**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física

# O CONCEITO DE SIMETRIA EM FÍSICA E SUA IMPORTÂNCIA PARA A APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DE FÍSICA.

Aires Vinícius Correia da Silveira

aires@via-rs.net

Dissertação realizada sob a orientação do Dr. Marco Antonio Moreira, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre-RS

30 de Janeiro de 2008

Agradeço

ao prof.  Marco Antonio Moreira, por apostar neste trabalho;

à prof(a). Eliane Ângela Veit, por aceitar o convite para participar neste trabalho;

à prof(a). Ruth de Souza Schneider (in memorian);

à Escola Estadual Antonio Gomes Correia pelo apoio ao trabalho;

ao Instituto de Física pelo apoio ao trabalho.

Dedico este trabalho

- a minha mãe, Jurema; e ao

meu pai, José Aires.

# Resumo

Este trabalho sobre a “importância do conceito de simetria para o ensino de Física” consistiu na pesquisa em livros didáticos, e em publicações, de testes com alunos, e da elaboração de uma sugestão de material instrucional sobre simetria em vários campos da Física, utilizando duas teorias de aprendizagem como referente teórico em ensino e aprendizagem (Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e Teoria da Aprendizagem Cognitiva de Ausubel). A pesquisa em livros didáticos e em publicações serviu para verificar se o conceito de simetria está sendo divulgado, em que campos da Física e qual o significado atribuído à simetria. O mesmo teste foi a aplicado para alunos da 7° série do Ensino Fundamental, do 3° ano do Ensino Médio e da disciplina de Física IV do Ensino Superior. Com este teste foi possível comparar vários graus de conhecimento de simetria em cada grau de ensino, chegando à constatação que os alunos reconhecem operações de simetria, ou seja, reconhecem simetrias relacionadas com as suas vivências mais recentes, sendo que apenas os alunos do ensino superior souberam definir o conceito de simetria e, para eles, simetria está relacionada com operações de rotação e reflexão de objetos geométricos, a definição usual do dia-a-dia.

## Abstract

This work about “the importance of the concept of symmetry for the teaching of physics” consisted of a review on educational books and publications, of students tests and the elaboration of an instructional material proposal about symmetry in several physics fields, using two learning theories (Theory Conceptual of Fields of Vergnaud and Theory Cognitive Learning of Ausubel) as theoretical framework. The research in books and publications was useful to check if the symmetry concept has been spread out, in what physics fields and what meaning is assigned to the concept of symmetry. The same test was applied to students of seventh grade of elementary school, to third grade of high school as well as to students taping Physics IV at college level. It was possible to compare the several levels of symmetry knowledge in each level of school learning, getting to the conclusion that students recognize symmetry operations, that is, they recognize symmeties related with their most recent experiences, but only college students were able to define the symmetry concept, and for them it is related with geometric objects rotation and reflection operations, the usual day-by-day definition.

# Sumário

## Lista de Figuras

## Lista de Tabelas

# Introdução

O conhecimento humano é construído internamente para interpretarmos o mundo externo. Como representação do mundo externo, consiste em suposições, que são hipóteses para explicar ou descrever os acontecimentos, hipóteses a serem confirmadas pelos fatos. O conhecimento é uma criação da razão, do raciocínio, representando o mundo.

A Física é uma ciência que procura representar e explicar o mundo físico. O ensino dessa ciência procura construir essas representações e explicações do mundo. Do ensino de Física espera-se inicialmente o desenvolvimento do conhecimento com ênfase prática e conceitual, qualitativa e, num estágio mais avançado, espera-se também um maior domínio do formalismo que possibilite abordagens quantitativas. Acreditamos que este enfoque é o desejado para os cidadãos, independente de sua futura área de formação.

Para os que optarem por áreas de formação que estejam vinculadas à Física, deseja-se que o ensino propicie um avanço no formalismo matemático, no domínio conceitual e na instrumentação.

Em geral, tanto na educação básica, como na superior, o ensino de Física deveria, em nossa opinião, enfatizar os temas como os que seguem:

1. o reconhecimento de grandezas físicas e dos seus significados na interpretação de fenômenos em situações cotidianas, experimentos simples, situações tecnológicas, enfim uma preocupação com os seus significados práticos, mas também reforçando-os através de resoluções de problemas clássicos;

2. a compreensão dos princípios gerais, leis da Física, modelos interpretativos dos fenômenos, assim como suas limitações de aplicabilidade;

3. o domínio da linguagem física, envolvendo representação gráfica, formulação matemática e linguagem verbal, determinante nas descrições físicas e que proporciona a possibilidade de diálogo entre as pessoas;

4. a construção da Física num processo histórico e sua contribuição para a sociedade.

Existe uma tendência atual do ensino de Física que prima pela reflexão compreensiva, para que se evite a aprendizagem mecânica, como é a memorização de fórmulas, que depois de usadas são esquecidas, mesmo que exista reforço por repetição, pois se não há compreensão, nem a recapitulação fará com que ocorra a lembrança.

Também deseja-se uma aprendizagem que propicie a distinção entre o conceito aceito cientificamente e a concepção alternativa. Mas essa distinção pode não ser feita pelo aluno. Então é tarefa do professor, ciente destas possibilidades já investigadas na pesquisa em ensino, alertar ao aluno explicitamente para que ocorra esta distinção entre uma idéia aceita cientificamente e uma concepção alternativa. Caso contrário, as concepções alternativas continuarão a ser usadas para explicar os fenômenos, pois se tais concepções foram funcionais até o momento, o aluno poderá continuar usando-as. Por exemplo, a concepção que a corrente elétrica se desgasta ao longo do percurso no fio e por isto é que a bateria é ligada ao circuito, ou seja, a bateria teria a função de suprir mais corrente para continuar circulando. Sem as informações explícitas, o aluno pode continuar dizendo que a corrente se desgasta.

O mesmo pode ocorrer com a linguagem que envolve conceitos. Na Física uma palavra tem um sentido e no mundo cotidiano tem outra conotação.

O conceito de dimensão, por exemplo, pode ser usado para estabelecer o tamanho de um problema emocional, mas na Física é uma extensão no espaço geométrico.

O conceito de trabalho no cotidiano é o de algum serviço, na Física pode ser o produto escalar de um vetor força por um vetor deslocamento.

O equilíbrio pode ser uma estabilidade mental, na Física pode ser igualdade de forças opostas.

Neste trabalho pretendemos focalizar outro conceito-chave da Física - o *conceito de simetria* – também usado no dia-a-dia. Devido à simetria ser usada no cotidiano, talvez ela não receba a devida atenção nos materiais instrucionais e no ensino. Ou talvez, a simetria cientificamente aceita seja descrita por uma matemática tão abstrata que dificulta o uso da sua conceitualização no ensino, principalmente no ensino médio. Portanto, neste trabalho pretende-se explicitar o papel da simetria, pois há toda uma gama de transformações que levam a leis de invariância física.

Então, inicialmente será visto a filologia da palavra *simetria* nos dicionários, mas a consulta em dicionários não será a única, pois mais tarde outras fontes serão pesquisadas. O motivo da primeira verificação da definição do conceito de simetria ser no dicionário é que esta fonte geralmente é a mais recorrida, é a primeira a ser usada para tal tarefa. Em seguida, uma primeira definição do conceito de simetria será escrita de forma a ser aceita cientificamente pela Física. Posteriormente ocorrerá a análise do seu papel no ensino de Física através de uma investigação em livros didáticos. Como, geralmente, os professores adotam esses livros para suas aulas, também será possível por intermédio da análise dos livros didáticos saber se o conceito de simetria está sendo abordado nas aulas. Esta análise também será estendida às publicações de pesquisa em ensino de Física.

Este conceito será destacado do ponto de vista da teoria de aprendizagem significativa de David Ausubel que afirma que: o que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe e que se deve ensinar a partir do que o aprendiz já sabe, quer dizer, ensinar assuntos para os quais o aprendiz já tenha uma estrutura cognitiva adequada. A aprendizagem será significativa quando a nova informação interagir com conceitos especificamente relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Esta estrutura preexistente é constituída pelo que Ausubel chamou de *subsunçores* (idéias-âncora).

Contudo, antes procuraremos entender o conceito de simetria à luz da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud que afirma: campo conceitual é o conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados.

Na parte empírica deste trabalho, um mesmo teste será aplicado na 7° série, no 3° ano do ensino médio e para alunos de Física IV do ensino superior. O objetivo de um mesmo teste para alunos com diferentes conhecimentos de Física é para comparar os conhecimentos de simetria de cada grupo. Sugestões de aulas sobre o conceito de simetria foram elaboradas. Em anexo também há uma unidade de estudos preparada sobre esse conceito para alunos de ensino médio ou universitário introdutório, objetivando facilitar a captação do significado desse conceito.

Passemos, então, à análise do conceito de simetria, na perspectiva descrita nesta introdução.

## Capítulo 1

# Conceito de Simetria no Dicionário

No Novo Dicionário Brasileiro Melhoramentos Ilustrado (SILVA, 1979, p. 1145), simetria é: “correspondência em tamanho, forma ou arranjo, de partes em lados opostos de um plano, reta ou ponto, tendo cada parte em um lado a sua contraparte, em ordem reversa, no outro lado. Toda espécie de disposição que observa certo equilíbrio.”

No Minidicionário Aurélio (FERREIRA, 1988, p. 469), simetria é: “correspondência, em grandeza, forma e posição relativa, de partes sitas em lados opostos de uma linha ou plano médio.”

No Dicionário Aurélio Eletrônico Século XXI, versão 3.0 (FERREIRA, 1999), simetria é:

1. “correspondência, em grandeza, forma e posição relativa, de partes situadas em lados opostos de uma linha ou plano médio, ou, ainda, que se acham distribuídas em volta de um centro ou eixo”;
2. “harmonia resultante de certas combinações e proporções regulares”;
3. “análise matemática - propriedade de uma função que não se altera em uma determinada transformação de suas variáveis” ;
4. “geometria - propriedade de uma configuração que é invariante sob transformações que não alteram as relações métricas, mas alteram a posição dos seus elementos constitutivos”;
5. “lógica - propriedade da relação que, afirmada entre A e B, pode ser afirmada entre B e A, sem transformação”.

Exemplos:

“Simetria axial. Geom.:

1. Simetria em relação a rotações em torno de um eixo, ou a reflexões neste eixo; simetria cilíndrica.

Simetria bilateral. Biol.:

1. A simetria do corpo da maioria dos animais.

Simetria central. Geom. :

1. Simetria em relação à reflexão em um ponto; simetria polar.

Simetria cíclica. Anál. Mat.:

1. Simetria de uma função sob permutação cíclica.

Simetria cilíndrica. Geom.:

1. Simetrial axial.

Simetria circular. Geom. :

1. Simetria axial de uma configuração plana.

Simetria esférica. Geom.:

1. Simetria sob as rotações em torno de um ponto.

Simetria especular. Geom.:

1. Simetria sob reflexão num plano.

Simetria polar. Geom. :

1. Simetria central.“

No Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa (HOUAISS, 2001, p. 2573), simetria é: “s.f. **1** conformidade, em medida, forma e posição relativa, entre as partes dispostas em cada lado de uma linha divisória, um plano médio, um centro ou eixo **2** p.ext. semelhança entre duas metades **3** p.ext. semelhança entre duas ou mais situações ou fenômenos; concordância, correspondência **4** conjunto de proporções equilibradas **5** frm. Harmonia, beleza resultante de proporções equilibradas **6** GEOM transformação geométrica que não altera a forma, as dimensões ou qualquer outra propriedade de uma figura **7** GEOM.ANL propriedade de uma função que se mantém invariável sob determinadas transformações s. axial GEOM aquela que é caracterizada pelo grupo de rotações em torno de um eixo fixo; simetria cilíndrica s. bilateral BIO aquela em que as partes de um órgão ou organismo estão dispostos de tal forma que este pode ser dividido, ao longo de um plano médio , em duas metades similares [Nas flores, tal simetria é chamada de Zigomorfia.] s.birradial BIO aquele que é, ao mesmo tempo, radial e bilateral; dissimetria. S. central GEOM simetria que deixa uma propriedade invariável sob rotações em torno de um ponto fixo; simetria polar. S.cíclica GEOM aquela que é caracterizada pelo grupo de permutações cíclicas. s. cilíndrica GEOM m.q. simetria Axial. S. circular GEOM aquela que é caracterizada pelo grupo de rotações no plano. S. esférica GEOM aquela que é caracterizada pelo grupo de rotações no espaço. S. especular GEOM aquela que caracterizada pelas reflexões em um plano fixo. S. polar GEOM m.q. SIMETRIA CENTRAL. S. radial BIO aquela em que partes de um órgão ou organismo estão dispostas, ordenadas ou regularmente, em torno de um ponto ou eixo central, resulta em duas partes similares [Nas flores, tal simetria é chamada de actinomorfia.] ETM gr. Summetría,as ‘justa proporção, simetria, pelo lat. Symmetria,ae’id.’; ver simetr(i/o)-; hist. 1563-1570 symmetria, 1720 simetrîa, 1720 symetria, 1836 simetria. SIN/VAR ver sinonímia de assimetria e contraposição. ANT dissimetria; ver tb. Antonímia de assimetria e contraposição.”

