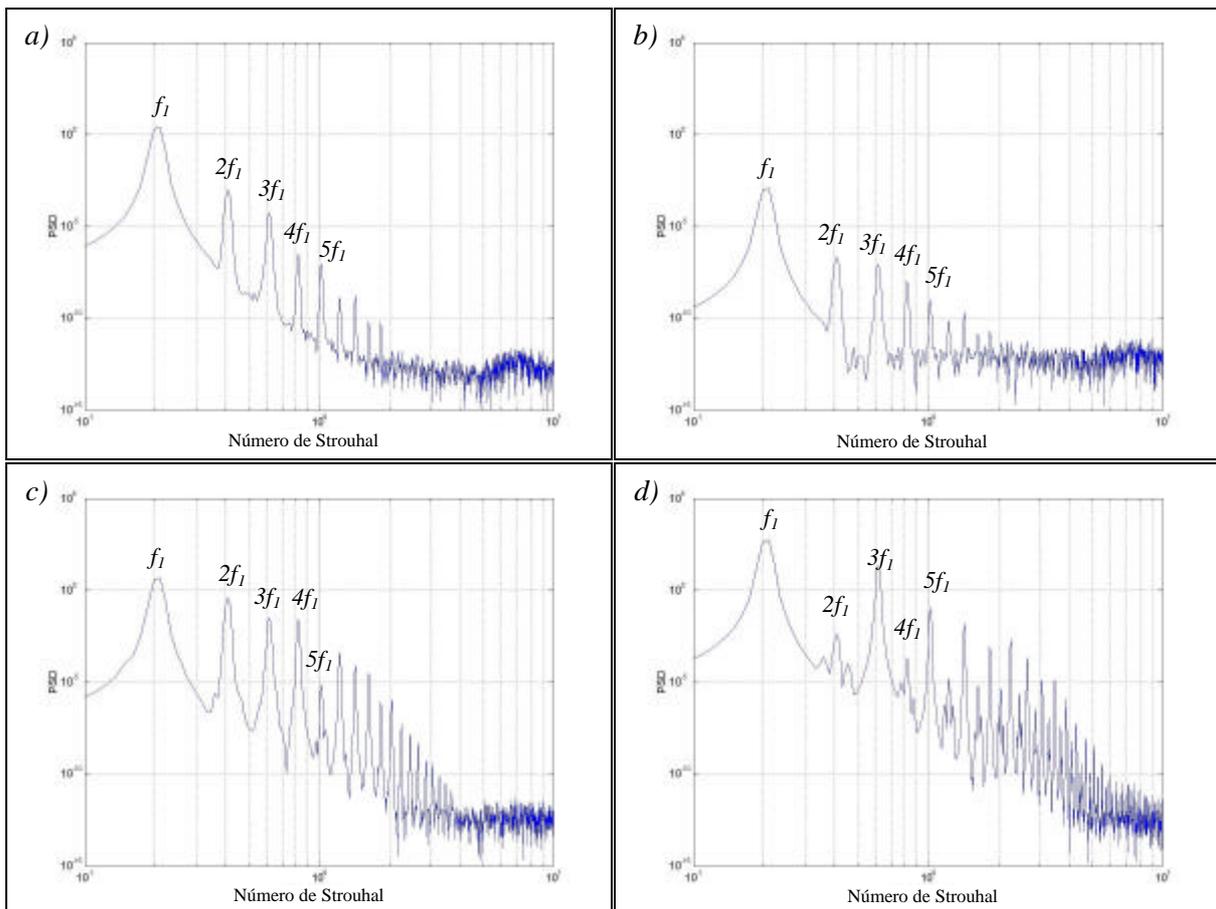


Figura 4.23 – Espectros da componente  $u_y$ , para  $Re = 300$  e  $l/D = 2$  nas posições a)  $S1$ , b)  $S2$ , c)  $S3$  e d)  $S4$ .

4.1.2.2.2 VÓRTICE DE FIM DE PLACA PARA  $l/D$  IGUAL A  $6D$ 

O comprimento de  $6D$  impõe um padrão diferenciado ao escoamento, que deve-se basicamente ao fato do vórtice não apenas se desprender antes do final da placa, mas também conseguir desenvolver-se completamente, i.e., se separar completamente da camada cisalhante, ao percorrer uma extensão menor que o comprimento da placa.

Na figura 4.24 pode ser observada uma seqüência de imagens do campo de vorticidade durante um ciclo de desprendimento.

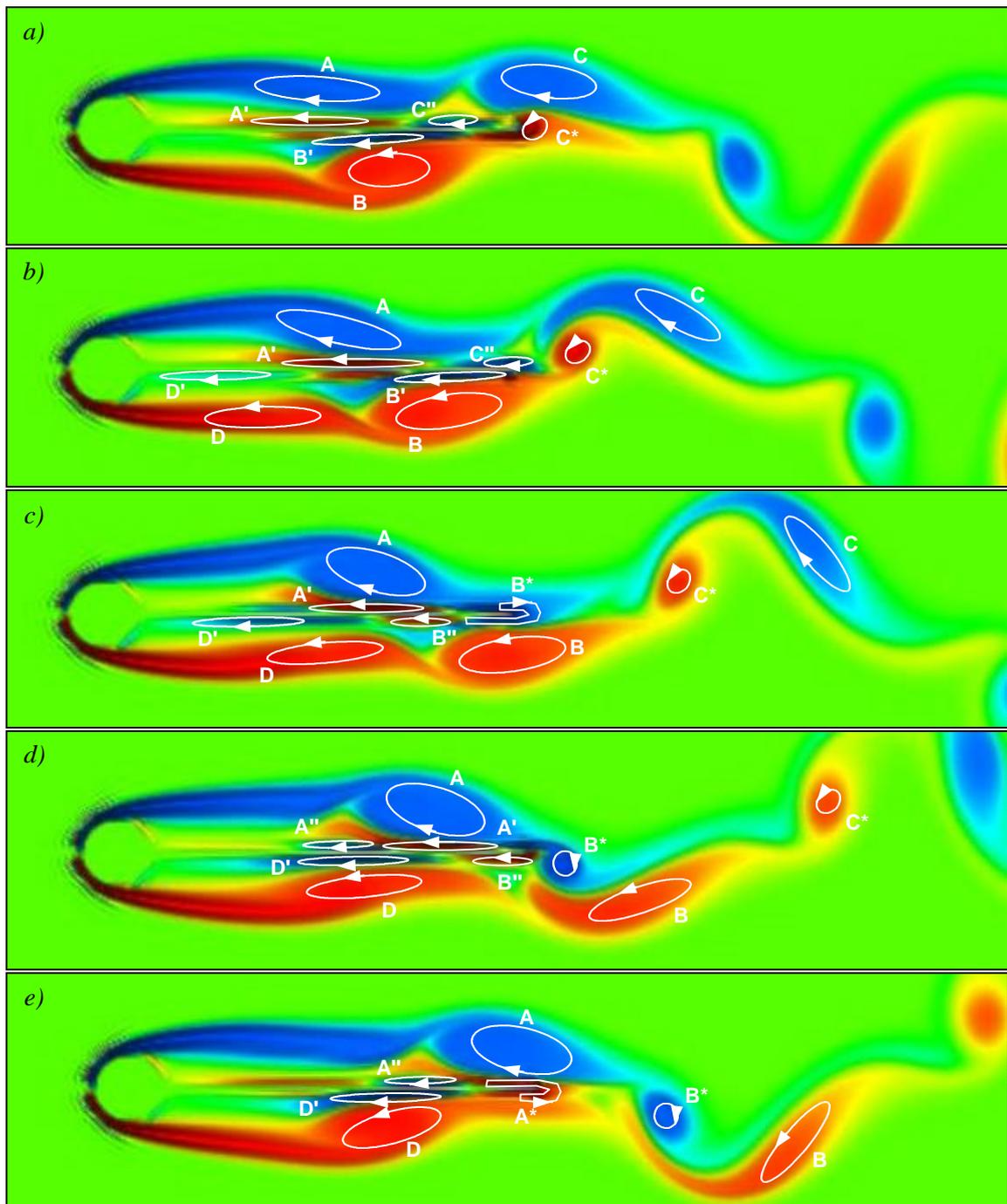


Figura 4.24 – Campos de vorticidade para  $Re = 300$  e  $l/D = 6$ .  $\Delta t \cdot U / D$  entre as imagens é igual a 2,48.

Nas figuras 4.24a e 4.24b, pode-se observar que o par de vórtices formado a partir da ruptura das camadas cisalhantes, os vórtices A e B, e os seus respectivos vórtices de sinais opostos A' e B', deslocam-se em direção ao extremo da placa com o conjunto de vórtices B mais adiantado.

Ao encontrar o final da placa, o vórtice B' une-se ao vórtice C'', remanescente do desprendimento anterior, formando o vórtice B\* (figura 4.24c).

No instante da figura 4.24d, o vórtice B\* se desprende atraído pelo vórtice B na medida que A' e B'' se aproximam. Ao chegarem ao final da placa estes dois se acoplam formando o vórtice A\* (figura 4.24e).

Note-se, então, que desprendem-se dois vórtices de características diferentes de cada lado da placa. Do lado superior desprendeu-se C, um vórtice que teve sua origem unicamente na camada cisalhante, e B\*, um vórtice que originou-se do desprendimento da camada limite da placa. O mesmo ocorre no lado inferior da placa, com os vórtices B e C\*, respectivamente.

Sinais de velocidade obtidos nas mesmas posições apresentadas na configuração da figura 4.21 permitiram a análise dos espectros de potência da figura 4.25.