No Dicionário UNESP do português contemporâneo (BORBA, 2004, p. 1423), simetria é: “s.f. **1** correspondência, em grandeza, forma e posição relativa, de partes situadas em lados opostos de uma linha ou plano médio, ou, ainda, que se acham distribuídas em volta de um centro ou eixo: a simetria dos mosaicos; a simetria do corpo humano **2** harmonia resultante de certas combinações e proporções regulares: Na transição para o moderno houve a busca da simetria e proporcionalidade da pintura, escultura e também na música. **3** uniformidade ; igualdade: a simetria entre os objetos dos países exportadores **4** proporção correta das partes de um corpo ou de um todo entre si, quanto a tamanho ou forma: a simetria das partes de uma flor (Geom) **5** propriedade de uma configuração que é invariante sob transformações que não alteram as relações métricas, mas alteram a posição de seus elementos constitutivos (Arquit.) **6** cálculo das relações entre as partes de uma construção."

Ora, correspondência em tamanho, forma ou arranjo, de partes em lados opostos de um plano ou reta ou ponto, tendo cada parte em um lado a sua contraparte, em ordem reversa, também é comumente chamada de *reflexão*. Vamos exemplificar a reflexão.

Ao traçarmos uma reta em uma estrela de 6 pontas que passe por duas pontas opostas da estrela, verificamos que de cada lado da reta a forma da semiestrela tem formato igual e reverso. Ao colocarmos um espelho sobre a reta, veremos a imagem refletida da forma reversa da semiestrela, correspondendo ao outro lado da estrela e por isso que tratamos de reflexões sempre usando espelhos.

Nos dois primeiros dicionários, a simetria espacial significa basicamente reflexão ou no máximo, simetria é descrita como: "toda espécie de disposição que observa certo equilíbrio". O Dicionário UNESP do português contemporâneo continua a relacionar simetria ao mundo geométrico, mas faz uma diferenciação, dizendo que pode existir o cálculo das relações das partes de uma construção. E este é um dicionário mais novo que os outros. Contudo, fica muito limitado relacionar simetria ao mundo geométrico. Já em outros dicionários, como o Dicionário Aurélio Século XXI ou o Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa, outras formas de transformações são mencionadas, como: transformações em torno de eixos e pontos, o que pode ser entendido como sendo rotações.

Certas rotações em figuras ou em objetos podem parar em posições que sejam idênticas à imagem original, quer dizer, o formato fica na mesma posição anterior. Contudo, a rotação tem uma condição, o centro do formato espacial tem que ser mantido na origem. Por exemplo, um giro de 90 graus em um cubo levará o cubo a uma posição que é igual à posição anterior. Mas um giro de 45 graus levará o cubo a uma posição diferente da posição anterior. Por isto, nem todas as rotações levarão às mesmas posições anteriores ao giro e a forma não estará na posição anterior.

No terceiro e quarto dicionários existem referências à análise matemática de uma função que não muda sua propriedade sob transformação de suas variáveis. Neste caso, temos uma expansão do significado de simetria, que até o momento era o de não alteração da forma após uma rotação ou uma reflexão, sendo executadas exclusivamente no espaço 3D, mas agora podem ocorrer transformações em variáveis de uma função e essas variáveis podem representar qualquer quantidade, ou seja: velocidade, tempo, distância, etc.

Também faz referência à relação entre A e B que apresentam certas propriedades e que uma relação entre B e A também terá as mesmas propriedades. Neste caso, podemos interpretar esta troca de A para B e B para A como sendo uma *permutação*. Mas os dicionários ainda não fazem referência à translação.

A existência de simetria também pode ser verificada através da *translação*, que pode ser, por exemplo, uma translação espacial ou temporal. A translação espacial é uma operação de deslocamento espacial do sistema, na qual uma quantidade física poderá ser invariante e o com a translação espacial o momento linear poderá ou não ser invariante.

Vimos que os dicionários mais antigos transmitiam o significado da simetria como sendo uma reflexão geométrica, que acreditamos ser a compreensão intuitiva mais popular, pois a reflexão geométrica é visualizada estaticamente e não requer o movimento de um objeto para constatar simetria. Nos dicionários mais novos, o significado de simetria é ampliado, não se restringindo à geometria, entretanto, a palavra "invariância" frente a uma transformação continua sendo usada apenas para as formas geométricas.

Na Física a palavra invariância é usada para qualquer situação que se mantenha a mesma, quando sobre ela atua uma transformação, seja de uma função com variáveis de posição, ou de tempo, ou de uma forma geométrica. As transformações também podem ocorrer em outros espaços que não o Espaço Euclidiano que estamos acostumados. Esses outros espaços foram criados por matemáticos ou físicos, tais como: espaço de Minkowski, espaço de fase, etc.

Destas considerações, de que existem vários tipos de simetrias que podem ser verificadas mediante as transformações, poderemos chegar a uma definição geral do conceito de simetria, dizendo que **simétrica é uma quantidade ou situação física invariante sob determinada transformação e é a *invariância* que caracteriza a *simetria***. Veremos futuramente que está afirmação também está de acordo com: (MARTINS, 1999, p. 33), (NUSSENZVEIG,1988, p. 244) e (MARION e THORNTON,1995, p. 269).

# Capítulo 2

## Revisão sobre Simetria nos Livros Didáticos

Esta revisão bibliográfica de livros didáticos tem por objetivo averiguar em qual contexto o conteúdo de simetria é usado, qual o papel do conceito de simetria nesses livros. Estas revisões foram feitas em alguns livros considerados mais usados ou importantes no ensino médio e universitário. Os livros do ensino superior são aqueles geralmente utilizados no curso de Física do Instituto de Física da UFRGS. Já os livros do ensino médio são aqueles que os professores da grande Porto Alegre a utilizam como referência para suas aulas, muitos deles citados como referência no curso de Licenciatura de Física e que são: Curso de Física 1, 2 e 3 (ALVARENGA, 1997); Física (GASPAR, 2000), Imagens da Física (AMALDI, 1995); Aprendendo Física 1, 2, 3 e 4 (CHIQUETTO, 1996); GREF (Grupo de Reelaboração do Ensino de Física,1991); etc.  O livro Física Fundamental (Bonjorno, 1999) é muito utilizado nas escolas de ensino médio do Rio Grande do Sul. Os restantes dos livros são aqueles disponíveis nas bibliotecas para a consulta dos alunos.

Primeiramente, serão relatados resumos ou transcrições de partes dos livros, onde simetrias são mencionadas. Cada resumo servirá como suporte da análise dos livros, pois acreditamos que a análise será entendida melhor com a exposição da situação de simetria encontrada.  Então, após os resumos uma análise será apresentada incluindo: os tipos de simetrias, os tipos de abordagens utilizados nos livros, em que livro é apresentado o conceito de simetria e para que conteúdo foi encontrada a utilização do conceito de simetria. Finalmente, um comentário geral será apresentado como uma pequena síntese da análise deste capítulo.

### Descrição da Simetria em Livros Didáticos

Os resumos a seguir têm por objetivo apresentar como o conceito de simetria é abordado em alguns livros didáticos. Os livros selecionados são:

1. *Física.* (HALLIDAY, RESNICK, 1983).

Na página 48 do volume 3 temos uma descrição que diz o seguinte: " *Distribuição de carga esfericamente simétrica*. A fig. 28-9 mostra uma distribuição esférica de cargas de raio R. A *densidade de carga* $\rho$ (isto é, a carga por unidade de volume, medida em $C/m^3$ ) não depende da direção onde o ponto está localizado, mas somente da sua distância ao centro da distribuição; situação essa chamada de *simetria esférica*. Calcule o valor de E para pontos (a) no exterior e (b) no interior da distribuição."

Na página 63 do volume 3 está escrito o seguinte: "Por motivos de simetria, as superfícies equipotenciais de uma carga esférica formam uma família de superfícies esféricas concêntricas." (Note-se que a simetria usada é a simetria esférica da distribuição de cargas elétricas.)

Na página 45 do volume 4 é dado o seguinte exemplo para explicar simetria: "Assim, por exemplo, (a) o corpo A atrai o corpo B com uma força $\vec{F}$, o corpo B atrai o corpo A com uma força $-\vec{F}$ (o que acontece), e (b) se existe um elétron negativo, pode muito bem existir um elétron positivo (existe) etc..

Nesta mesma página, temos a seguinte tabela:

Tabela 2.1 - Equações de Maxwell.

I. $\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$

II. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

III. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_B}{dt}$

IV. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$

Após, afirma-se: "..., vemos que os primeiros membros das equações da Tabela 2.1 são completamente simétricos dois a dois, as Eqs. I e II sendo integrais de superfície de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$, respectivamente, sobre superfícies fechadas, enquanto que as Eqs. III e IV são integrais curvilíneas de $\vec{E}$ e $\vec{B}$, respectivamente, ao longo de curvas fechadas".

Depois se refere à assimetria no segundo membro, pois na Eq. I temos a carga q e na Eq. II não temos carga magnética. Também se refere à assimetria do segundo termo da Eq. III com a IV, pois na Eq. IV temos o $\mu_0 i$ e não temos um termo de corrente de monopolo magnético.

Sobre o monopolo magnético temos a seguinte afirmação (pág. 45-46):

"Condições de simetria têm motivado os físicos a procurar o monopolo magnético com grande afinco e de muitas maneiras."

Há outra assimetria, na Eq. III a variação do campo magnético gera campo elétrico, mas na Eq. IV não há a variação de campo elétrico para gerar campo magnético. Acontece que esta equação está incompleta e na página 47 ocorre a complementação da equação IV com a variação do campo elétrico.

2. *Fundamentos de Física.* (HALLIDAY, RESNICK, 1996).

Na página 255 do volume 1 há uma breve discussão sobre leis de conservação e as simetrias da natureza.

O livro relata algumas leis de conservação da Física e depois escreve: “Leis deste tipo devem a sua profundidade e o seu poder a um princípio marcante, inicialmente exposto pelo matemático Emmy Noether: Toda lei de conservação está relacionada intimamente a uma das muitas simetrias existentes na natureza.”

Também dá dois exemplos:

1. “Considere esta simetria: o espaço vazio, supondo ausência completa de qualquer tipo de matéria, deve ser o mesmo em todas as regiões do universo. Surpreendentemente, a Lei de Conservação do Momento Angular pode ser decorrente deste fato. Quando um objeto totalmente isolado, por exemplo, uma bola de basquetebol, começasse subitamente a girar, isto certamente violaria a Lei da Conservação do Momento Angular, e violaria também a simetria sobre a qual esta lei é baseada, porque o eixo da rotação de spin da bola indicaria uma direção privilegiada do espaço. Por que uma direção e não outra? Assim, começamos a ver a conexão existente entre uma simetria e uma lei de conservação.”

2. “Como outro exemplo, considere a lei da conservação da energia. Podemos dizer que ela é baseada na seguinte simetria: no espaço vazio, o tempo em que ocorre um evento não pode ser privilegiado, ou seja, um minuto é tão bom quanto outro minuto. Um dia não pode ser privilegiado em relação a outro dia da semana”.

Em seguida mostra a conexão da simetria com a conservação de energia, dando um exemplo fazendo a suposição de que apenas na segunda-feira a gravidade seria menor, ocorrendo uma quebra de simetria em relação a translação temporal. Então, na segunda-feira seria feito o bombeamento de água para caixa de água no alto, gastando menos energia que nos outros dias e nos outros dias seria possível usar esta água para gerar mais energia, violando a conservação de energia.

Nas páginas 41 à 43 do volume 3 têm as descrições das distribuições de cargas lineares, das distribuições de cargas em um plano e das distribuições de cargas em uma esfera. Esse tipo de distribuição é considerado como sendo de simetria linear, simetria plana para a distribuição planar e simetria esférica para a distribuição esférica.

3. *Curso de Física Básica 1, 2, 3 e 4.* (NUSSENZVEIG, 1988).

Na página 159 do volume 1 tem a descrição dos elementos de simetria relacionados ao centro de massa. No caso:

"se uma distribuição homogênea de massa tem um centro de simetria, ele é também o CM da distribuição. Com efeito, pela definição de centro de simetria, para cada elemento de massa da distribuição existe outro de mesma massa simétrico em relação ao centro. Logo, se $\vec{r}\,'$ é um vetor de posição de um elemento de massa *dm* em relação ao centro de simetria, existe outro de mesma massa e vetor de posição $-\vec{r}\,'$, o que leva ao cancelamento da integral (8.4.6), propriedades características do CM."

Na página 244 do volume 1 consta o seguinte:

"... as leis de conservação estão ligadas a propriedades de simetria de sistemas físicos. Um sistema tem uma propriedade de simetria quando não se altera ao efetuarmos nele uma operação correspondente a essa simetria. Assim, por exemplo, uma esfera tem simetria de rotação em torno de qualquer um de seus diâmetros, porque não se altera se efetuarmos uma rotação de um ângulo arbitrário em torno de um diâmetro".

Em seguida, na página 245, é considerado um sistema de N partículas que tem uma energia potencial que depende da posição e talvez do tempo. O potencial irá variar e a variação da energia potencial será:

$$\Delta U = -\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i + \frac{\partial U}{\partial t} \Delta t$$

Está equação servirá de base para relacionar simetria com leis de conservação.

Vejamos as relações de simetrias com conservação:

1. Suponhamos que a energia potencial não depende explicitamente do tempo (ou seja, não há forças externas dependentes do tempo atuando sobre o sistema), o que implica

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

Transladando o sistema e impondo as mesmas condições iniciais, chegamos a

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dT}{dt}$$

que equivale a dizer

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

ou seja, a conservação da energia em sistemas mecânicos vem da simetria frente translação temporal do sistema, se as forças que atuam sobre o sistema forem conservativas, e não dependerem explicitamente do tempo.

2. Suponhamos que o sistema seja invariante frente a translação espacial $\Delta \vec{R}$.

$$\Delta U = U(\vec{r}_1 + \Delta \vec{R}, ..., \vec{r}_N + \Delta \vec{R}) - U(\vec{r}_1, ..., \vec{r}_n) = -\Delta \vec{R} \cdot (\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i) = 0$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = 0$$

ou seja, sendo $\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$ o momento total do sistema, $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ a conservação do momento linear é obtido por translação espacial.

3. Suponhamos que o sistema seja invariante sob rotação, o deslocamento da posição $\vec{r}_i$ por uma rotação infinitesimal $\Delta\vec{\theta}$ é

$$\Delta\vec{r}_i = \Delta\vec{\theta} \times \vec{r}_i$$

Para que a energia seja invariante sob rotação

$$\Delta U = -\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot (\Delta\vec{\theta} \times \vec{r}_i) = 0$$

chegando a

$$\Delta U = -\Delta\vec{\theta} (\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{F}_i) = \Delta\vec{\theta} \cdot \vec{\tau} = 0$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

Então, da simetria se obtém a lei de conservação do momento angular.

Na página 243 do volume1 está escrito o seguinte:

“Se a resultante dos torques externos em relação a um dado ponto se anula, o momento angular do sistema em relação a esse ponto se conserva.”

Na página 274 do volume 1 mostra-se que duas partículas simétricas ao eixo de rotação apresentam as componentes dos seus momentos paralelas ao eixo de rotação, mas as componentes perpendiculares do momento angular são contrárias, portanto se cancelam, dando uma expressão simples. Essa simplicidade é dada pela simetria em torno do eixo de rotação $\vec{L} = I_{CM}\vec{w}$, sendo $\vec{L}$ e $\vec{w}$ paralelos, onde existem 3 eixos principais que passam pelo centro de massa e relativo a esses eixos temos os momentos de inércia chamados de momentos principais de inércia.

Depois, há exemplos de giroscópios, mas o livro deixa ao leitor fazer a interpretação da simetria no giroscópio.

Na página 21 do volume 3 está escrito que as linhas de força de uma carga puntiforme são tridimensionais e têm simetria de revolução em torno de qualquer eixo que passa pela carga. Descreve então outros tipos de configurações de simetria como:

1. a simetria axial no eixo Z, onde as linhas de força são radiais e perpendiculares ao eixo Z;
2. a simetria planar, onde as linhas de força são perpendiculares a um plano;
3. a simetria esférica, onde as linhas de força são perpendiculares à superfície da esfera.

Na página 393 do volume 4 tem o operador associado ao momento angular, definido por $\hat{l} = \hat{r} \times \hat{p} = i\hbar\hat{r} \times \vec{\nabla}$, sendo que para uma função de onda esfericamente simétrica $\hat{l}\varphi(r) = -i\hbar\hat{r} \times \nabla\varphi(r) = -i\hbar\hat{r} \times \frac{\hat{r}}{r}\frac{d\varphi}{dr} = 0$ e a simetria esférica corresponde ao momento angular zero.

4. *Física Quântica* (EISBERG, RESNICK, 1994)

Da página 282 à 283 estão escritos:

"A figura 6-31 torna bem clara a diferença essencial entre os dois tipos de autofunção do tipo onda estacionária especificadas por (6-79) e (6-80). As funções do primeiro tipo $\Psi_1(x)$, $\Psi_3(x)$, $\Psi_5(x)$,..., são funções pares de x; isto é,

$$\Psi(-x) = +\Psi(x)$$

Na Mecânica Quântica, diz-se que esta função tem paridade positiva. As autofunções do segundo tipo, $\Psi_2(x)$, $\Psi_4(x)$, $\Psi_6(x)$,..., são funções ímpares de x; isto é

$$\Psi(-x) = -\Psi(x)$$

e tem paridade negativa.

As autofunções têm paridade definida, ou positiva ou negativa, porque escolhemos a origem do eixo x de forma tal que o poço de potencial quadrado simétrico V(x) é uma função par de x."

Da página 391 à 397 estão as descrições das funções de onda anti-simétrica e simétrica para duas partículas. As funções são:

$$\Psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) + \Psi_\beta(1)\Psi_\alpha(2)]$$

$$\Psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) - \Psi_\beta(1)\Psi_\alpha(2)]$$

A autofunção simétrica não se altera com a permutação de partículas e funções anti-simétricas ficam multiplicadas por menos um. As funções de densidade de probabilidade não se alteram com a permutação das partículas. Para duas partículas idênticas a troca não altera a indistinguibilidade.

Devido ao Princípio de Exclusão de Pauli aplicado a dois elétrons, supondo que estejam num mesmo estado, chega-se à conclusão que a função de onda que representa os dois elétrons é uma função anti-simétrica, pois a função de onda simétrica é igual a zero para elétrons no mesmo estado, estando de acordo com o Princípio de Exclusão que impossibilita que dois elétrons ocupem o mesmo espaço.

Na página 397 tem uma tabela com algumas partículas com suas características de simetria, que podem ser vistas na tabela 2.2.

Tabela 2.2- Características de Simetria de Várias Partículas.

| Partícula | Simetria | Nome Genérico | Spin(s) |
|---|---|---|---|
| Elétron | Anti-simétrica | Férmion | 1/2 |
| Positron | Anti-simétrica | Férmion | 1/2 |
| Próton | Anti-simétrica | Férmion | 1/2 |
| Nêutron | Anti-simétrica | Férmion | 1/2 |
| Muon | Anti-simétrica | Férmion | 1/2 |
| Partícula $\alpha$ | Simétrica | Bóson | 0 |
| Átomo de Hélio (estado fundamental) | Simétrica | Bóson | 0 |
| Méson $\pi$ | Simétrica | Bóson | 0 |
| Fóton | Simétrica | Bóson | 1 |
| Dêuteron | Simétrica | Bóson | 1 |

Na página 398 tem a descrição de um estado singleto expresso por uma autofunção anti-simétrica e o estado tripleto expresso pela autofunção simétrica.

Na página 481 tem o seguinte:

“Veremos, brevemente, que se duas partículas idênticas forem descritas por uma autofunção total simétrica, isto é, se elas forem, por exemplo, partículas $\alpha$ que não obedecem ao Princípio de Exclusão, a presença de uma delas num estado quântico particular, pelo contrário, reforça consideravelmente a chance para que a outra se encontre no mesmo estado.”

Da página 549 à 550 estão as considerações para uma autofunção com núcleos idênticos. A autofunção total da molécula será simétrica se os spins dos núcleos (bósons idênticos) forem inteiros (0, 1, 2,...) e a autofunção total da molécula será anti-simétrica se os spins dos núcleos (férmions idênticos) forem semi-inteiros (1/2, 3/2,...). Nestas páginas, a autofunção é tratada como um produto dos comportamentos eletrônicos, vibracional, rotacional e de spin nuclear da molécula. A parte eletrônica não contém os índices nucleares. A parte vibracional da separação internuclear é sempre simétrica em relação a uma permuta dos índices nucleares. A parte rotacional será simétrica se r for par e anti-simétrica se r for ímpar. A parte do momento angular associado ao número quântico I tem valores I=1/2, 3/2, 5/2, ... Então, a autofunção molecular completa deverá ser anti-simétrica numa permuta dos dois índices nucleares, que foi descrita da seguinte maneira:

“A duas maneiras disto ocorrer: (1) a autofunção de spin nuclear é anti-simétrica e a autofunção rotacional é simétrica ou (2) a autofunção de spin nuclear é simétrica e a autofunção rotacional é anti-simétrica. Ambas as possibilidades ocorrerão, mas não na mesma molécula. A razão disso é: (1) a simetria do fator autofunção de spin nuclear é determinada pela orientação relativa dos dois spins nucleares (por exemplo, para i=1/2, o caso simétrico correspondente aos dois spins paralelos, enquanto que o caso anti-simétrico corresponde aos dois spins antiparalelos, como no caso dos elétrons com números quânticos s=1/2) e (2) a interação entre os spins nucleares é muito pequena de modo que se eles têm uma orientação relativa particular irão mantê-la por muito tempo (às vezes anos).

Praticamente é como se existissem dois tipos diferentes de moléculas. O tipo com autofunções de spin nuclear simétricas é denominado *orto* e o tipo com autofunções de spin nuclear anti-simétricas é chamado *para,* assim, por exemplo, diz-se ortohidrogênio e parahidrogênio."

Da página 818 à 819 constam as descrições do octeto simétrico:

"Correlacionando-se as propriedades dos mésons e dos hádrons, descobriu-se que seria útil empregar um número quântico Y, denominado hipercarga, ao invés do número quântico estranheza S. A hipercarga é definida por

$$Y=S+B$$

onde B é o número bariônico. Como B é conservado em todas as interações, as regras relativas à conservação de S se aplicam imediatamente a Y. Murray Gell-mann, bem como outros, descobriu que o diagrama de Y versus $T_Z$ para os bárions de spin 1/2 forma uma figura simétrica muito simples e que esse diagrama, quando feito para os mésons de spin 0, apresenta a mesma configuração. Estas figuras em octeto são apresentadas nas figuras 17-21 e 17-22. Elas são chamadas de octetos por conterem oito partículas, incluindo as duas que ocupam a mesma posição central."

5. *Classical Dynamics of Particles and Systems.* (MARION, THORNTON, c1995)

Na página 53 tem o seguinte trecho: " se as leis de Newton são válidas em um referencial, então elas são também válidas em qualquer referencial em movimento uniforme com respeito ao primeiro sistema. Isto é resultado do fato de que a equação de movimento $\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ envolve a segunda derivada temporal de $\vec{r}$, uma mudança de coordenadas envolvendo uma velocidade constante não altera a equação. Este resultado é chamado de Invariante de Galileu ou princípio da Relatividade Newtoniana."

Na página 155 é apresentado o oscilador harmônico com potencial parabólico $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$, correspondendo à força $F(x) = -kx$. Para energias da partícula próximas da energia potencial mínima da parábola, então somente pequenas amplitudes são possíveis e o movimento é harmônico simples. Caso as energias da partícula sejam maiores que a energia mínima da parábola, a amplitude não será mais pequena, então a expressão $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ não será mais precisa e teremos que usar uma força não linear. A força linear é simétrica sobre a posição de equilíbrio. A magnitude da força que exerce sobre a partícula é a mesma para -x e x, sendo que a direção da força é oposta nos dois casos. Desta forma, para energias bem maiores que a energia mínima da parábola, a força precisará de uma correção e para uma situação simétrica da força, o termo de correção terá que ser proporcional a $x^3$:

$$F(x) = -kx + \varepsilon x^3$$

Na página 158 aparece a restauração para o oscilador com formas assimétricas:

$$F(x) = -kx + \lambda x^2$$

Há outras forças de restauração simétrica em um pêndulo plano na página 162.

Na página 269 tem o seguinte trecho:

“Considere um sistema em um campo de força externo. Se o campo possui um eixo de simetria, então a lagrangeana de um sistema é invariante com respeito a rotações sobre os eixos de simetria”

Em seguida é relatada a relação da simetria com as quantidades conservadas:

“A importância da conexão entre a propriedades de simetria e as quantidades físicas podem fortemente ser verificadas”

Convém mencionar o resumo da página 269:

“Nós temos derivados do teorema de conservação de um sistema fechado simples considerando as propriedades de um referencial inercial. O resultado pode ser resumido na tabela 7-1”. A tabela 7-1 do livro pode ser vista na tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Conservações.

| Caracteristica da estrutura inercial | Propriedade de Lagrange | Quantidade Conservada |
|---|---|---|
| Tempo homogêneo | Função de tempo não explicita | Energia total |
| Espaço homogêneo | Invariante por translação | Momento Linear |
| Espaço isotropico | Invariante por rotação | Momento angular |

Na página 267 está descrito o momento angular de um sistema, que é constante, pois apresenta eixo de simetria.

Na página 276 existe um exemplo de pêndulo esférico, onde $\phi$ é cíclico e o momento $p_\phi$ sobre o eixo de simetria é constante.

Na página 293 é descrito um sistema de uma partícula de massa $\mu$ movendo-se em um campo de força central descrito pela função potencial U(r). A energia potencial depende somente da distância da partícula da força central e não da orientação, então o sistema possui simetria esférica. Isto é, o sistema pode ser rotacionado sobre qualquer eixo através do centro de força e esse processo não pode afetar a equação de movimento. Então o momento é conservado:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \text{constante},$$

onde $\vec{p}$ e $\vec{r}$ estão no plano e $\vec{L}$ é perpendicular ao plano.