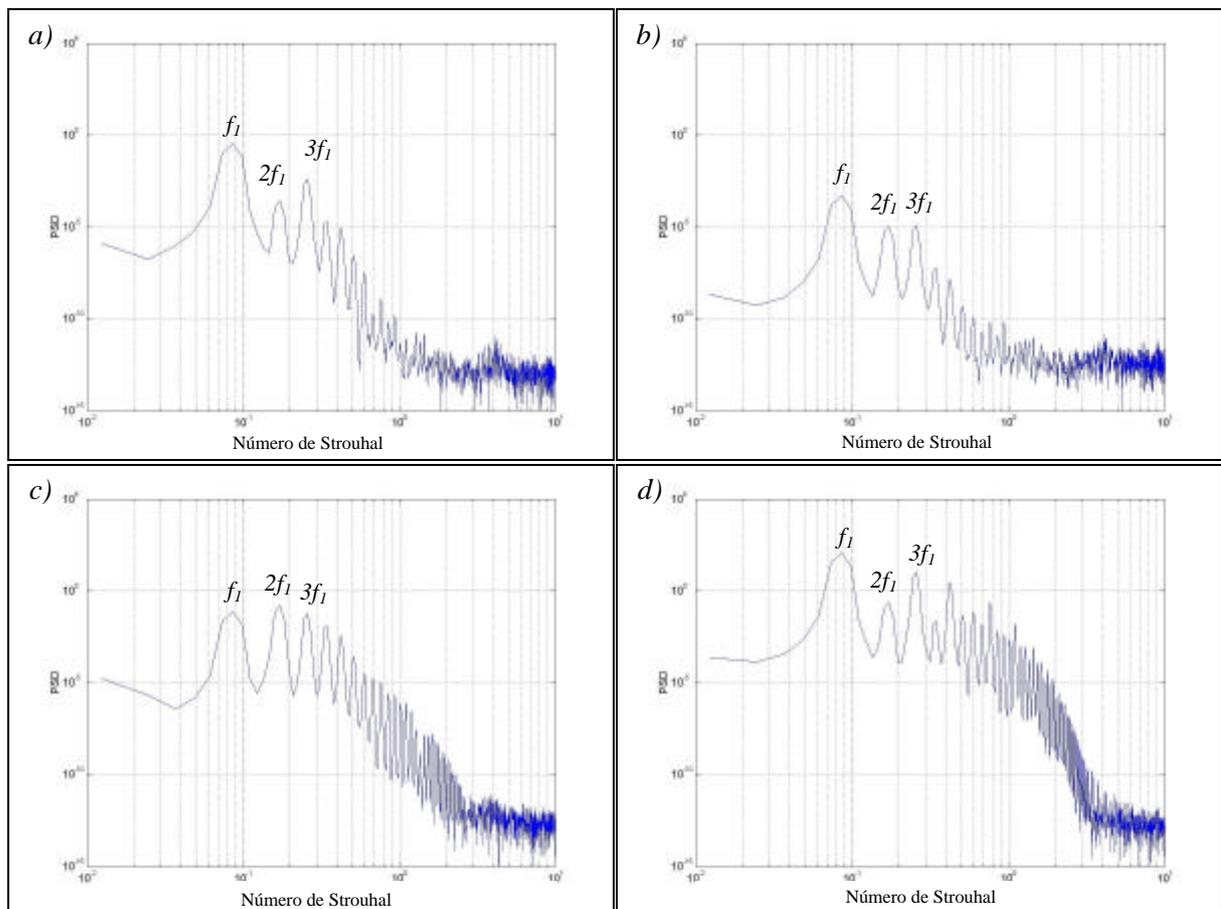


Figura 4.25 – Espectros da componente  $u_y$  para  $Re = 300$  e  $l/D = 6$  nas posições a) S1, b) S2, c) S3 e d) S4.

Os espectros indicam que o escoamento comporta-se de maneira sutilmente diferenciada. Na posição *S1* e *S2* (figuras 4.25a e 4.25b) a frequência principal do escoamento é  $f_1$ , havendo no primeiro caso um pico mais forte no múltiplo  $3f_1$ , enquanto no ponto próximo à placa os múltiplos  $2f_1$  e  $3f_1$  têm intensidade muito próximas.

No ponto sobre a ponta da placa (figura 4.25c) a frequência  $2f_1$  já é levemente mais intensa que a frequência de desprendimento  $f_1$ . Isto possivelmente deve-se ao fato de que neste ponto consegue-se enxergar a presença dos dois vórtices, o do cilindro e o da placa separadamente.

No ponto distante do conjunto (figura 4.25d) o que se observa é a forte presença dos picos que são múltiplos ímpares da frequência principal, encontrando relativa concordância com o espectro do escoamento sem placa (figura 4.22).

A ausência de uma forte intensidade na frequência  $2f_1$  deve-se talvez por que os dois vórtices de mesma vorticidade não passam sobre o ponto de aquisição do sinal, sendo apenas captado o elo que liga os seus centros.

Em resumo, a principal diferença entre o que ocorre para  $l/D = 2$  e  $l/D = 6$  é que no segundo caso a placa é tão grande que o vórtice desprende-se completamente da camada cisalhante antes mesmo de chegar ao fim da placa, não permitindo que ocorra o emparelhamento, na extremidade da placa, entre o vórtice originário do cilindro e o da camada limite do lado oposto da placa. É possível que este emparelhamento ocorra mais a jusante do escoamento, fora do domínio da simulação.

---

## 4.2. SIMULAÇÕES TRIDIMENSIONAIS

### 4.2.1. DEFINIÇÃO DO DOMÍNIO TRIDIMENSIONAL

Em complemento aos estudos bidimensionais foram realizadas três simulações tridimensionais no CRAY T94 do Centro Nacional de Supercomputação – CESUP, localizado junto à Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

As três simulações tridimensionais tiveram por objetivo observar os modos de instabilidade A e B descritos no item 2.1.5, que ocorrem para números de Reynolds entre  $190 < Re < 300$ , e observar a estrutura da esteira na simulação numérica de um escoamento com placa de separação.

Desta forma, foram escolhidas três configurações de escoamento:

1. *Cilindro Circular Reto* –  $Re = 200$ ;
2. *Cilindro Circular Reto* –  $Re = 300$ ;
3. *Cilindro Circular Reto com Placa de separação* –  $Re = 300 - l/D = 6$ .

O domínio no plano transversal utilizado foi o mesmo das simulações bidimensionais:  $L_x = 19D$  e  $L_y = 12D$ , com  $D = 18D$  para as simulações 1 e 2, e  $L_x = 19D$  e  $L_y = 12D$ , com  $D = 24D$ , para a simulação 3.

Mittal e Balachandar (1997) realizaram simulações numéricas diretas para  $Re = 300$  em duas malhas com espaçamento perpendicular igual a  $D_z = 0,028D$  e comprimento  $L_z$  igual a  $D$  e  $2D$ , e uma terceira malha com espaçamento de  $D_z = 0,042D$  para  $L_z = 12D$ , tendo encontrado frequências de desprendimento que diferenciavam-se do valor experimental de Williamson (1996a) em, respectivamente, 3, 2 e 0%.

Os resultados acima sugerem que mesmo aumentando o espaçamento de malha, a dimensão perpendicular exerce uma forte influência sobre a frequência de desprendimento, e que um domínio excessivamente curto pode terminar confinando o escoamento, mesmo para uma malha fina.

Pérsillon e Braza (1998) realizaram simulações numéricas do escoamento ao redor de um cilindro utilizando um espaçamento de malha  $D_z = 0,15D$  em um domínio  $L_z = 2,25D$ , obtendo um resultado de frequência adimensional 1,5% maior que o valor experimental de referência (Williamson, 1996a).

Lamballais e Silvestrini (2002) realizaram simulações numéricas diretas para  $Re = 300$ , com  $D_z = 0,125D$  em um domínio  $L_z = 6D$  e  $12D$  obtendo resultados sensivelmente melhores para os perfis médios do escoamento.

Mukhopadhyay et al. (2002) mostram que em suas simulações numéricas diretas com números de Reynolds na faixa de 100 a 160, em escoamentos com um perfil oblíquo de velocidade ao redor de um cilindro reto, o espaçamento de  $D_z = 0,2$  e  $L_z = 24D$  foi suficiente para capturar as estruturas secundárias, com comprimento de onda  $I = 1D$ .

No presente trabalho optou-se por utilizar uma malha com espaçamento máximo de  $D_z = 0,10$ . Desta forma, a extensão da dimensão  $L_z$  foi definida nos três casos para aproveitar ao máximo a categoria de memória máxima que podia ser utilizada no supercomputador, que é a categoria de 220Mw (Megaword, unidades de memória correspondentes a 8 Megabytes).

Assim sendo, a dimensão  $L_z$  terminou sendo igual a  $10D$  para as simulações 1 e 2 e igual a  $5D$  para a simulação 3.

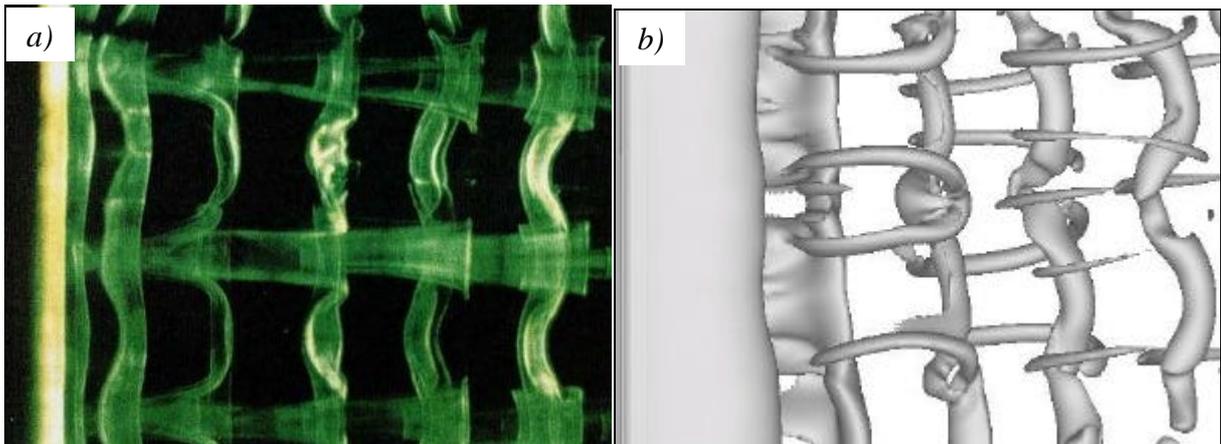
Desta forma, as simulações tridimensionais executadas no CRAY ocuparam uma memória de 216Mw (simulações 1 e 2) e 197Mw (simulação 3), tendo demorado cada passo de tempo aproximadamente 32s em todos os casos.