O lagrangeano pode ser expresso em coordenadas polares:

$$L = \frac{1}{2}\mu(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - U(r),$$

onde $\theta$ é cíclico. O momento angular conjugado para a coordenada $\theta$ é conservado:

$$\dot{p}_\theta = \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}$$

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \mu r^2 \dot{\theta} = \text{constante}.$$

Da página 404 à 454 está descrita a dinâmica dos corpos rígidos e a simetria começa a aparecer na definição de tensor de inércia, sendo $I_{ij} = I_{ji}$ uma matriz simétrica (p. 406).

Na página 414 estão descritos os eixos principais de inércia de um corpo rígido, onde a partir das equações de momento angular é montado um determinante para calcular os coeficientes de inércia para cada eixo principal:

$I_1 = I_2 = I_3$. Quando $I_1 = I_2 = I_3$ a simetria é dita esférica, quando $I_1 = I_2 \neq I_3$ é dito de pião simétrico, quando $I_1 \neq I_2 \neq I_3$ é dito de pião assimétrico. Na página 416 é referido como: *spherical top*, *symmetric top*, *asymmetric top*.

Também são descritas as equações de Euler em casos de força livre com movimento de um pião simétrico, e uma aplicação de pião simétrico com ponto fixo, que é o caso do pião.

Na página 537 é retomada a invariância de Galileu, não utilizando a palavra simetria e sim a palavra covariância. Covariância significa que as equações de movimento são invariantes na forma após uma transformação de Galileu.

6. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics.* (CALLEN, 1982)

Da página 458 à 459 é apresentado um panorama da simetria na Física.

Na página 460 tem uma descrição qualitativa do teorema de Noether, onde é possível chegar a algumas conclusões de que existem quantidades que se conservam. A translação espacial está relacionada com a conservação de momento e a translação temporal esta associada à conservação de energia.

Na página 461 há um relato da relação da Primeira Lei da Termodinâmica com a simetria:

“a princípio podia-se pensar que na termodinâmica, a única simetria está na conservação de energia, mas no estudo da atmosfera de estrelas aparecem parâmetros como o momento linear molar e o momento angular molar. Estes parâmetros estão na entropia, definida pelo logaritmo da função de distribuição, sendo determinada por parâmetros de energia, de três componentes do momento linear molar, de três componentes do momento angular molar, do volume e do número molar. A primeira lei apresenta propriedade de simetria de espaço-tempo e como conseqüência temos a conservação da energia, do momento linear e do momento angular”.

Na página 462 relata como ocorre a quebra de simetria através de um exemplo: “a simetria que pode ser quebrada será vista melhor para um volume. Os modos de vibrações de um volume são descritos pelo número de onda e pela freqüência angular. Para grandes comprimentos de onda, os modos são ondas de som e nesta região a freqüência é proporcional ao número de onda. A freqüência some em k=0 e $\lambda \to \infty$. O volume macroscópico é associado com a amplitude do modo espacial homogêneo. Conseqüentemente, o volume é aceito como uma variável independente do tempo na Termodinâmica. O sumiço da freqüência do modo homogêneo é associado à quebra de simetria”.

Na página 467 consta a descrição da reversão temporal na igual probabilidade dos microestados: “A princípio um sistema isolado gasta igual fração de tempo em cada microestado permitido. Dado o princípio, então segue que o número de ocupação de microestados é máximo, consistente com a restrição externa, que o logaritmo do número de microestados é também máximo (e isto é extensivo), e que o princípio da entropia é válido, interpretando a entropia como proporcional a $\ln\Omega$.

O microestado permitido de um sistema pode ser representado em uma abstração em muitas dimensões do espaço de estados. Neste espaço, os estados permitidos são representados por um ponto discreto. O sistema então segue ao acaso, a irregular trajetória no espaço passa por transições estocásticas entre estados permitidos. Estas transições são garantidas pela irregular perturbação externa, a qual atua sobre um sistema isolado nominal.

As evoluções do sistema no espaço de estados são guiadas por um conjunto de probabilidades de transições. Se um sistema aparece em um instante particular para ser um microestado i, então se pode fazer a transição para o estado j, com probabilidade (por unidade de tempo) $f_{ij}$ . A transição probabilística $\{f_{ij}\}$ forma um sistema, juntando pares de estados através do espaço de estados.

O formalismo da Mecânica Quântica estabelece que, na ausência de campo magnético externo,

$$f_{ij} = f_{ji} \tag{21.2}$$

O princípio de balanço detalhado (equação 21.2) segue da simetria de relevantes leis de Mecânica Quântica sob inversão temporal. (*i.e., under the transformation t* $\rightarrow$ *-t'*)".

7. *Eletromagnetismo* (QUEVEDO, 1977).

Na página 43 encontra-se o seguinte trecho:

"Vejamos mais que, se derivarmos o potencial na direção r teremos a derivada direcional:

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

que é o simétrico do campo $\vec{E}$".

Na página 150 tem o seguinte trecho: "Na eletrostática, a identidade $\nabla \times (-\nabla\Phi) = 0$ nos mostrou que, sendo nulo o potencial do campo elétrico, havia um campo escalar de potenciais $\Phi$ associado ao campo elétrico; dada uma distribuição de carga achávamos o campo de potenciais e o simétrico do gradiente deste campo escalar nos dava o campo elétrico."

8. *Classical Electrodynamics.* (JACKSON, 1975).

A partir da página 171 é apresentada a transformação de calibre de para o potencial escalar $\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\Lambda}{\partial t}$, e para o potencial vetorial $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$, onde os campos sob estas transformações são chamados de invariantes de calibre. A transformação potencial vetorial é constituído por um potencial vetorial arbitrário a menos de um gradiente de uma função escalar $\Lambda$. Já a transformação do potencial escalar é constituído por um potencial escalar arbitrário a menos da variação temporal de uma função escalar $\Lambda$. Essas transformações de calibre têm que respeitar a condição de Lorentz $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$.

É importante ressaltar que o calibre de Lorentz é um conceito independente do sistema de coordenadas escolhidas e enquadra-se naturalmente nas considerações da relatividade restrita.

Tem-se também na página 172 o calibre de Coulomb, que considera $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ e obtém-se $\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} J_z^2$ que vem da equação não homogênea de Maxwell. O calibre de Coulomb ou transversal é usado quando não existem fontes.

Na página 400 aparece o invariante de Lorentz, onde o intervalo de tempo ou de espaço tem a divisão da separação entre dois eventos do cone de luz e a separação será um invariante de Lorentz.

Na página 410 é relatado algo sobre o grupo de Lorentz não homogêneo ou grupo de Poincaré, na qual um trecho expressa o seguinte:

“O grupo de transformações que deixa invariante a forma

$S^2(x,y) = (x_0 - y_0)^2 - (x_1 - y_1)^2 - (x_2 - y_2)^2 - (x_3 - y_3)^2$ é denominado grupo de Lorentz não-homogêneo ou grupo de Poincaré".

9. *Física.* (ALONSO, FINN, 1990).

Da página 887 à 890 estão descritas a simetria de paridade, a carga conjugada e a inversão temporal. As operações de simetria fornecem algumas indicações sobre as propriedades das interações fundamentais. Vejamos as operações:

1. a paridade é uma forma de simetria, na qual é descrito que a paridade é conservada se a imagem de um processo nuclear de transformação de uma partícula em outros tipos de partículas (reflexão do processo original), também for um processo que ocorre na natureza, quer dizer, que a interação envolvida no processo deve ser invariante em relação à operação de paridade;
2. a conjugação de carga é outro item verificado no processo interacional, pois uma interação é invariante em relação à carga conjugada ou com a carga normal (não conjugada). Lembrando que carga conjugada é a antimatéria da matéria em análise;
3. inversão temporal também é analisada para verificar a invariância de um processo de interação nuclear. A invariância de inversão temporal é quando o processo tanto pode ocorrer para frente no tempo, quanto para trás no tempo.

A paridade do momento linear de uma partícula sob reflexão, por exemplo, tem a componente perpendicular em direção oposta $P_\perp = -P'_\perp$. Já a partícula com momento angular tem por reflexão a componente paralela em direção oposta $L_\parallel = -L'_\parallel$. O $\vec{P}$ é considerado vetor polar e $\vec{L}$ é considerado vetor axial.

O mesmo acontece no eletromagnetismo, o campo elétrico é um vetor polar e o campo magnético é um vetor axial.

Lembremos que nem todos os fenômenos físicos têm simetria, por exemplo, interação fraca do tipo $\pi^- \to \mu^- + \nu_{\mu^+}$ não apresenta simetria após uma operação de paridade, pois a reflexão do processo apresentaria helicidade que não existe na natureza.

Na página 895 descreve-se um pouco de cosmologia e há um trecho que fala sobre quebra de simetria. O trecho é o seguinte:

"À medida que a energia média das partículas diminuía, ocorreram vários fenômenos, designados transições de fase ou quebra de simetria, quando se atingiam determinadas energias." Estas transições provocaram transformações que permanecem até hoje, mantendo-se por um período de $10^6$ anos.

10. *Introdução à Física do Estado Sólido* (KITTEL, 1978)

As página 1 à 70 são dedicadas ao tratamento dado à cristalografia, que inicia com a definição de rede, seguida das operações de simetria importantes neste estudo:

"As operações de simetria de um cristal são operações que transformam uma estrutura cristalina nela própria. Estas operações incluem as operações de translação da rede (2). Além destas, existem operações de rotação e de reflexão denominadas operações pontuais. Em certos pontos da rede ou em torno de certos pontos especiais no interior de um paralelepípedo elementar, é possível aplicar rotações e reflexões que transformam o cristal nele mesmo".

Em seguida são mostrados os vários tipos de representações, os tipos de cristais, os grupos cristalográficos os quais pertencem, as técnicas de medidas para detectar qual é o tipo de cristal e assim por diante.

11. *The Feynman Lectures on Physics.* (FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964)

No capitulo 11 do volume 1 é apresentado um tratamento vetorial para simetria.

No capítulo 52 do volume 1 há inicialmente uma apresentação sobre simetria e são citados alguns operadores de simetria. São eles:

1. translação no espaço;
2. translação no tempo;
3. rotação através de um ângulo fixo;
4. velocidade uniforme em uma linha reta (translação de Lorentz);
5. reversão temporal;
6. reflexão de espaço;
7. permuta de átomos idênticos ou partículas idênticas;
8. fase de mecânica quântica;
9. carga conjugada.

Em seguida, neste mesmo capítulo, os operadores são explicados de forma qualitativa, sendo que o relato dos temas abaixo não foge do que já foi relatado até agora. Os temas são:

1. simetria em espaço e tempo;
2. simetria e leis de conservação;
3. reflexão do espelho;
4. vetor polar e vetor axial;
5. qual domínio é direito;
6. paridade não é conservada;
7. simetria quebrada.

Especificamente, vejamos o que o livro descreve sobre a quebra de simetria para os vários tipos de interações. Por exemplo, existe simetria na interação nuclear entre próton e próton, entre próton e nêutron. Porém, na interação eletromagnética existe repulsão entre prótons, mas não entre nêutrons. Pode-se usar simetria para nêutrons na interação forte, mas não para a interação eletromagnética.

As órbitas dos planetas não são circulares, mas elípticas, portanto não têm a perfeição do círculo.

No capítulo 25 do volume 2, o tema é a invariância das equações eletromagnéticas. No capítulo 26 do volume 2, a simetria é tratada frente as transformações de Lorentz e no capítulo 30 do volume 2 tem um pouco de cristalografia para simetrias em duas e três dimensões.

No volume 3, capítulo 17 temos:

1. simetria;
2. simetria e conservação;
3. leis de conservação;
4. luz polarizada;
5. a desintegração da $\Lambda^0$;
6. sumário das matrizes de rotação.

Na seção 17-1 do volume 3 tem a descrição da operação reflexão nos estados de uma molécula de amônia $NH_4$. A molécula tem quatro prótons, um de cada átomo de hidrogênio. O próton 1 será de um átomo hidrogênio e o próton 2 será do outro átomo de hidrogênio. Quando o elétron estiver orbitando o próton 1 diremos que o elétron está no estado $|1\rangle$ e quando o elétron passar a orbitar o próton 2 diremos que o elétron está no estado $|2\rangle$. A operação reflexão faz com que o elétron passe do estado $|1\rangle$ para $|2\rangle$ e do estado $|2\rangle$ para o estado $|1\rangle$, desde que os prótons sejam idênticos.

“*Since the protons are identical, the operation of reflection changes* $|1\rangle$ *into* $|2\rangle$ *and* $|2\rangle$ *into* $|1\rangle$*.*” (p. 17-1).

O operador pode ser descrito pelo elemento de matriz

$$\begin{aligned}
\langle 1|P|1\rangle &= \langle 1|2\rangle = 0 \\
\langle 1|P|2\rangle &= \langle 1|1\rangle = 1 \\
\langle 2|P|1\rangle &= \langle 2|2\rangle = 1 \\
\langle 2|P|2\rangle &= \langle 2|1\rangle = 0
\end{aligned}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

“*We see once again that the words operator and matrix in quantum mechanics are pratically interchangeable*.” (p. 17-1).

Podemos ter um operador que atua  no tempo, por exemplo: suponhamos que no tempo t=0, o estado $|1\rangle$ tem probabilidade máxima e o estado $|2\rangle$ tem probabilidade zero. Após um tempo, o estado $|1\rangle$ poderá ter probabilidade $\frac{3}{4}$ e o estado $|2\rangle$ poderá ter probabilidade $\frac{1}{4}$.

O mesmo pode ocorrer quando o estado $|1\rangle$ tem probabilidade zero e o estado $|2\rangle$ tem probabilidade máxima. Após passar o mesmo tempo, o estado $|1\rangle$ poderá ter probabilidade $\frac{1}{4}$ e o estado $|2\rangle$ poderá ter probabilidade $\frac{3}{4}$. Nestes dois casos os comportamentos são simétricos.

Na seção 17-3 tem o seguinte: suponhamos um estado $|\Psi_1\rangle$ que evolui no tempo para $|\Psi_2\rangle$, tal que $|\Psi_2\rangle = \hat{U}|\Psi_1\rangle$, e através do operador $\hat{Q}$ podemos transformar $|\Psi_1\rangle$ para $|\Psi'_1\rangle$ e $|\Psi_2\rangle$ para $|\Psi'_2\rangle$.

A operação reflexão seguida de uma espera de tempo ou evolução temporal é o mesmo que uma espera de tempo seguido de uma reflexão.

"*A physical system is symmetric with respect to the operation $\hat{Q}$ when $\hat{Q}$ commutes with $\hat{U}$, the operation of the passage of time. [in terms of matrices, the products of two operators is equivalent the matrix product, so eq. (17.10) also holds for the matrices Q and U for a system which is symmetric under the transformation Q.*" (p. 17-3).

Para um tempo infinitesimal $\varepsilon$, temos $\hat{U} = 1 - \frac{i\hat{H}\varepsilon}{\hbar}$, onde $\hat{H}$ é o hamiltoniano usual, então $\hat{Q}\hat{H} = \hat{H}\hat{Q}$.

Na seção 17-3 aborda-se a simetria e a conservação. Suponhamos que um operador unitário $\hat{Q}$, tal que $|\Psi'\rangle = \hat{Q}|\Psi_0\rangle$ e $|\Psi'\rangle = |\Psi_0\rangle$.

Consideremos agora uma inversão espacial $|\Psi'_0\rangle = \hat{P}|\Psi_0\rangle = e^{i\delta}|\Psi_0\rangle$. Caso o operador inversão seja um operador verifica a simetria dos estados, há somente 2 possibilidades para $\delta$: $e^{i\delta} = \pm 1$.

Para $P|\Psi_0\rangle = |\Psi_0\rangle$ temos paridade par e $P|\Psi_0\rangle = -|\Psi_0\rangle$ temos paridade ímpar. A rotação pode obter o mesmo efeito de inversão, é só usar um $\theta$ negativo.

Estados simétricos têm a mesma energia, quer dizer, os estados diferem apenas de uma fase: $|\Psi'_0\rangle = e^{i\delta}|\Psi_0\rangle$, que prova que qualquer operador $\hat{Q}$ é um operador que verifica a simetria dos estados.

Mas $e^{i\delta}$ pode ser 1 ou -1, então em qualquer estado com energia definida, os estados podem ser semelhante ou diferente.

Na seção 17-7 consta a lei de conservação para o caso das rotações em torno de z. Nas rotações temos mudanças de fase que tem que ser proporcional a $\phi$, então $R(\phi)|\Psi_0\rangle = e^{i\delta}|\Psi_0\rangle = e^{im\phi}|\Psi_0\rangle$ e se sabemos o valor inicial e o valor final do processo de rotação, o número m é uma constante de movimento. Em quântica, $m\hbar$ é o momento angular de um estado, onde o momento angular é conservado.

Para um operador deslocamento cuja fase seja proporcional a um intervalo $a$, podemos escrever $\hat{D}_x(a)|\Psi_0\rangle = e^{ika}|\Psi_0\rangle$, pois H não depende da posição. O coeficiente $k$, quando multiplicado por $\hbar$ é chamado de momento.

Há também o operador temporal, onde o estado inicial é igual ao final e a fase muda por uma proporção de $\tau$, então $\hat{D}_t(\tau)|\Psi_0\rangle = e^{-i\omega\tau}|\Psi_0\rangle$, onde $\omega\hbar$ é a energia conservada.

Já que os deslocamentos podem ser acumulativos, então também são estudados os deslocamentos infinitesimais para o tempo, o espaço e o ângulo.

Na seção 17-11 tem a comparação do fóton com o neutrino, cujo momento angular tem amplitude $-\frac{\hbar}{2}$ , e o antineutrino $+\frac{\hbar}{2}$, conservando a paridade e o livro relata que o mesmo deve acontecer com o fóton.

Na seção 17-11 tem a desintegração do $\Lambda^0$, onde é descrito o uso do teorema de conservação do momento angular nesse problema quântico.

12. *Modern Quantum Mechanics.* (SAKURAI,TUAN, 1994)

Da página 248 à 282, o livro tem um capítulo só sobre simetria na Mecânica Quântica.

O capítulo começa com as simetrias em Física Clássica e suas relações com as leis de conservação.

Na página 249 aparece a simetria na Mecânica Quântica, onde é apresentado o operador unitário $u = 1 - \frac{i\varepsilon}{\hbar} G$ . Para $G$ é um hermitiano se supõe que H é invariante de $u$, onde $u^{+} H u = H$, então $[G, H] = 0$.

Em virtude da equação de movimento de Heisemberg, $\frac{dG}{dt} = 0$ e $G$ é uma constante de movimento.

Também tem que $[J, H] = 0$ e $[J^{2}, H] = 0$. Devido às comutações podemos ter formas simultâneas de autokets e para estes estados a energia é a mesma.

Na página 256 tem a simetria em um potencial duplo. Essa simetria se apresenta na função de onda confinada no potencial, tendo ondas simétricas quando a função de onda tiver paridade par e será anti-simétrica se tiver paridade ímpar.

Na página 261 tem a simetria discreta por translação na rede, onde o potencial apresenta periodicidade $V(x \pm a)$ e a translação de um intervalo $a$ terá sempre a mesmo potencial de interação.

Na página 266 menciona-se simetria discreta por reversão temporal para uma função $\Psi = \langle x|\alpha \rangle$, sendo $\Psi^{*}(\vec{x}, -t)$ a reversão temporal e não $\Psi(\vec{x}, -t)$. A função $\Psi(\vec{x}, -t)$ não é reversão temporal, pois não é solução da equação de Schrödinger,

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V\right)\Psi$$

e as autofunções de onda são:

$$\Psi(\vec{x},t)=u_n(\vec{x})e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}} \quad \text{e} \quad \Psi^*(\vec{x},-t)=u^*{}_n(\vec{x})e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}$$

Na página 357 descreve-se a simetria de permutação, onde o operador permutação faz a troca entre os estados de duas partículas indistinguíveis e são indistinguíveis porque as partículas são iguais. A operação permite a troca, tal como:

$$P_{12}|k'\rangle|k''\rangle=|k''\rangle|k'\rangle$$

$$P_{12}=P_{21} \text{ e } P^2{}_{12}=1$$

Na página 370 tem uma tabela auxiliar para determinar os estados de uma autofunção de dois elétrons. Por exemplo, o número 1 significa que o spin de um elétron é para cima e o número 2 significa que o spin do outro elétron é para baixo. A tabela a seguir faz as combinações:

Tabela 2.4 – Permutação de spins.

| | |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 2 |

A autofunção será anti-simétrica para as combinações verticais de spin dois a dois e a autofunção será simétrica para as combinações horizontais de spin dois a dois. É óbvio que verticalmente combinações $\begin{matrix}[1]\\[1]\end{matrix}$ e $\begin{matrix}[2]\\[2]\end{matrix}$ são impossíveis para os elétrons, pois não são anti- simétricos, então apenas $\begin{matrix}[1]\\[2]\end{matrix}$ é anti-simétrico. Já $[1]\ \ [1]$, $[1]\ \ [2]$ e $[2]\ \ [2]$ são os tripletos simétricos.

Na página 422 consta a simetria em colisões, suponhamos $V$ e $H_0$ ambos invariantes sob alguma operação de simetria. Nos podemos perguntar o que isto implica para um elemento de matriz T ou para a amplitude de colisões $f(k',k)$, sendo $T = V + V\frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon}V + V\frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon}V\frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon}V + \dots$.

$$uH_0u^+ = H_0 \qquad\qquad uVu^+ = V$$

$$|\vec{k}\rangle = u|\vec{k}\rangle \qquad\qquad |\vec{k}'\rangle = u|\vec{k}'\rangle$$

$$\langle k|T|k\rangle = \langle k'|u^+uTu^+u|k\rangle$$

$$\langle k|T|k\rangle = \langle k'|T|k\rangle$$

Sob operação de paridade $\pi|k\rangle = |-k\rangle \quad \pi|-k\rangle = |k\rangle$

$$\langle -k'|T|-k\rangle = \langle k'|T|k\rangle$$

A seguir na figura 2.1 aparece o desenho da operação de paridade em uma colisão e na figura 2.2 o desenho da operação de rotação em uma colisão.

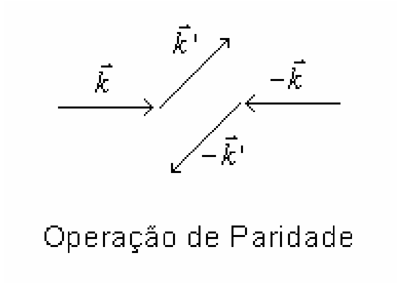


Figura 2.1 - Paridade em Colisões.

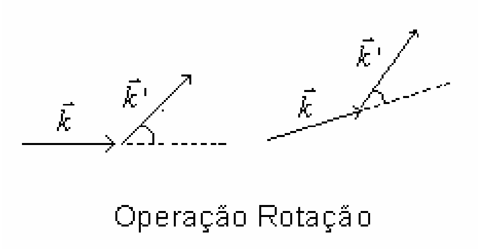


Figura 2.2 - Rotação em Colisões.

**Análise dos Livros Didáticos**

A tabela 2.5 sintetiza o resultado da verificação do conceito de simetria, do conceito de assimetria, do tipo de abordagem, do livro que relacione a simetria à lei de conservação e em que conteúdo é encontrada a simetria. Esta tabela inclui não só os textos já apresentados, mas também vários outros, incluindo vários de Ensino Médio. A abordagem será classificada como quantitativa ou qualitativa. A qualitativa é entendida como as descrições puramente lingüísticas, ou seja, a ênfase está no uso das palavras para descrição do fenômeno físico. Já a abordagem quantitativa é entendida como as operações lógicas gerais, ou seja, a ênfase esta no uso de regras, da álgebra, da matemática de um modo geral para obter um rigorismo nos resultados.

A seguir apresentamos a listagem de todos os livros consultados. A numeração corresponde a da tabela 2.5.

1. ALONSO, FINN, 1990;
2. ALVARENGA, MÁXIMO, 1997;

1. AMALDI, 1995;
2. BONJORNO, 1999;
3. CALLEN, 1982;
4. CARRON, GUIMARÃES, 1997;
5. CHIQUETTO, VALENTIM, PAGLIARI, 1996;
6. EISBERG, RESNICK, 1994;
7. FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964;
8. GASPAR, 2000;
9. Grupo de Reelaboração do Ensino de Física*,* 1991;
10. HALLIDAY, RESNICK, 1983;
11. HALLIDAY, RESNICK, WALKER ,1996;
12. HAWKING,1988;
13. HERSKOWICZ, PENTEADO, MARTIN, 1991;
14. HEWITT, 1992;
15. JACKSON, 1975;
16. KITTEL, 1978;
17. LUCAS, 1990;
18. MARION, THORNTON, c1995;
19. NOLAN, 1993;
20. NUSSENZVEIG, 1988;
21. QUEVEDO, 1977;
22. RAMALHO, FERRERO, SOARES, 1992;
23. REITZ, MILFORD, CHRISTY, 1991;
24. ROBATELLA, ALVES, OLIVEIRA, 1982;
25. SAKURAI, TUAN, 1994;
26. SALINAS, 1997.