## 4.2.2. CILINDRO CIRCULAR RETO

### 4.2.2.1. ESCOAMENTO A $Re = 200$

A simulação do escoamento ao redor do cilindro circular reto para  $Re = 200$  permitiu visualizar a formação da esteira de vórtices geradas pela instabilidade do Modo A.

Na figura 4.26 é possível comparar as estruturas das esteiras de um escoamento experimental obtido por Williamson (1996b) e de um escoamento numérico realizado no presente trabalho para o  $Re = 200$ . As estruturas longitudinais observadas na visualização experimental (figura 4.26a) têm comprimento de onda transversal  $I_z = 4,01D$ , enquanto as estruturas formadas pelas isosuperfícies de vorticidade da figura 4.26b apresentam em média  $I_z$  aproximadamente igual a  $4,05D$ .



**Figura 4.26 – a) Visualização com corante,  $Re = 200$  (Williamson, 1996b). b) Isosuperfícies de vorticidade  $w = 1,5U / D$ ,  $Re = 200$ .**

Como mostra a figura 2.19, para  $Re = 200$ , o comprimento de onda das estruturas longitudinais pode variar entre  $3D$  e  $5D$ , podendo ser observado portanto um bom acordo entre as estruturas observadas experimentalmente por Williamson (1996b) e numericamente no presente trabalho.

A medição do comprimento de onda do Modo A é possível apenas nos primeiros estágios da instabilidade, antes que os deslocamentos de vórtices comecem a ocorrer (Williamson, 1996b). De maneira similar, são também observadas dificuldades para verificar numericamente a formação das estruturas do Modo A.

Como apresentado na seção 2.1.5, o Modo A está associado com uma instabilidade gerada a partir do centro dos vórtices primários durante o processo de desprendimento, causando uma ondulação na direção perpendicular, enquanto que o Modo B está associado com uma instabilidade originada na camada cisalhante da esteira, capaz de induzir uma ondulação na direção perpendicular gerando um novo campo de velocidades, e uma nova camada cisalhante.

Segundo Thompson et al. (2001) o escoamento a  $Re = 200$  sofre a influência destas duas instabilidades que interagem não-linearmente resultando numa esteira cuja topologia é instável devido à presença de ambos os modos.

Na figura 4.27 é apresentado um sinal de velocidade  $u_x$  adquirido na simulação tridimensional para  $Re = 200$ , na posição  $x/D = 1$  e  $y/D = 0$ . Este sinal de velocidade é apresentado junto a uma seqüência de imagens de campos de isosuperfícies de vorticidade, com  $w = 1,5U/D$ , que apresentam a evolução da esteira no tempo computacional até  $t \cdot U/D = 345,6$ .

Depois de definido o contorno do cilindro, por volta do tempo  $t \cdot U/D = 40$ , desprendem-se os primeiros vórtices, de características estritamente bidimensionais.

No tempo  $t \cdot U/D = 67$ , depois que aproximadamente cinco ou seis vórtices são desprendidos, parece que a instabilidade do Modo A é amplificada e surgem estruturas longitudinais de comprimento de onda  $I_z \sim 4D$  (figura 4.27a).

Já no tempo  $t \cdot U/D = 86$ , (figura 4.27b) o escoamento apresenta também estruturas de comprimento de onda,  $I$ , igual a  $1D$ , possivelmente relacionadas com o Modo B. Esta rápida transição entre os modos, logo após o início do desprendimento parece sugerir que os dois modos estão se amplificando, sem aparecer um modo dominante.

Durante o período entre  $100 < t \cdot U/D < 160$ , a instabilidade do Modo A mantém-se presente, e os vórtices longitudinais têm comprimentos de onda bem definidos, como mostrado nas figuras 4.26b e 4.27c, para  $t \cdot U/D = 134$ .

No tempo  $t \cdot U/D = 172$ , as estruturas do Modo A já não estão presentes e aparecem novamente no escoamento estruturas longitudinais de comprimento de onda da ordem de  $1D$  (figura 4.27d), até que a esteira começa a apresentar um comportamento completamente bidimensional (figura 4.27e).

Mais uma vez as estruturas tipicamente bidimensionais vão aos poucos se deformando e, desta vez, vórtices longitudinais, aparentemente do Modo B, surgem a partir do escoamento bidimensional (figura 4.27f).

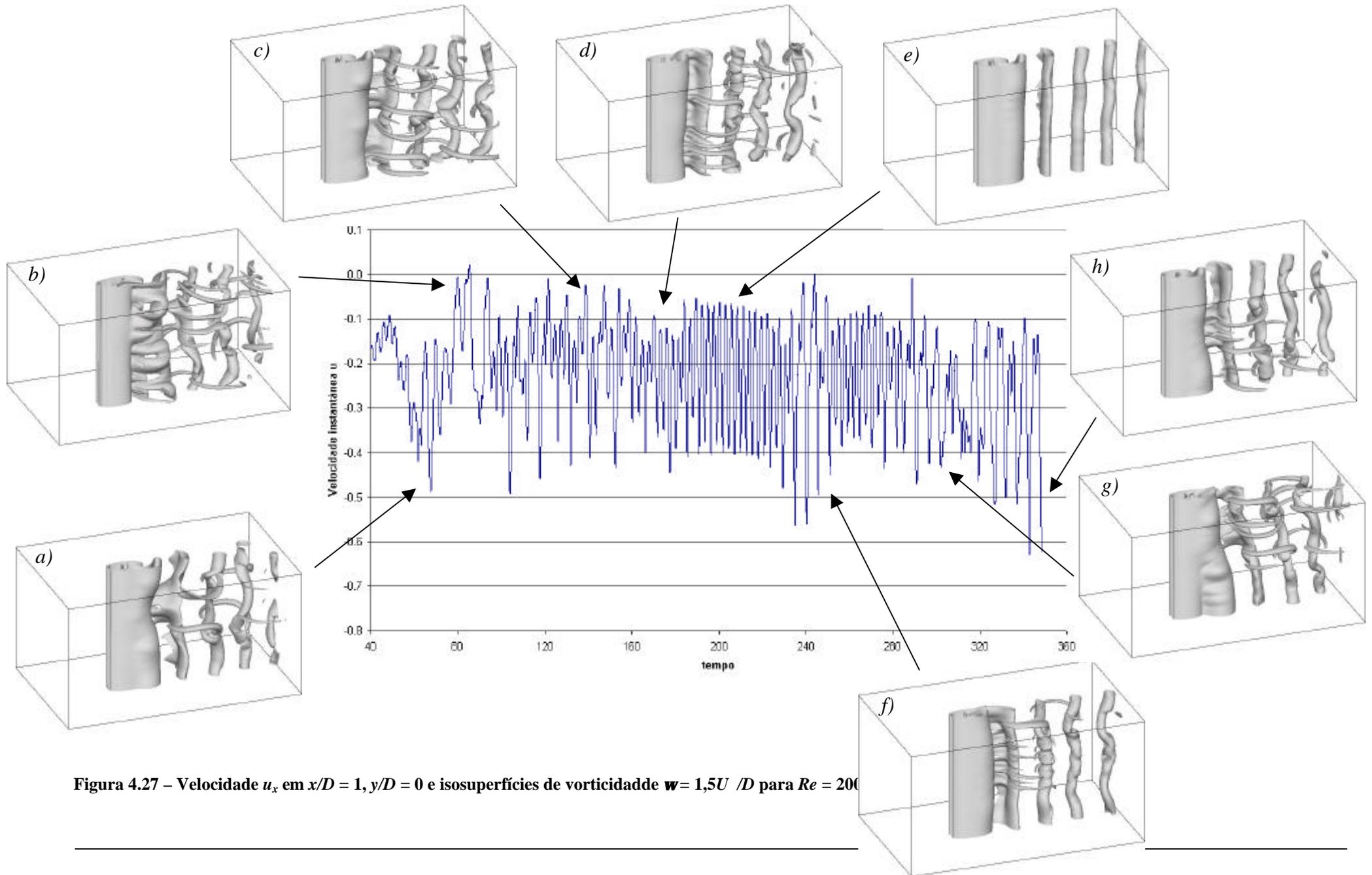


Figura 4.27 – Velocidade  $u_x$  em  $x/D = 1, y/D = 0$  e isosuperfícies de vorticidade  $w = 1,5U / D$  para  $Re = 200$

As duas instabilidades continuam aparentemente se amplificando no escoamento e desestabilizando mutuamente a esteira, pois pode-se observar a presença dos comprimentos de onda característicos de ambas as instabilidades nas isosuperfícies das figuras 4.27g e 4.27h.

A escolha do  $Re = 200$  para a observação unicamente das estruturas do Modo A mostrou-se insuficiente, podendo ser, para tal finalidade, mais aconselhada a escolha de um número de Reynolds menor, próximo a 194.

Da evolução temporal apresentada na figura 4.27 surgem questões sobre o comportamento do escoamento para este  $Re$  que ficarão sem ser respondidas por este trabalho.

Ficou claro que há influência das duas instabilidades sobre as estruturas longitudinais da esteira e que, aparentemente, estas estão em constante processo de amplificação e amortecimento. Mas o curto tempo de observação do escoamento deixa sem resposta a questão se em algum momento, uma das instabilidades conseguirá dominar o escoamento sozinha e por um tempo suficientemente longo.