Tabela 2.5 - Livros onde foi verificada a existência de referências ao conceito de simetria, para qual nível de ensino se destina, qual abordagem e em que conteúdos.

| Livro | Ensino Médio | Ensino Superior | Relata Simetria | Relata Assimetria | Relaciona Simetria às Leis de Conservação. | Abordagem Qualitativa. | Abordagem Quantitativa | Em quais conteúdos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | X | x | | X | x | x | Partículas, Eletromagnetismo, Momento linear e angular. |
| 2 | x | | | | | | | |
| 3 | x | | | | | | | |
| 4 | x | | | | | | | |
| 5 | | x | x | | x | x | | Mecânica, Eletromagnetismo e Mecânica Estatística . |
| 6 | x | | | | | | | |
| 7 | x | | | | | | | |
| 8 | x | | | | | | | |
| 9 | | x | x | x | x | x(+) | x | Quântica. |
| 10 | | x | x | x | x | x(+) | x(+) | Mecânica, Eletromagnetismo, Estrutura da Matéria, Quântica, Partículas e Relatividade. |
| 11 | x | | | | | | | |
| 12 | | X | | | | | | |
| 13 | | X | x | | x | x | | Mecânica. |
| 14 | x | | x | | | x | | Partículas e Cosmologia. |
| 15 | x | | | | | | | |
| 16 | x | | | | | | | |
| 17 | | X | x | | | x(-) | x(+) | Eletromagnetismo |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | e Relatividade. |
| 18 | | X | x | | x | | x | Estado Sólido |
| 19 | | X | x | | x | x(+) | x(+) | Eletromagnetismo e Relatividade. |
| 20 | | X | x | x | x | X | x(+) | Mecânica. |
| 21 | | X | | | | | | |
| 22 | | X | x | | x | X | x(+) | Mecânica Clássica e Quântica. |
| 23 | | X | | | | | | |
| 24 | x | | | | | | | |
| 25 | | X | x | | | | | Relatividade. |
| 26 | | X | | | | | | |
| 27 | | X | x | x | x | x(-) | x(+) | Mecânica Clássica, Quântica e Espalhamento. |
| 28 | | X | | | | | | |

Obs.: Os quadrinhos marcados com x acompanhados do sinal mais (+) indicam que as abordagens são excessivamente qualitativas ou quantitativas e o sinal menos (-) indicam que as abordagens enfatizam pouco a descrição qualitativa ou quantitativa.

Ao analisarmos a tabela 2.5, notamos que os livros destinados ao Ensino Médio praticamente não apresentam o conceito de simetria. Apenas o livro “Uma Breve História do Tempo” escrito por Stephen W. Hawking apresenta o conceito de simetria. Contudo, este livro é paradidático e não destinado ao Ensino Médio, mas poderia servir, pois apresenta uma abordagem qualitativa, onde apresentam primeiro os exemplos e depois a interpretação física. O restante dos livros que abordam simetria é destinado ao ensino superior.

Os livros que abordam o conceito de simetria, também descrevem a relação da simetria com a lei de conservação. No entanto, dentre os livros analisados, apenas os livros *Fundamentos de Física* (HALLIDAY, RESNICK e

WALKER, 1996) e *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics* (CALLEN, 1982) mencionam que a matemática “Emmy Noether” estabeleceu esta relação.

Também é importante mencionar que muitos livros utilizam o conceito rigoroso de simetria, como sendo uma quantidade ou situação física que é invariante sob operação de transformação e fazem uso de operadores com matemática formal. Por exemplo:

- *Física Quântica* (EISBERG, RESNICK, 1994);
- *The Feynman Lectures on Physics* (FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964);
- *Classical Electrodynamics* (JACKSON, 1975);
- *Introdução à Física do Estado Sólido* (KITTEL, 1978);
- *Classical Dynamics of Particles and Systems* (MARION, THORNTON, c1995);
- *Curso de Física Básica 1, 2, 3 e 4* (NUSSENZVEIG, 1988).

Por outro lado, certos assuntos de alguns livros que não utilizam este rigor, fazendo a comparação por semelhança e se as situações físicas forem semelhantes consideram como um caso de simetria entre situações físicas. Vejamos dois exemplos, sendo que o primeiro exemplo é um livro destinado aos alunos universitários a partir do quarto semestre e o segundo livro é destinado aos alunos universitários a partir do primeiro semestre:

- o primeiro é fornecido no livro *The Feynman Lectures on Physics* (FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964), que compara as interações físicas nucleares com as interações eletromagnéticas. No capítulo 52 do volume 1 é descrito que existe simetria entre a interação nuclear entre próton e próton, entre próton e nêutron. Mas na interação eletromagnética existe repulsão entre prótons, mas não entre nêutrons. Desta forma ocorreu uma quebra de simetria entre a interação forte e a interação nuclear;

- o segundo é fornecido no livro *Física* (HALLIDAY, RESNICK, 1983), que são comparadas as equações de Maxwell. Na página 45 do volume 4 é fornecida uma tabela, constando as equações de Maxwell na forma integral, onde está descrito no livro que os primeiros membros das equações da tabela são completamente simétricos dois a dois, as Eqs. I e II sendo integrais de superfície de $\vec{E}$ e de $\vec{B}$, respectivamente, sobre superfícies fechadas, enquanto que as Eqs. III e IV são integrais curvilíneas de $\vec{E}$ e $\vec{B}$, respectivamente, ao longo de curvas fechadas". Portanto, aqui também temos uma comparação por semelhança.

Este tipo de comparação é constatado e muitos físicos a utilizam para descrever fenômenos desconhecidos a partir de fenômenos conhecidos e a isto também é chamado de simetria.

Entretanto, o livro *The Feynman Lectures on Physics* (FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964), mesmo não apresentando o rigor do conceito de simetria no assunto citado anteriormente, este livro destinado ao ensino superior para alunos da Física é o livro mais completo com relação às operações lingüísticas e lógicas do conceito de simetria. Este livro de Física Geral é o mais completo porque utiliza a simetria para vários campos da Física, descreve conceitualmente a utilização da simetria e utiliza matematicamente as operações de simetria. Está descrição da simetria nos vários campos da Física está faltando nos livros como *Fundamentos de Física* (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 1996), *Física* (HALLIDAY, RESNICK, 1983) e *Física* (ALONSO, FINN, 1990) que são livros de Física Geral para o ensino superior. O livro *Curso de Física Básica 1, 2, 3 e 4* (NUSSENZVEIG, 1988) utiliza bem o conceito de simetria tanto para operações lingüísticas, quanto para operações lógicas no campo da Física Clássica, portanto não é mais completo do que o livro *The Feynman Lectures on*

*Physics*. Todos estes livros de Física Geral não apresentam o conceito mais abrangente de simetria.

Também existem os livros para campos específicos da Física, destinados ao ensino superior. Por exemplo, os livros *Física Quântica* (EISBERG, RESNICK, 1994), *Classical Electrodynamics* (JACKSON, 1975), livro *Introdução à Física do Estado Sólido* (KITTEL, 1978) e *Classical Dynamics of Particles and Systems* (MARION, THORNTON, c1995) apresentam a simetria muito mais com operações lógicas do que lingüísticas. Portanto, está faltando uma base conceitual para a simetria antes da utilização das operações lógicas matemáticas. Estes livros não apresentam o conceito mais abrangente de simetria, pois apresentam o conceito de simetria para o campo especifico que trata cada livro.

Da argumentação dos dois parágrafos anteriores, vemos que o livro que trata de simetria abrangentemente é o *The Feynman Lectures on Physics.* Os livros mais novos deixaram de relatar as simetrias na Física, não dando a importância que o livro *The Feynman Lectures on Physics* demonstrou. A descrição de simetria passou a ser relatada em livros de ensino superior avançado de Física para campos específicos da Física como Mecânica Quântica, Estado Sólido, Teoria Eletromagnética, Mecânica Relativística, etc. Desta forma, os livros do ensino médio e universitário introdutório deixaram de ter essa abordagem tão importante sobre simetria.

Dos livros citados do Ensino Médio, apenas dois livros são indicados pela avaliação do livro didático do Ministério da Educação, o programa nacional do livro para o Ensino Médio (PNLEM), que são: Física (ALVARENGA, MÁXIMO, 1997) e Física (Gaspar, 2000). Estes dois livros não abordam o conceito de simetria inclusive nas edições mais recentes, que são: Física (ALVARENGA, MÁXIMO, 2003) e Física (Gaspar, 2005).

**Contribuição da Simetria**

Simetria é importante em Física porque há toda uma gama de transformações que levam a leis de invariância física. Por isso, o trabalho dos físicos teóricos consiste, em boa parte, na busca e compreensão de simetrias e suas leis de conservação associadas. As associações entre leis de conservação e simetrias são comprovadas nos registros descritos de livros feitos anteriormente neste capítulo.

Nestes registros consta que:

- a conservação de energia mecânica total de um objeto está relacionada à simetria frente a translação temporal de um sistema Newtoniano;
- a conservação do momento linear total de um objeto está relacionada à simetria por translação espacial de um sistema Newtoniano;
- a simetria é usada para agrupar partículas;
- existem processos nucleares que apresentam simetria devido a operações de paridade, carga conjugada e reversão temporal;
- na cristalografia existem estruturas atômicas simétricas que podem ser verificadas por técnicas de medidas combinadas por operações de rotação e reflexão;
- na Mecânica Quântica, autofunções de partículas podem apresentar simetria frente a paridade;
- uma equação de movimento também apresenta simetria, pois não modifica sua forma de um referencial para o outro devido à transformação de Lorentz;
- e tantas outras mais.

Portanto, o papel da simetria é revelar as transformações que verificam as invariâncias para entendermos as leis de conservações.

# Capítulo 3

## Revisão sobre Simetria em Periódicos

Esta revisão de trabalhos em periódicos tem por objetivo averiguar o uso da simetria, ou seja, o papel do conceito de simetria em publicações das principais revistas acadêmicas da área de ensino de Física nos últimos 25 anos.

Primeiramente será apresentado um resumo dos artigos, nas quais a simetria seja mencionada, para que o leitor tenha uma idéia do tipo de trabalho que faz uso da simetria e onde é aplicada. O resumo também servirá como suporte da análise dos artigos, pois acreditamos que esta análise será entendida melhor com a exposição da situação de simetria encontrada. Em seguida serão apresentados a quem se destina o artigo, a que classificação pertence, para que serve a simetria, observações mais objetivas sobre cada artigo. No final será apresentada uma comparação entre alguns exemplos de artigos de Física pura e artigos de divulgação.

### Descrição do Conteúdo dos Artigos

Agora será apresentado um resumo da utilização dos tipos de simetria encontradas em publicações nas revistas acadêmicas na área de educação em ciência. Face à escassez de artigos sobre simetria em periódicos científicos de ensino, outros periódicos foram também pesquisados.
Tais revistas são:

*1. Revista Brasileira de Ensino de Física.*

Os artigos 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4 não falam das simetrias propriamente ditas, mas das histórias da busca pela simetria intituladas, o *Confronto de Einstein-Lorentz.*

*1.1.* O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. I. A Revolução Einsteiniana (VILLANI, 1981, p. 31).

Este artigo tenta desvendar quais caminhos os dois físicos seguiram, para poder alegar ou não se o trabalho de Einstein é dependente do trabalho de Lorentz e vice-versa.

Quando Einstein publicou seu artigo em 1904, Lorentz não havia publicado o seu; portanto, Einstein não teria como basear seu trabalho nos escritos de Lorentz.

Havia sim, um problema em comum para todos os físicos que era a impossibilidade de determinar o movimento absoluto.

O ponto crucial para Einstein era a experiência mental do movimento de um condutor num campo magnético, pois as interpretações assimétricas dos resultados das experiências sobre movimento relativo entre imãs e condutor, juntamente com alguns experimentos ópticos são citados como estando em conflito com o espaço-tempo absoluto. Portanto, o melhor seria utilizar as equações de Maxwell, pois conseguia ligar todos os experimentos, tornando-as válidas para um referencial inercial.

Posteriormente, Einstein rejeitou, em 1925, as mesmas experiências de Michelson, repetidas por Miller em altitudes diferentes, utilizadas para tentar provar o vento do éter e que anularia o segundo postulado de Einstein. Mas Einstein intuiu que a fonte do erro era a temperatura  (diferentes aberrações na luz).

*1.2.* O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. II. A Teoria de Lorentz e sua Consistência (VILLANI, 1981, p. 55).

Neste artigo foi procurado relatar as sucessivas modificações da teoria Lorentz. Lorentz acreditava que o mundo físico era composto pela matéria tangível, pelos elétrons e pelo éter. Para Lorentz quem exercia força sobre o elétron era o vácuo, mesmo no caso eletromagnético que vinha para preencher o vácuo, assim todos os fenômenos eram explicados, até mesmo a velocidade da luz independente do movimento da fonte, pois o éter não se movimenta.

Contudo, em 1887 foram feitas as experiências com interferômetro, onde deveriam ter aparecido os efeitos do movimento da terra em relação ao éter, mas isto não foi comprovado. Em 1892 Lorentz propôs a contração do espaço, utilizando as transformações de um referencial para outro e foi então que Lorentz enunciou o teorema dos estados correspondentes, permitindo a primeira invariância das equações de Maxwell. Mas Holton faz uma crítica, pois Lorentz não consegue a completa invariância das equações de Maxwell. Nas suas transformações é possível obter a velocidade da terra em relação ao éter, mas também encontra um sistema de referência no qual a carga não se conserva.

Einstein já havia conseguido tornar as equações de Maxwell covariantes, pois ele desenvolveu toda a cinemática, incluindo a composição de velocidades e depois impôs a covariância a todas as leis.

*1.3.* O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. III. A Heurística de Einstein (VILLANI, 1981, p. 23).

Essencialmente, a heurística de Einstein era baseada na simplicidade que uma teoria deveria ter, simples e coerente com o mundo e a crença que as simetrias observacionais significam simetrias mais fundamentais em nível ontológico.

Lorentz, por exemplo, postulou o éter sem movimento para explicar a aberração da luz e Einstein impôs a covariância nas equações de Lorentz.

Neste artigo é relatado por Zahar que a teoria de Einstein foi preferida por sua simplicidade e aplicabilidade. Já a teoria de Lorentz é muito específica, pois é direcionada para o elétron em relação ao éter.

Schaffner fez crítica a Zahar, dizendo que ele não entendeu o segundo postulado, pois há caminhos complicados no raciocínio. Disse que Einstein acreditava na invariância da velocidade da luz, que foi comprovada pela experiência de Michelson e pelo experimento de Fizeau.

Browner relata que a teoria dos estados correspondentes de Lorentz e a teoria da relatividade de Einstein são equivalentes apesar de terem trilhado caminhos diferentes, mas o que realmente prejudicou Lorentz foram as anomalias da teoria atômica da matéria.

*1.4.* O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. IV. Uma Interpretação Sociológica (VILLANI, 1981, p. 27).

Este quarto artigo descreve como se desenvolveram as novas teorias do final do século XIX, influenciadas pelo meio socioeconômico. Trata também das dificuldades em incluir as teorias já consolidadas na época. Por exemplo, o éter era onde as ondas eletromagnéticas se propagavam, ao usar o éter como referência, os espaços tornavam-se assimétricos. Com o abandono do éter os espaços passaram a ser simétricos.

Na época existia uma preocupação com a unificação das leis, mas a objetividade industrial e a especialização para realizar tarefas fizeram com que as teorias tivessem a função de explicar certas dificuldades específicas, fazendo com que até mesmo as teorias fossem divididas em áreas. Por isso a teoria de Einstein teve mais aceitação que a de Lorentz.

Einstein fez uma teoria de princípios tirada de postulados, já a teoria de Lorentz tinha uma fundamentação matemática dedutiva, que procurava explicar a interação da carga com o éter. Portanto, a teoria de Einstein foi preferida, pois era para um problema específico e a teoria do éter procurava uma fundamentação unitária.

Além do mais, a teoria de Lorentz era muito reducionista, ou seja, tinha que satisfazer as equações, o formalismo matemático e encontrar uma interpretação. Entretanto, mesmo não dando certo sua teoria do éter, parte da matemática construída por Lorentz acabou sendo usada. As transformações de Lorentz foram usadas para constatar a invariância das equações de movimento.

*1.5.* Os Primeiros Quarks (BASSALLO, 1981, p. 13).

Neste artigo a simetria não é definida, mas expressa-se a importância da simetria para poder agrupar uma grande quantidade de partículas com as mesmas características, por exemplo, em meados de 1964 havia meia centena de partículas já conhecidas por experiências e tinha-se a necessidade de agrupar estas partículas. A simetria estabelecida pela teoria de grupos tinha todos os elementos que são susceptíveis a um mesmo grupo de transformações, possibilitando agrupar muitas partículas com as mesmas características em um mesmo grupo.

Também há um relato sobre o surgimento de novas partículas, a dificuldade para incluí-las nos modelos existentes, fazendo com que muitas vezes se abandonasse tais modelos, criando novos modelos, e quantidades, para definir as novas características das partículas, necessários para poder determinar a sua existência. Estes novos modelos que envolviam simetrias, muitas vezes previam a existência de outras partículas e muitas vezes isto se verificou. O modelo do octeto previu $k^- + p \rightarrow k^+ + k^0 + nova - partícula$. Mas o modelo do octeto tinha falhas e não evidenciava nenhuma partícula do supermultipleto composto por 27 partículas e nem a do antidecupleto bariônico. Em vista disso Gell-Mann propôs uma nova representação irredutível chamada Quarks (tripleto unitário). George Zweig propôs uma outra chamada Aces, mas esse nome não vingou. O modelo de quarks previu a existência de mais duas partículas ainda não determinadas que são o quark bottom e o quark top, os quais posteriormente foram comprovadas.

No final do artigo há notas, fazendo referência aos tipos de simetria.

Portanto, este artigo dá uma boa visão da utilidade da simetria, da formação de modelos e da evolução da descoberta de partículas a partir da utilização do conceito de simetria.

*1.6.* As mais Recentes Partículas: Glúons, Charmonia, Bottomonium, Toponium e Tau (BASSALO, 1982, p. 85).

Este artigo consiste de um relato histórico da descoberta das últimas partículas até o momento da publicação do artigo, com a descrição experimental que possibilitou a descoberta, qual grupo ou quem descobriu, não tendo, portanto, uma maior ênfase teórica, apenas sendo mencionados alguns modelos que contribuíram para as descobertas, que incluem o conceito de simetria.

Foi relatada uma dificuldade com alguns bárions, por exemplo, com a ressonância $\Delta$++ que deveria ser formada por u↑u↑u↑, em contradição com o Princípio da Exclusão de Pauli. Apesar de que o octeto 1/2+ e o decupleto 3/2+ não apresentavam contradição com o princípio de Pauli, pois dois quarks são do mesmo grupo, anulando os spins.

Para esta dificuldade foi criado um novo atributo aos quarks, a cor. Como os bárions apresentam uma estrutura tríada, então era necessária alguma simetria triangular (pág. 87). Os bárions seriam constituídos por quarks com três cores primárias que juntas se neutralizariam, ficando incolores. Portanto, cada quark poderia ter uma das três cores e o que faria a troca das cores seria a partícula de troca chamada glúon. Esse trabalho que envolvia muita estatística foi chamado de cromodinâmica.

Os mésons possuem dois quarks, um quark possui a propriedade de cor, o outro de anticor e as duas cores juntas se anulam.

No mais, segue a descrição destas combinações de cores, juntamente com as experiências. Contudo, na página 90 é mencionada a descoberta feita por Richter de uma ressonância de massa muito elevada e é feita uma referência a uma nota (R13) explicativa, entre tantas notas explicativas que existem no final do artigo.

Nesta nota explicativa é mencionado que em 12 de junho de 1978, Richard Taylor e seu grupo pareciam ter confirmado a teoria de Weinberg-Salam da unificação da interação fraca com a eletromagnética. Nesta experiência um feixe de elétrons colidiu com um alvo de prótons e ocorreu violação de paridade, pois na interação elétron-próton não houve troca de carga, caracterizando uma corrente neutra que até então só existia na interação fraca. Outros experimentos foram feitos, obtendo a mesma comprovação.

Também há o relato que a interação forte pode ser descrita por uma equação de Einstein da relatividade geral, com termo cosmológico, podendo ter a possibilidade da unificação da interação forte com a gravitacional. Os desenvolvedores desta teoria foram: P. Caldirola, M. Pavsic e E. Recami.

A unificação entre as quatro interações vem sendo tentada através de algumas teorias com os grupos SU (3) ⊗ SU (2) ⊗ U (1) ou do tipo supergravidade ou supersimetria.

*1.7.* Caos em Sistemas Clássicos Conservativos (AGUIAR, 1994, p. 3).

Neste artigo foi abordado o caos para um sistema com osciladores de molas, que inicialmente foi descrito como de osciladores simples, depois foi feita a descrição para dois osciladores acoplados, nas quais o sistema apresenta simetria com relação à conservação de energia. Portanto, os sistemas descritos são do tipo conservativos, quer dizer, a energia do sistema se mantém constante.

Antes algumas informações sobre caos. Esses sistemas variam apenas a trajetória de movimento do sistema, portanto as condições iniciais são importantes, pois quando não se tem uma boa precisão dos valores iniciais, a resposta do sistema pode ser bem diferente do esperado. Essa perda de informação é chamado de caos determinístico.

Para analisar fenômenos caóticos até mesmo em sistemas clássicos, fez-se uso da seção de Poincaré. Mas antes foi apresentado o formalismo hamiltoniano, onde o sistema é representado por energias, que dependem da variável momento e da variável posição. Esta introdução foi feita para mostrar o espaço de fase, correspondendo ao momento e a posição.

Daí por diante são detalhados os casos especiais, como o do oscilador simples e dos osciladores acoplado.

O movimento do oscilador é tratado sobre uma superfície simétrica no espaço de fase. Por exemplo, no caso do oscilador simples é uma elipse em um plano, e no caso dos osciladores acoplados uma superfície em 3D formando um toro. Os movimentos sobre a linha da elipse ou sobre a superfície podem ser bem determinados ou aleatórios, dependendo do grau de correção do potencial. Pois bem, quando ocorre a acoplamento dos osciladores expresso por um termo de acoplamento não linear, diferente de zero, provocará a perturbação de uma superfície com a outra, produzindo um movimento aleatório ao redor do toro, formando um volume ao redor e neste volume que apresentam movimentos aleatórios.

*1.8.* Supersimetria: da Mecânica Clássica à Mecânica Quântica (RODRIGUES, VAIDYA, 1994, p. 374).

Neste artigo a supersimetria é abordada com aplicação em Física Clássica com o formalismo lagrangeano e hamiltoniano, que é usado para uma correspondência quântica. Podemos verificar neste artigo que existe uma simetria entre o setor fermiônico e o bosônico. Essa simetria pode ser verificada através do uso do operador hamiltoniano, que está todo descrito no artigo.

Um dos comentários do autor é que a SUSI (supersimetria) foi construída num jogo de convenções entre derivadas covariantes, anticomutadores, supercargas (p. 377). Mas vamos tentar simplificar um pouco, pois toda a descrição de simetria é feita num formalismo matemático.

Não existe uma demonstração de supersimetria com uma partícula numa única supercoordenada, pois não é possível introduzir um potencial na super-ação, tornando-a de dimensão ímpar. Então, usando N=2, teremos duas variáveis anti-comutantes e essas duas variáveis são ditas variáveis de Grassmann. Através da transformação da supercoordenada obtemos a supercarga e a super-ação desta supercoordenada terá dimensão par. Expandindo em série de Taylor o potencial será uma função polinomial, onde a lagrangeana está em termos das coordenadas bosônicas e fermiônicas, com a característica de que a variável bosônica não é dinâmica, permitindo representar a lagrangeana sem esta coordenada.

A partir daí é construído o hamiltoniano que pode ser substituído pela quantização canônica de Dirac, seguindo a idéia que os operadores bosônicos comutam e os fermiônicos anticomutam, chegamos a um superpotencial, pois nele está a representação da interação bóson-bóson e bóson-férmion, sendo que o operador hamiltoniano tem a característica de levar o setor bosônico para o fermiônico e vice-versa. O hamiltoniano é composto pelo comutador das supercargas, então a função de onda é invariante sob operações de supercarga quando a energia é Zero.

*1.9.* Elementary Symmetry Considerations on Classical Electrodynamics (CHAVES, 1997, p. 384).

Neste artigo é apresentada uma análise pedagógica das simetrias no eletromagnetismo clássico, juntamente com a formulação matemática covariante feita por Lorentz e Einstein e descreve, por exemplo, a conservação de carga.

Inicialmente um exemplo, onde uma espira com corrente gera um campo magnético. Uma força passa a atuar sobre uma carga positiva, portanto nesta carga teremos um vetor força, um vetor velocidade, um vetor campo magnético, todos perpendiculares entre si. Agora suponhamos que a mesma configuração seja posta na frente de um espelho para vermos por reflexão como se transformam os vetores. Dependendo da posição em que o espelho é colocado a imagem da espira terá vetores de velocidade, força e campo magnético em sentidos diferentes, mas a posição paralela à espira não modifica o sentido e a direção do campo elétrico e magnético.

As fontes e correntes são independentes e criam campos que se adicionam linearmente.

Foi assumido que o eletromagnetismo obedece a operação de paridade, mas as leis não distinguem direita de esquerda e supomos que as leis são invariantes sob inversão temporal.

Depois é feita uma proposta de inclusão de monopolos magnéticos que é reversível por reflexão e que possibilita uma grande simetria para as equações.

*1.10.* Simetrias e Leis de Conservação na Mecânica Clássica (MARTINS, 1999, p.33).

Este artigo trata apenas da Física Clássica e procura mostrar a conexão entre as leis de conservação e as simetrias. O artigo destaca a diferença do formalismo newtoniano e do lagrangeano, proporcionando a visão das diferentes abordagens. Por exemplo, no formalismo newtoniano as equações de movimento é que mantêm a mesma forma sob transformações de Galileu. No formalismo lagrangeano o que pode se manter invariante sob transformações de translação de tempo e espaço são a energia e o momento. Faz uma menção a Schütz, como sendo o primeiro a fazer a conexão entre simetria translacional e conservação.

O teorema de Noether também é relatado. No teorema é mostrado que aplicamos as transformações espaciais na função lagrangeana e obtemos uma quantidade conservada.

As variações de calibre também são mencionadas, sendo descrito que uma função lagrangeana $L(q_k, \dot{q}_k, t)$ após ser transformada terá apenas uma diferença dada pela derivada total no tempo de uma função $f(q_k, t)$, ou seja, $L'(q_k, \dot{q}_k, t) = L(q_k, \dot{q}_k, t) + \frac{df}{dt}$ que torna as duas funções lagrangeanas equivalentes.