Como será visto a seguir, na avaliação do escoamento tridimensional a  $Re = 300$ , o Modo B completamente desenvolvido não apareceu no escoamento a  $Re = 200$ , havendo somente vestígios da influência da sua instabilidade no comprimento de onda das estruturas longitudinais em momentos da simulação. É portanto possível que a instabilidade do Modo A, que chegou a desenvolver-se completamente no período de tempo adimensional entre 100 e 160, consiga em algum momento, impor-se continuamente.

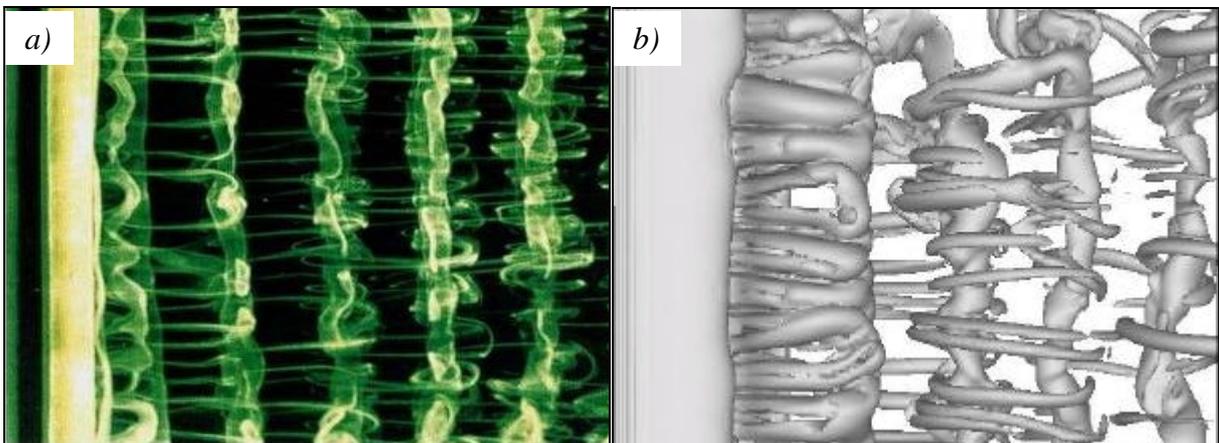
Talvez um dos fatos mais interessantes, como será visto a seguir, é que a frequência de desprendimento parece ser constante, independente das variações que a esteira sofre em virtude das instabilidades dos Modos A e B.

---

#### 4.2.2.2. ESCOAMENTO A $Re = 300$

A instabilidade do Modo B pode ser observada numa simulação do escoamento com  $Re = 300$ . Na figura 4.28 pode-se observar uma comparação entre as estruturas da esteira visualizada experimentalmente por Williamson (1996b), para  $Re = 270$ , e as estruturas simuladas por DNS neste trabalho, a  $Re = 300$ .

Na figura 4.28b pode-se contar dez estruturas longitudinais no domínio  $L_z$  de  $10D$ , indicando que o comprimento de onda destas estruturas,  $I_z$ , é aproximadamente  $1D$ , similar ao das estruturas observadas por Williamson (1996b), figura 4.28a.



**Figura 4.28 – a) Visualização com tinta,  $Re = 270$  (Williamson, 1996b). b) Isosuperfícies de vorticidade  $w = 1,5U / D$ ,  $Re = 300$ .**

Diferente do que ocorre no escoamento a  $Re = 200$ , uma vez que as estruturas longitudinais aparecem no escoamento elas permanecem indefinidamente, sugerindo que a instabilidade do Modo B amplifica-se dominando por completo o escoamento.

Na figura 4.29 é apresentado um sinal de velocidade  $u_x$  da simulação para  $Re = 300$ , na posição  $x/D = 1$  e  $y/D = 0$ . Novamente, é apresentada uma seqüência de imagens de campos de isosuperfícies de vorticidade, com  $w = 1,5U / D$ , ilustrando como evolui a esteira até o tempo computacional  $t \cdot U / D = 235$ .

Na figura 4.29a pode-se observar o primeiro vórtice que desprende-se dando origem a uma esteira de comportamento bidimensional (figura 4.29b) que permanece desta forma até o tempo  $t \cdot U / D = 130$ , quando começa a ocorrer a formação dos vórtices longitudinais.

A partir do tempo  $t \cdot U / D = 153$  (figura 4.29c), os vórtices longitudinais já apresentam-se completamente desenvolvidos e a instabilidade do Modo B permanece influenciando o padrão do escoamento até o final da simulação (figuras 4.29d e 4.29e).

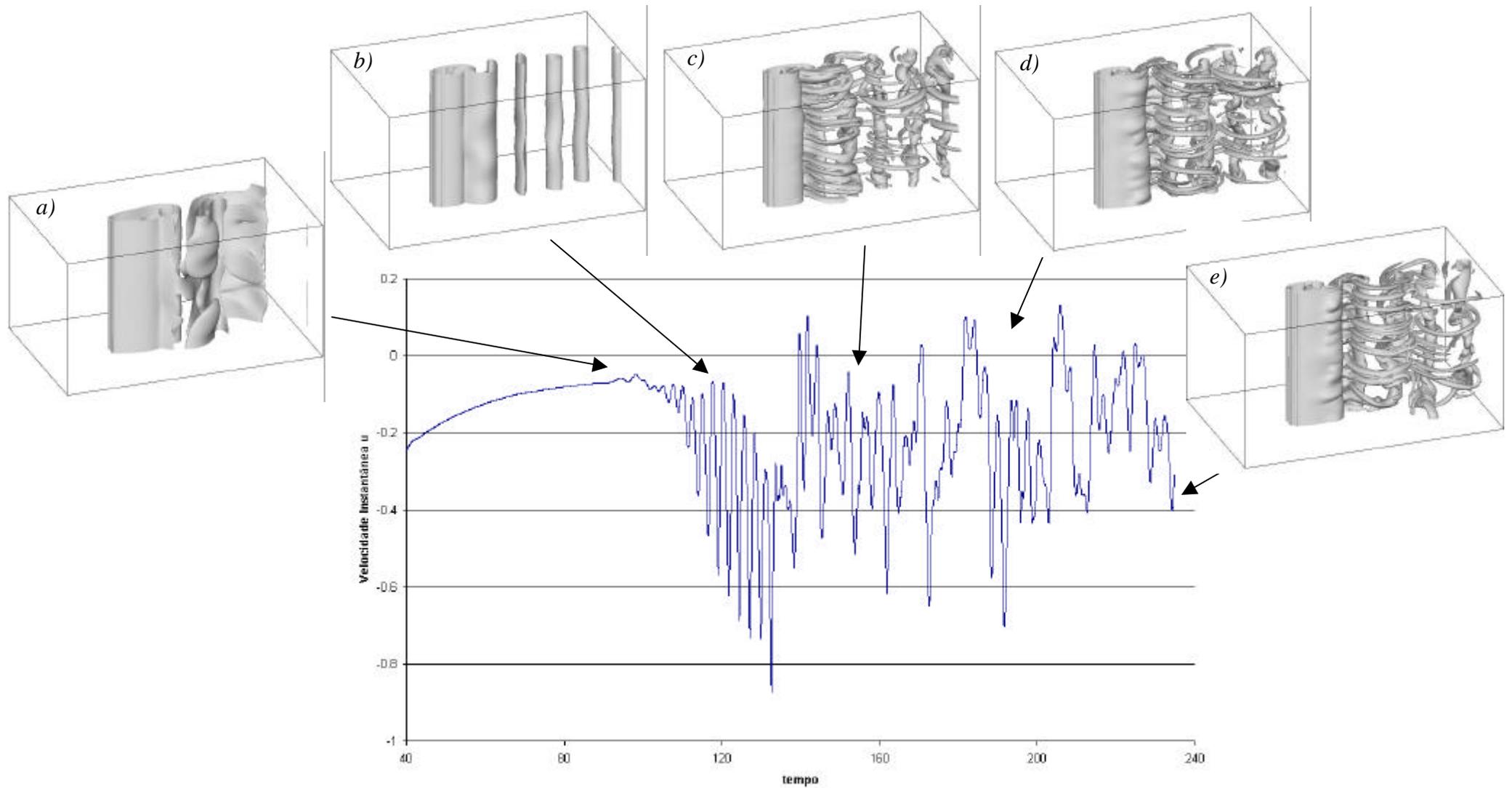


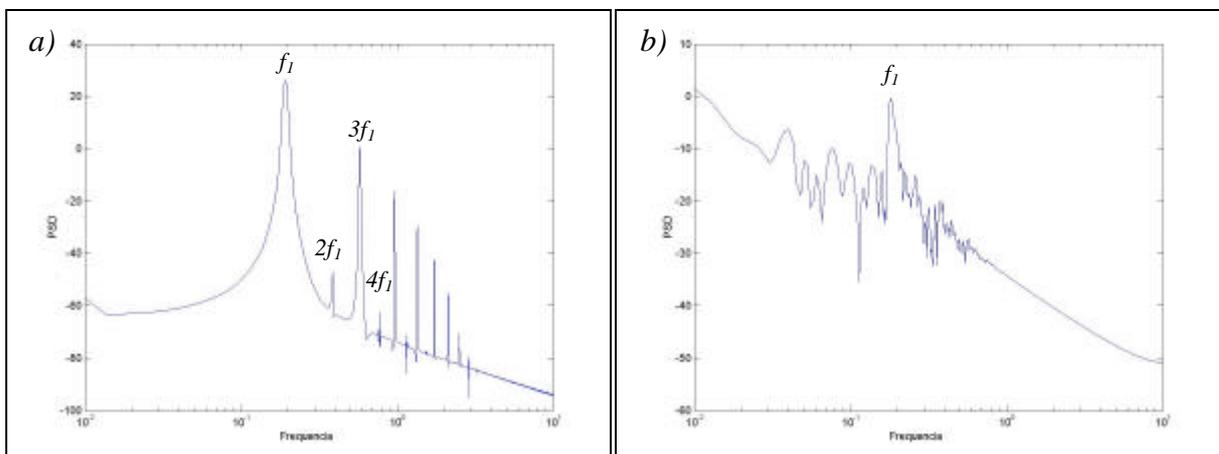
Figura 4.29 – Velocidade  $u_x$  em  $x/D = 1, y/D = 0$  e isosuperfícies de vorticidade  $\mathbf{w} = 1,5U / D$  para  $Re = 300$ .

#### 4.2.2.3. FREQUÊNCIA DE DESPRENDIMENTO DOS VÓRTICES

Em comparação aos resultados das simulações bidimensionais, as frequências de desprendimento de vórtices das simulações tridimensionais sofreram sensíveis alterações.

Para  $Re = 200$  foi mostrado no item 4.1.1.4 que as simulações bidimensionais não conseguem reproduzir as mesmas frequências medidas experimentalmente, pois a instabilidade do Modo A altera tridimensionalmente o padrão do desprendimento.

Na figura 4.30 pode-se observar o espectro de potência medido no eixo central da esteira bidimensional (figura 4.30a), e o espectro da esteira tridimensional (figura 4.30b).



**Figura 4.30 – Espectros da componente  $u_y$  para  $Re = 200$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.**

O sinal bidimensional apresenta uma frequência principal,  $f_1$ , bem definida, igual a 0,191 para malha  $D = 24D$ , e picos com bastante energia para os seus múltiplos ímpares.

O espectro tridimensional apresenta um único pico bem definido na frequência 0,182, que é apenas 1% menor que o valor experimental de Williamson (1989) para o  $Re = 200$ , igual a 0,184.

Na figura 4.31, que apresenta um quadro comparativo de diferentes simulações tridimensionais com resultados experimentais de Williamson (1989), pode-se ver claramente que a esteira tridimensional da simulação para  $Re = 200$  reproduz a frequência experimental com grande eficiência, apesar das instabilidades da topologia da esteira e da malha utilizada, considerada grosseira,  $D = 18D$ .

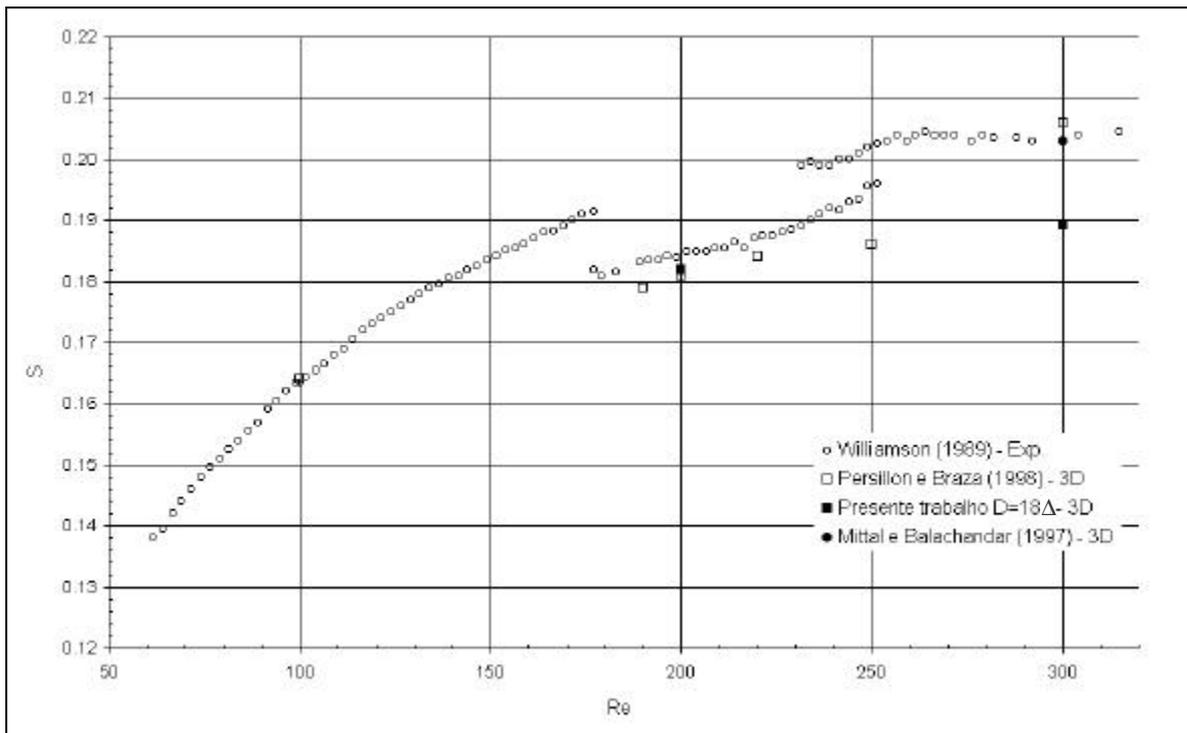


Figura 4.31 – Número de Strouhal x número de Reynolds, resultados numéricos 3D e experimentais.

Na figura 4.32 pode-se observar o espectro a partir da simulação tridimensional para o  $Re = 300$ , que apresenta um pico bem definido para a frequência principal,  $f_1$ , igual a 0,189, 7% menor que o valor experimental encontrado por Williamson (1989), igual a 0,203.

Esta diferença deve-se possivelmente à resolução da malha grosseira,  $D = 18D$ , que para as simulações bidimensionais já havia se mostrado insuficiente. Seu uso se justifica pois o refinamento da malha inteira iria inviabilizar o uso de um domínio longitudinal suficiente para ver as estruturas, principalmente no caso das instabilidades do Modo A.

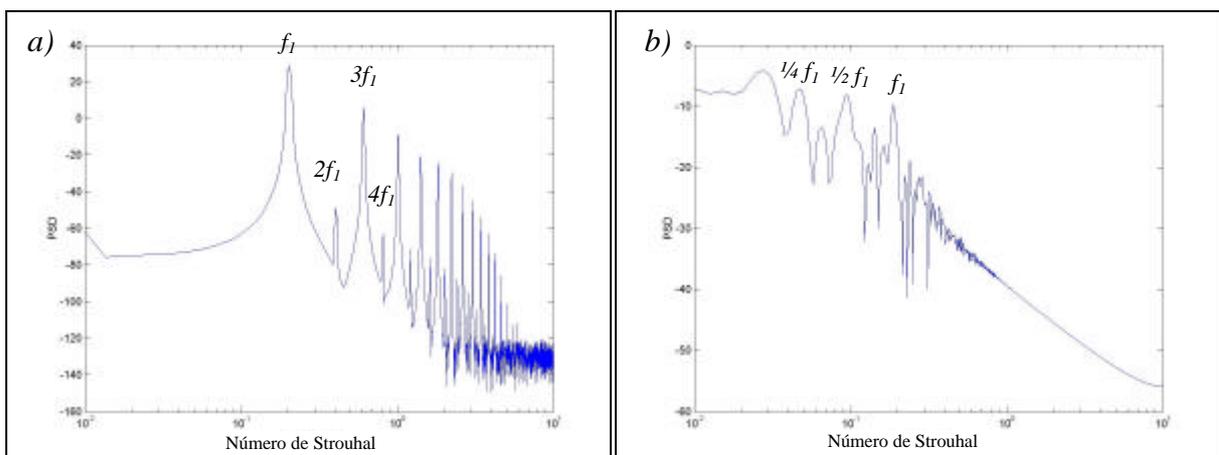
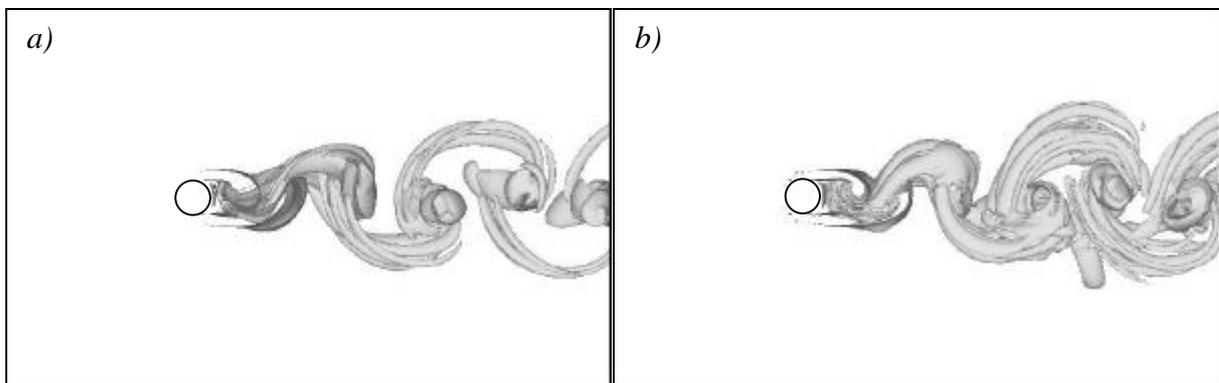


Figura 4.32 – Espectros da componente  $u_y$  para  $Re = 300$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.

Uma interessante observação a ser feita sobre o espectro obtido na simulação tridimensional é a presença destacada de sub-harmônicos da frequência principal, que podem ser resultado de uma duplicação de período que deverá levar o escoamento à turbulência completa à medida que for elevado o número de Reynolds (Karniadakis e Triantafyllou, 1992).

Na figura 4.33 pode-se observar uma vista de topo das esteiras de vórtices no momento em que há os Modos A e B de desprendimento.

Nas imagens pode-se observar a maior espessura da esteira do cilindro para o desprendimento a  $Re = 300$ , e a maior complexidade das estruturas resultantes da instabilidade do Modo B.



**Figura 4.33** – Vista superior das isosuperfícies de vorticidade,  $w = 1,5U / D$ . a) Modo A,  $Re = 200$ ,  $tU / D = 134$  e b) Modo B,  $Re = 300$ ,  $tU / D = 235$ .

### 4.2.3. CILINDRO COM PLACA DE SEPARAÇÃO

A simulação tridimensional com placa de separação, realizada para  $Re = 300$ , foi conduzida até o tempo  $t \cdot U / D = 174,1$ , onde o escoamento parece ter atingido um regime permanente de desprendimento de vórtices.

As características bidimensionais do escoamento são esperadas durante a formação e desprendimento dos primeiros vórtices (figuras 4.34a e b). A geração de estruturas tridimensionais, observada para este mesmo número de Reynolds na simulação 3D anterior, ocorre de forma atenuada por causa da presença da placa (figuras 4.34 c e d), sendo percebidas apenas algumas pequenas oscilações nas estruturas da esteira após o término da placa.

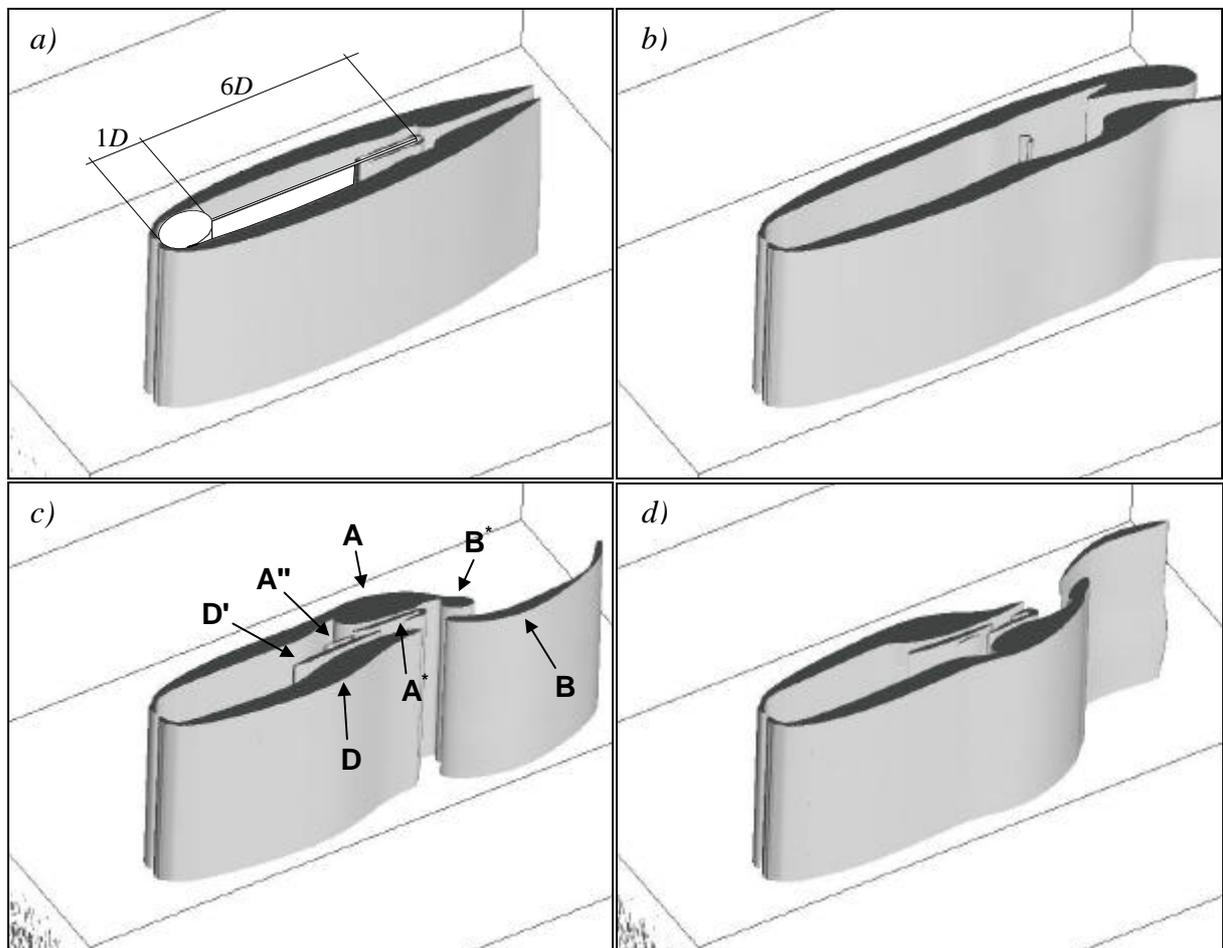


Figura 4.34 – Isosuperfícies de vorticidade,  $w = 1,5U / D$  para  $Re = 300$  e placa de comprimento  $l/D = 6$ . a)  $t \cdot U / D = 29$ , b)  $t \cdot U / D = 65,3$ , c)  $t \cdot U / D = 145,1$  e d)  $t \cdot U / D = 174,1$ .

Apesar das pequenas perturbações sofridas pelos vórtices na esteira, o mecanismo de formação destas estruturas parece ser exatamente o mesmo, sem ser afetado por estas oscilações.

Na figura 4.35 pode-se observar um campo de vorticidade da simulação bidimensional com placa  $l/D = 6$ , onde aparecem indicados os vórtices da esteira, estudados no item 4.1.2.2.2, e na figura 4.34c as mesmas estruturas podem ser nitidamente observadas.

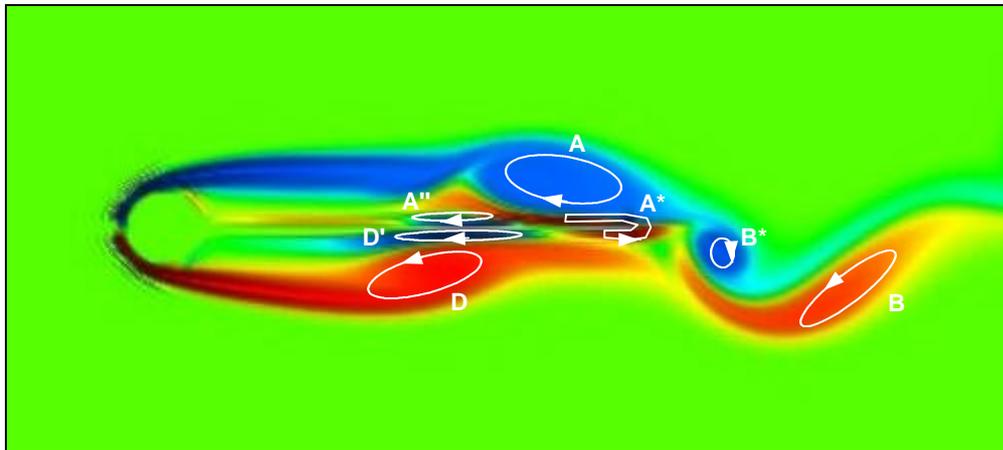


Figura 4.35 – Campo de vorticidade para  $Re = 300$  e  $l/D = 6$ .  $t \cdot U / D = 230,7$ .

Apesar dos campos de vorticidade na esteira terem um comportamento muito similar, a partir do tempo computacional  $t \cdot U / D = 110$  pode-se observar que os sinais de velocidade  $u_y$  (figura 4.36), captados sobre o fim da placa (posição  $S3$  da figura 4.21) apresentam algumas diferenças marcantes.

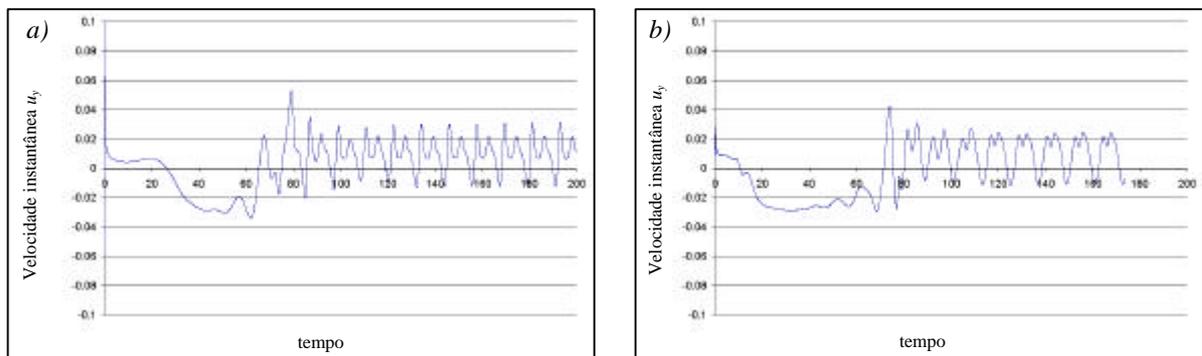


Figura 4.36 – Sinal de  $u_y$  sobre a ponta da placa, a) Simulação 2D e b) Simulação 3D.

Devido à utilização do ruído inicial, o escoamento tridimensional tem uma transição inicial rápida, num tempo similar ao do caso bidimensional. Entretanto o padrão do sinal é bastante diferente sugerindo que podem haver diferenças na frequência de desprendimento.

De fato os espectros de frequência destes sinais de velocidade (figura 4.37) demonstram que há uma variação de 6,4% entre a frequência adimensional da simulação 2D,  $S = 0,0861$ , e aquela da simulação 3D,  $S = 0,0809$ .

A diferença entre os números de Strouhal das simulações com placa 2D e 3D é proporcionalmente maior do que aquela observada entre as simulações sem placa, respectivamente  $S = 0,194$  e  $S = 0,189$ , que resultam numa diferença de somente 2,5%.

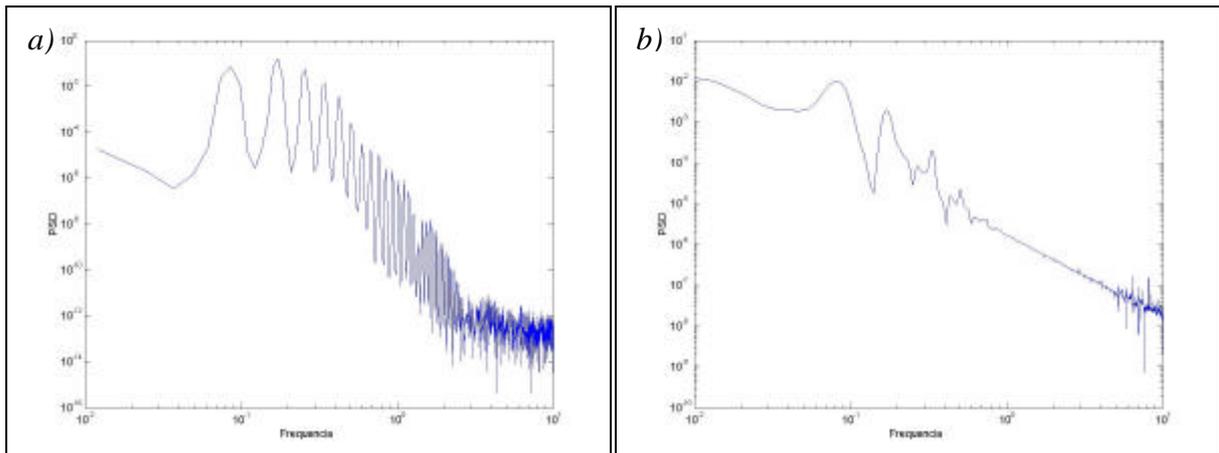


Figura 4.37 – Espectros da componente  $u$ , para  $Re = 300$  e  $l/D = 6$ . a) Simulação 2D; b) Simulação 3D.

Desta forma, é bem provável que, apesar das pequenas oscilações no sentido perpendicular (*spanwise*) observadas nas isosuperfícies de vorticidade, os efeitos da tridimensionalidade do escoamento são sentidos pela esteira afetando a frequência com que os vórtices se desprendem.

A ausência de estruturas longitudinais levantou questões sobre o real estado estacionário do escoamento, de modo que numa tentativa de desestabilizar ainda mais o escoamento as duas últimas simulações de 1600 passos de tempo, equivalentes a um tempo  $t \cdot U / D = 29$  cada uma, foram iniciadas com um forte ruído de 0,10. A presença deste ruído pode ser observada nas figuras 4.34 (c e d), na entrada do domínio das simulações.

Se a esteira tiver realmente atingido um estado permanente de desprendimento, pode-se concluir que, além de reduzir a frequência de desprendimento, a utilização de placas separadoras do escoamento atrás de cilindros circulares a  $Re = 300$  permite a supressão das estruturas longitudinais do desprendimento do Modo B.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O fenômeno de desprendimento de vórtices é responsável pela geração de esforços dinâmicos que induzem vibrações e aumento da força de arraste. Neste contexto o presente trabalho propôs-se a estudar as estruturas tridimensionais das esteiras de vórtices e avaliar o controle do desprendimento através da utilização de placas de separação no regime de transição à turbulência.

Estes objetivos foram alcançados através da análise das estruturas tridimensionais de vorticidade dos modos de instabilidade deste regime e através da análise dos resultados da utilização de placas de separação de diferentes comprimentos situadas a jusante do cilindro.

O uso de simulações numéricas diretas em associação com o método de fronteiras virtuais mostrou-se capaz de representar simulações de escoamentos bi- e tridimensionais transversalmente ao redor de cilindros obtendo resultados de perfis de velocidade, frequências de desprendimento e campos de vorticidade muito similares aos obtidos experimentalmente.

O domínio computacional 2D utilizado,  $C_{ex} = C_{ey} = 6$ ,  $L_x = 19$  e  $L_y = 12$ , mostrou-se capaz de representar o escoamento minimizando os efeitos de confinamento quando utilizada uma resolução de malha apropriada.

O  $\epsilon_{ps}$ , espessura de influência do contorno virtual, igual a  $0,9D$  que foi utilizado na maior parte das simulações do presente trabalho devido a seu menor custo computacional, mostrou-se ruim para malhas finas, onde ele atua aumentando o diâmetro do cilindro representado além da dimensão desejada, sendo seu uso de interesse para malhas com resolução um pouco mais grosseiras, como a de  $D = 18D$ , pois nestes casos o melhor valor de  $\epsilon_{ps}$ , igual a  $0,7D$ , torna-se menos eficiente na representação dos valores médios do escoamento.

O conjunto de coeficientes  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  igual a  $-4000$  e  $-6$ , respectivamente, mostrou-se eficiente em representar a fronteira virtual permitindo a utilização de um passo de tempo não restritivo (o passo de tempo é definido pela condição de estabilidade de CFL - Courant-Friedrichs-Lewy - definida pelo esquema de diferenças finitas) sem corromper a frequência de desprendimento de conjuntos mais restritivos.

A resolução de malha  $D = 18D$  mostrou-se insuficiente para simular escoamentos com  $Re = 300$ , sendo responsável por resultados desvirtuados em até 4% no caso bidimensional, e em 7% no caso 3D, sendo portanto para estes casos fortemente indicado o uso de uma resolução de, no mínimo,  $D = 24D$ .

A introdução de um ruído branco no início dos cálculos tridimensionais mostrou-se essencial para acelerar a instabilidade que gera o desprendimento de vórtices, sem alterar de modo significativo o escoamento.

Apesar da precisão de máquina ter-se mostrado fundamental para amplificar a instabilidade que incita o desprendimento inicial, este fator revelou que não altera a frequência de desprendimento, interferindo apenas na convergência mais lenta dos valores médios do escoamento.

As simulações com placa de separação para os números de Reynolds = 100 e 160 demonstram que é possível reduzir e suprimir o desprendimento de vórtices, concordando com trabalhos numéricos e experimentais realizados anteriormente.

Observou-se que para o escoamento com  $Re = 300$  e  $l/D = 10$  não ocorre a supressão do desprendimento de vórtices, sugerindo que para que isso ocorra há a necessidade da utilização de um comprimento maior de placa, conforme observado por Nakamura (1996) para um perfil  $\vdash$ .

O vórtice de fim de placa, no escoamento ao redor de um cilindro com placa, surge em função da interação de um turbilhão originário da camada limite da placa e do que é desprendido do cilindro, não constituindo uma nova instabilidade que se amplifica e termina por alterar a frequência de desprendimento do escoamento como fazem as instabilidades dos modos A e B.

A esteira da simulação tridimensional para  $Re = 200$  mostrou-se não-permanente apresentando, em alguns momentos, estruturas características da instabilidade do Modo A, de  $l_z/D = 4$ , e estruturas de menor comprimento de onda perpendicular, possivelmente resultantes da amplificação da instabilidade do Modo B, indicando que para este  $Re$  há a presença das duas instabilidades que se amplificam alterando o padrão de desprendimento da esteira.

A esteira da simulação tridimensional para o  $Re = 300$  apresentou a formação das estruturas da instabilidade do Modo B permanentemente, indicando que para este  $Re$  esta instabilidade influencia o desprendimento com maior intensidade.

A simulação tridimensional com placa de separação apresentou a supressão dos vórtices longitudinais, indicando que a placa atua inibindo a instabilidade do Modo B. Entretanto, apesar da menor intensidade de estruturas longitudinais de vorticidade, a frequência de desprendimento sofre influência direta do domínio tridimensional tendo apresentando uma redução de 6,5% em comparação ao resultado do cálculo bidimensional.

O grande número de simulações realizadas gerou um grande volume de dados que não pôde ser explorado em sua totalidade, de modo que é recomendada a análise dos demais dados disponíveis (perfis médios de velocidade e perfis de tensão de Reynolds) em trabalhos subseqüentes para complementar o estudo realizado na presente dissertação.

É de grande interesse a verificação da frequência de desprendimento da simulação tridimensional para  $Re = 300$  a ser realizada com uma melhor resolução de malha, verificando desta forma que é, de fato, esta a razão do mal desempenho obtido pela simulação com malha  $D = 18D$ , cuja frequência é 7% menor que o valor de referência experimental.

Uma possibilidade para dar continuidade a este trabalho é a realização de LES para maiores números de Reynolds, possivelmente até  $Re = 1000$ , para verificar o desenvolvimento das estruturas da esteira no regime subcrítico.

Em relação ao método numérico, a curto prazo deve ser implementada uma nova técnica de representação virtual (Moser, 2002), e a médio prazo deve ser implementada a possibilidade de realizar cálculos com malhas de  $D_x$  e  $D_y$  variável, permitindo refinar a malha na proximidade de interesse e diminuir assim o custo computacional para cálculos com melhores resoluções.

---

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKSELVOLL, K.; MOIN, P. Large-eddy simulation of turbulent confined coannular jets. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 315, p. 387-411, 1996.
- APELT, C. J., WEST, G.S, SZEWCZYK, A. A. The effects of wake splitter plates on the flow past a circular cylinder in the range  $10^4 < Re < 5 \times 10^4$ . **Journal of Fluid Mechanics**. v. 61, p. 401, 1973.
- ARIE, M.; ROUSE, H. Experiments on two-dimensional flow over a normal wall. In: KENNEDY, J. F.; MACAGNO, E. O. **Selected series of Hunter Rouse**. New York: Dover Publications, 1971.
- BALACHANDAR, S.; MITTAL, R.; NAJJAR, F. M. Properties of the mean recirculation region in the wakes of two-dimensional bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 351, p. 167-199, 1997.
- BEARMAN, P. W. Investigation of the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge and fitted with splitter plates. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 21, part 2, p. 241-255, 1965.
- BLEVINS, R. D. **Flow Induced Vibration**. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1997. 451 p., il.
- BRADSHAW, P. Introduction. In: \_\_\_\_\_. **Turbulence**. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1978. p. 1-44, il.
- CIMBALA, J. M., GARG, S. Flow in the wake of a freely rotatable cylinder with splitter plates. **AIAA Journal**. v. 29, 1001, 1991.
- EISENLOHR, H.; ECKELMANN, H. Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low Reynold number. **Physics of Fluids A**, v. 1, p. 189-192, 1989.
- FADLUN, E. A.; VERZICCO, R.; ORLANDI, P.; MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundary finite-difference methods for the three-dimensional complex flow simulations. **Journal of Computational Physics**. v. 161, p. 35-60, 2000.
- FERZIGER, J. H. **Numerical Methods for Engineering Application**. New York: John Wiley & Sons, 1981. 290 p.
- FERZIGER, J. H. Simulation of Turbulence: Techniques and Possibilities. In: **Anais da II Escola Brasileira de Primavera Transição e Turbulência – ETT 2000**. [s.l.: s.n.], 2000. p. 1-13.
- FEY, U.; KÖNIG, M.; ECKELMANN, H. A new Strouhal-Reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range  $47 < Re < 2 \times 10^5$ . **Physics of Fluids**, v. 10, p. 1547-1549, 1998.
-

- GASTER, M. Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 38, p. 565-576, 1969.
- GASTER, M. Vortex shedding from circular cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 46, p. 749-756, 1971.
- GERRARD, J. H. The mechanics of the vortex formation region of vortices behind bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 25, p. 25-401, 1966.
- GOLDSTEIN, D.;HANDLER, R.; SIROVICH, L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. **Journal of Computational Physics**. v. 105, p. 345-366, 1993.
- GUERREIRO, C. B. P. **Resolução numérica das equações de Navier-Stokes com esquemas de diferenças finitas de 4ª ordem** Porto Alegre: UFRGS, 2000. [77]f. il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, BR-RS, 2000.
- HAMMACHE, M.; GHARIB, M. An experimental study of the parallel and oblique vortex shedding from circular cylinders. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 232, p. 567-590, 1991.
- JAROCH, M. P.; FERNHOLZ, H.-H. The three-dimensional character of a normally two-dimensional separated turbulent shear flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 205, p. 523-552, 1989.
- KARNIADAKIS, G. E., TRIANTAFYLLOU, G. S. Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 238, p. 1-30, 1992.
- KIM, J.; KIM, D.; CHOI, H. An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries. **Journal of Computational Physics**. v. 171, p. 132-150, 2001.
- KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P. On the effect of numerical errors in Large Eddy Simulations of turbulent flows. **Journal of Computational Physics**. v. 131, p. 310-322, 1997.
- KWON, K.; CHOI, H. Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates. **Physics of Fluids**, v. 8 (2), p. 479-486, 1996.
- LANDAHL, M. T.; MOLLO-CHRISTENSEN, E. **Turbulence and Random Process in Fluid Mechanics**. 2nd ed. digital printing. New York: Cambridge University Press, 1998. 167 p.
- LAMBALLAIS, E.; SILVESTRINI, J. H. Documentation du code Incompact3d. [s.l.: s.n.]: [1999]. 24 p.
- LAMBALLAIS, E.; SILVESTRINI, J. H. Direct Numerical Simulation of interactions between a mixing layer and a wake around a cylinder. (em impressão) **Journal of Turbulence**, 2002.
-

- LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. **Journal of Computational Physics**. v. 103, p. 16-42, 1992.
- LESIEUR, M. **La Turbulence**. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble, 1994. 262 p.
- LEWEKE, T.; PROVANSAL, M. Model for transition in bluff body wakes. **Physical Review Letters**, v. 72, number 20, p. 3174-3177, 1994.
- LEWEKE, T.; PROVANSAL, M. The flow behind rings: bluff body wakes without end effects. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 288, p. 265-310, 1995.
- MAHESH, K. A Family of High Order Finite Difference Schemes with Good Spectral Resolution. **Journal of Computational Physics**. v. 145, p. 332-358, 1998.
- MEIBURG, E.; LASHERAS, J. C. Experimental and numerical investigation of the three-dimensional transition in plane wakes. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 190, p. 1-37, 1988.
- MITTAL, R.; BALACHANDAR, S. On the inclusion of three-dimensional effects in simulations of two-dimensional bluff-body wake flows. **ASME Fluid Engng Div Summer Meeting**, 1997.
- MOIN, P.; MAHESH, K. Direct Numerical Simulation: A Tool in Turbulence Research. **Annual Review in Fluid Mechanics**. v. 30, p. 539-578, 1998.
- MONKEWITZ, P. A. The absolute and convective nature of instability in two-dimensional wakes at low Reynolds numbers. **Phys. Fluids**. v. 31, p. 999-1006, 1988.
- MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulation of flow in complex geometries. **Annual Research Briefs** (Center for turbulence Research, NASA Ames and Stanford University), p. 317-327, 1997.
- MOSER, C. A. **Simulação Numérica de esteiras em transição utilizando o método dos contornos virtuais**. Porto Alegre: UFRGS, 2002. [70]f. il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, BR-RS, 2002.
- MUKHOPADHYAY, A.; VENUGOPAL, P.; VANKA, S. P. Oblique vortex shedding from a circular cylinder in linear shear flow. **Computers & Fluids**, v. 31, p. 1-24, 2002.
- NAKAMURA, Y. Vortex shedding from bluff bodies with splitter plates. **Journal of Fluids and Structures**. v. 10, p. 147-158, 1996.
- NORBERG, C. An experimental investigation on the flow around a circular cylinder: influence of aspect ratio. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 258, p. 287-316, 1994.
- PERRY, A. E.; CHONG M. S.; LIM, T. T. The vortex-shedding process behind two-dimensional bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 116, p. 77-90, 1982.
- PERSILLON, H., BRAZA, M. Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 365, p. 23-88, 1998.
-

- PRANDTL, L.; TIETJENS O. G. **Applied Hydro and Aeromechanics**. 2nd ed. New York: Dover Publications, 1957. 311 p., il.
- PRASAD, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Aspect ratio and end plate effects on vortex shedding from circular cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 343, p. 235-265, 1997.
- ROSHKO, A. On the drag and the shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. **NACA TN 3169**, 1954. 29 p.
- ROSHKO, A. Perspectives on bluff body aerodynamics. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**. v. 49, p. 79-100, 1993.
- ROUSSOPOULOS, K. Feedback control of vortex shedding at low Reynold numbers. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 248, p. 267-296, 1993.
- SAIKI, E. M.; BIRINGEN, S. Numerical Simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method. **Journal of Computational Physics**. v. 123, p. 450-465, 1996.
- SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory**. 7th ed. New York: McGraw-Hill, 1979. 817 p.
- SCHUMM, M.; BERGER, E.; MONKEWITZ, P. A. Self-excited oscillations in the wake of two-dimensional bluff bodies and their control. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 271, p. 17-53, 1994.
- SILVESTRINI, J. H. Simulação Numérica Direta e de Grandes Escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. In: **Anais da II Escola Brasileira de Primavera em Transição e Turbulência – ETT 2000**. [s.l.: s.n.], 2000. p. 148-219.
- SILVESTRINI, J. H.; LAMBALLAIS, E. Direct numerical simulation of wakes with virtual obstacles. In: **Proc. XI Congress on Numerical Methods and their Applications**. Bariloche, 2000. p. 13-18.
- STRIKWERDA, J. C. **Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations**. New York: Chapman & Hall, 1989. 386 p.
- SUMER, B. M.; FREDSE, J. **Hydrodynamics around Cylindrical Structures**. London: World Scientific Publishing, 1997. 530 p.
- SZEPESSY, S. & BEARMAN, P. W. Aspect ratio and end plate effects on vortex shedding from circular cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 234, p. 191-217, 1992.
- TENNEKES, H. & LUMLEY, J. L. **A first course in Turbulence**. Cambridge: MIT Press, 1977. 300 p.
- THOMPSON, M. C.; LEWEKE, T.; WILLIAMSON, C. H. K. The physical mechanism of transition in bluff body wakes. **Journal of Fluids and Structures**. v. 15, p. 607-616, 2001.
-

- TRITTON, D. J. Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 6, p. 547-567, 1959.
- TRITTON, D. J. A note on vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 45, p. 203-208, 1971.
- UNAL, M. F.; ROCKWELL, D. On the vortex formation from a cylinder. Part 2. Control by splitter-plate interference. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 190, p. 513-529, 1988.
- VAN ATTA, C. W.; GHARIB, M. Ordered and chaotic vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 174, p. 113-133, 1987.
- VON TERZI, D. A.; LINNICK, M. N.; SEIDEL, J.; FASEL, H. F. Immersed boundary techniques for high-order finite-difference methods. **AIAA Paper** 01 2918, 2001. 17 p. il.
- WHITE, F. M. **Viscous Fluid Flow**. 2nd. ed. New York: McGraw-Hill, 1991. 614 p.
- WILLIAMSON, C. H. K. The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake. **Phys. Fluids**, v. 31 (11), p. 3165-3168, 1988.
- WILLIAMSON, C. H. K. Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 206, p. 579-627, 1989.
- WILLIAMSON, C. H. K. The natural and forced formation of spot-like 'vortex dislocations' in the transition of a wake. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 242, p. 393-441, 1992.
- WILLIAMSON, C. H. K. Vortex Dynamics in the cylinder wake. **Annual Review in Fluid Mechanics**. v. 28, p. 477-539, 1996a.
- WILLIAMSON, C. H. K. Three-dimensional wake transition. **Journal of Fluid Mechanics**. v. 328, p. 345-407, 1996b.
- WILLIAMSON, J. H. Low-storage Runge-Kutta schemes. **Journal of Computational Physics**. v. 35, p. 48-56, 1980.
- YE, T.; MITTAL, R.; UDAYKUMAT, H. S.; SHYY, W. An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries. **Journal of Computational Physics**. v. 156, p. 209-240, 1999.
- YU, D.; CHOI, H.; CHOI, M.R.; KANG, S.-H. Control of flow-induced noise behind a circular cylinder using splitter plates. **AIAA Journal**, v. 36, no. 11, 1998.
- ZHANG, H.-Q.; FEY, U.; NOACK, B. R. et al. On the transition of the cylinder. **Phys. Fluids**, v. 7 (4), p. 779-794, 1995.
-