*1.11.* Supersimetria em Mecânica Quântica II: Oscilador Harmônico e Potencial Coulombiano (BORGES, DRIGO, 1999, p. 233).

Neste artigo são descritos os passos do formalismo para obtermos um hamiltoniano supermétrico, ou seja, um hamiltoniano representado por uma matriz quadrada simétrica. Este hamiltoniano é formado pelos operadores bosônicos e pelo potencial de oscilador harmônico. O outro hamiltoniano tem operadores bosônicos e potencial coulombiano. Portanto, o artigo apresenta o formalismo supersimétrico para ser aplicado à Mecânica Quântica.

Este método pode ser aplicado para qualquer potencial que possibilite uma resposta exata, portanto este método é suficiente para estes casos, mas não é necessário.

*1.12.* Schwinger´s Oscillator Method, Supersymmetric Quantum Mechanics and Massless Particles ( MEJÍA, PLEITEZ, 2002, p. 41).

Este artigo utiliza o método de Schwinger de adição de momentos angulares para os osciladores fermiônicos e bosônicos.

O artigo começa descrevendo que o momento angular é definido através da sua relação de comutação e pela resolução dos autovalores do momento total e da projeção do momento. O operador momento é um gerador infinitesimal de S(2) simétrico, sua relação com o spin é mantida pela teoria relativística de campos e pela rotação de um pequeno grupo de partículas. Para partículas massivas, podemos usar o sistema em repouso. Para partículas de pequenas massas, o spin tem que ser descrito pelo grupo euclidiano ISO (2), denotado por E (2). Este grupo constitui da rotação do angulo $\phi$ ao redor de z.

Pois bem, Schwinger estudou a ligação da álgebra de momento angular e dois osciladores bosônicos não acoplados. Como resultado descobriu que poderia obter os autovalores de j e m através do operador número do oscilador não acoplado.

Os osciladores são constituídos de operadores criação e aniquilação que respeitam a relação de comutação. Os momentos angulares desta maneira podem ser definidos pelos operadores de aniquilação e criação.

No caso do oscilador de férmions não acoplados, os operadores de aniquilação e criação que anticomutam entre si são usados para achar o operador número total. Contudo, o operador fermiônico só pode obter dois estados de spin pequenos e um estado de spin ½, devido ao principio de exclusão de Pauli, sendo impossível recorrer ao conjunto completo S(2).

Há também o caso em que o oscilador é de um férmion e um bóson. Os auto-estados são tratados simultaneamente e o caso dos férmions continua tendo estados de spin 0 e ½, e para os bósons continua o mesmo.

A supersimetria é obtida quando as freqüências são as mesmas $w_b = w_f$, imposto pela comutação dos momentos.

## *2. Caderno Brasileiro de Ensino de Física.*

*2.1.* Contribuição do Conhecimento Histórico ao Ensino do Eletromagnetismo (MARTINS, 1988, p. 46).

Este artigo propõe a utilização da história da Física para esclarecer os conceitos do eletromagnetismo através da apresentação de um problema.

A experiência utilizada foi o fio percorrido por uma corrente e o problema desta experiência está baseado no princípio enunciado por Curie (Curie 1884b, 1894a): “A simetria das causas subsiste nos efeitos”.

Este artigo relata que: “Propriedades de simetria são essencialmente propriedades de objetos geométricos e originaram-se de seu estado (Bravais, 1849; Curie, 1884a). Elas são aplicáveis a grandezas físicas (forças, velocidades, campo elétrico, etc.) exatamente porque associamos uma estrutura geométrica a essas grandezas. A análise de Curie parte de objetos geométricos e, posteriormente, aplicam os resultados às grandezas físicas.”

Os tipos de simetrias são relacionados aos cilindros e aos cones. Os recursos utilizados para verificar os tipos de simetrias são os planos de simetrias com as formas geométricas paradas e girando. Em cada lado de um plano que contenha o eixo do cilindro ou do cone temos a imagem do semi-cilindro e no caso do cone temos a imagem do semi-cone. Esta analogia pode ser feita para todos os planos que contenham o eixo do cilindro ou do cone e essa simetria é chamada de *simetria polar*. Ao girar o plano notamos que os semi-cilindros giram em sentidos contrários, o sentido de giro contrário da imagem do semi-cilindro é chamada de *simetria axial*.

Voltando ao princípio de Curie e a experiência do fio condutor, quando uma corrente percorre um fio surge um campo elétrico com a mesma direção e sentido da corrente, portanto cumpre-se o princípio de Curie, a simetria da causa continua no efeito e a simetria polar da corrente perpetua no campo elétrico. Contudo, o surgimento da corrente também produz o campo magnético que apresenta uma simetria axial e com isso ocorre a quebra do princípio de Curie. O próprio Curie propôs um campo magnético em forma de tubo ao redor do fio, sendo que o campo magnético não giraria ao redor do fio, mas em torno do cilindro que forma o tubo.

Esta problemática existe até hoje e o motivo da exposição deste problema foi porque o próprio autor deste artigo teve esta dúvida quando estudante.

*2.2.* A Relação de Massa-Energia e Energia Potencial (MARTINS, 1989, p. 56).

Este artigo apresenta o desenvolvimento do estudo da energia de radiação eletromagnética, seu vínculo com a massa, os problemas que foram surgindo ao longo deste estudo, acompanhados das soluções encontradas. Veremos que Poincaré utilizava os conceitos de simetria, pois ele buscava a interpretação de fenômenos que mantinha as leis de conservação.

A energia da radiação foi tratada por pressão, sendo relatado que a pressão da densidade de energia magnética diminui para um terço quando a radiação é isotrópica.

Foi considerada a radiação em relação ao éter, mas o éter é imóvel, violando a lei de conservação da quantidade de movimento, e foi Poincaré, que querendo manter esta lei de conservação, acabou achando a densidade de massa como sendo a energia dividida pela velocidade da luz ao quadrado.

Depois surgiu a questão: será que a massa é dependente ou não do potencial? Então surgiu a lembrança histórica dos trabalhos de Brillouin (pré-relativísticos), que possibilitou a resolução do problema. Daí surgiram os tensores de momento-energia e na conclusão do artigo é relatada a preocupação da simetria do tensor.

Segundo o autor, os cálculos não foram postos, pois o artigo já é longo e os cálculos são complicados. A intenção deste artigo é relatar a importância de ter conhecimento histórico para a resolução de problemas.

*2.3.* Física Básica: A Organização de Conteúdos no Ensino-Aprendizagem do Eletromagnetismo (CUDMANI, FONTDEVILA, 1989, p. 196-209).

Neste artigo é relatado que a dificuldade no aprendizado existe devido à má elaboração da estrutura do conteúdo, por isto propõe uma melhor estruturação para facilitar a aprendizagem, através da escolha de um conceito que estruture todo o conteúdo, respeitando a simetria existente no eletromagnetismo.

Para o ensino de eletromagnetismo, o conceito estruturador escolhido foi o conceito de conservação de energia. Baseando-se no princípio de que o conhecimento prévio facilitará a aprendizagem, então a conservação de energia servirá como meio integrador, conciliador e também respeitará a simetria.

O conteúdo é estruturado do conceito mais abrangente para o mais específico, pois a aprendizagem do conceito específico será facilitada quando entendido o seu papel no conceito mais abrangente.

Um mapa conceitual foi usado para estruturar o conteúdo e como meio de avaliação do aluno. Mas o mapa conceitual não foi usado como meio de atribuição de nota e sim para averiguar a interpretação cognitiva do aluno.

*2.4.* Conceitos Espontâneos de Crianças Sobre Fenômenos Relativos à Luz: Análise Qualitativa (GOULART, DIAS, BARROS, 1989, p. 9).

Este artigo não relata explicitamente a simetria, mas o interessante nele é que 50% das crianças revelaram a possibilidade de reversibilidade na reflexão em espelhos, ou seja, as crianças reconhecem simetria por reflexão.

*2.5.* A Utilização do Conceito de Temperatura por Boltzmann no Início de suas Investigações sobre a 2° Lei da Termodinâmica (1866) (AURANI, 1996, p. 71).

Neste artigo é relatada a regularidade temporal com que o elétron percorre ao redor do átomo, mesmo que o movimento seja irregular, provocado pelas colisões e que se caracteriza uma periodicidade temporal.

Através do cálculo variacional do movimento do átomo chega-se à relação entre 2° lei da termodinâmica e o princípio da mínima ação da Mecânica, ou seja, a relação entre energia cinética média de um átomo e a temperatura constitui a base sobre a qual Boltzmann investiga a descrição do movimento atômico. É através da temperatura que pode ser definido a média temporal da energia cinética.

## *3. Enseñanza de las Ciencias, Espanha.*

Estes artigos estão classificados como: Investigación Didáctica.

*3.1.* Errores Comunes sobre Relatividad entre los Profesores de Enseñanza Secundaria (ALEMAÑ, 1997, p. 301).

Este artigo tem por objetivo colaborar com a tarefa de dissipar os mais freqüentes erros possíveis e informações mal entendidas naqueles que serão os mesmos que irão explicar as bases desta fascinante parcela da ciência. Visto que existe uma nova proposta de ensinar Física Moderna no ensino médio.

Com o objetivo de relatar o estudo da compreensão das bases conceituais de relatividade foram apresentadas oito declarações sucintas de professores sobre o assunto relatividade, seguidas da interpretação de cada uma das afirmações.

Das oito declarações escolhemos apenas uma que relata uma conservação: “En relatividad son completamente equivalentes los conceptos de sistema de referencia, sistema de coordenadas y observador”. A interpretação desta frase está na análise feita.

O autor interpreta que a pessoa tem que cuidar para usar sempre o mesmo tipo de sistema de coordenada, pode ser um sistema curvilíneo. Provavelmente houve um estudo mais aprofundado, sendo que apenas nas interpretações é que se nota a profundidade do estudo.

A equivalência entre massa e energia foi mencionada. Também foi relatado que relatividade não deveria ser ensinada no secundário, pois é assunto muito complicado. As transformações de Lorentz foram mencionadas, mas é o autor que comenta isso, pois isto não consta nas afirmações dos professores.

Desse estudo temos que os mais freqüentes erros cometidos pelos docentes são que as explicações das idéias relativísticas são baseadas em noções newtonianas, o que produz uma confusão de conceitos e é a causa da inadequada interpretação do fenômeno. Neste artigo é indicado que a melhor maneira de fundamentar a exposição sobre relatividade seria por uma perspectiva geométrica, com figuras e com gráficos. Mas a geometria não seria a do espaço de Euclides, mas sim o espaço de Minkonski, onde é incluída a coordenada tempo.

*3.2.* Sobre el Aprendizaje de Conceptos Geométricos Relativos a los Sólidos. Ideas Erróneas (GUILLÉN, 2000, p. 35).

Este artigo apresenta uma pesquisa sobre aprendizagem do reconhecimento de sólidos geométricos e suas dificuldades com conceitos, propriedades e relações. Não é mencionado o conceito de simetria, mas as operações de simetria de rotação e reflexão foram utilizadas no instante em que reconheciam objetos.

Em dois grupos com crianças de 12 anos foram feitas perguntas para obter respostas por escrito e também houve entrevistas para ver a compreensão dos alunos a respeito dos conceitos e propriedades dos sólidos. Geralmente, vários objetos ficavam no centro da mesa, deixando a cargo das crianças escolherem os objetos com que queriam trabalhar.

As teorias utilizadas para interpretar os dados foram o modelo de Van Hiele e o trabalho de Freudenthal.

O trabalho de Freundenthal se preocupou em explicar três coisas:

1. O que são as matemáticas?
2. O que é educação?
3. Dever-se-ia ensinar matemática como um sistema dedutivo?

Dessas três perguntas surgiu outra: O que é geometria?

Outra colaboradora foi Hershkowit, que diz que o conceito de geometria se deriva de sua definição matemática, porque tem atributos relevantes (tais critérios, como os atributos que um conceito tem que ter para ser um exemplo do conceito) e atributos não críticos (os que só tem alguns exemplos).

Na construção de exemplos de um conceito, distinguem-se três itens:

1. a imagem do conceito;
2. a definição do conceito;
3. um grupo de operações mentais, tal como girar.

Durante a investigação, a uma parte das crianças não foi ministrada instrução prévia e foi pedido para que as crianças selecionassem os objetos que eram polígonos, sem que elas soubessem o que era um polígono.

Após a definição de polígono, eles tinham a capacidade de classificar apenas os objetos que tinham faces iguais, não reconhecendo como polígono os que tinham faces diferentes. Mesmo assim, ao reconhecer os polígonos, eles fizeram uso do conceito de simetria implicitamente.

O mesmo aconteceu com os vértices. Reconheciam como vértice apenas as que tinham arestas que formavam um ângulo reto, para ângulos diferentes entre arestas, os vértices não eram classificados como tal.

Objetos com faces de diferentes cores produziam algo que o autor chama de *distratores* (distração), não permitindo o reconhecimento do objeto, o mesmo acontecia com os ângulos que eram diferentes do ângulo reto, pois também causam distração e não proporcionam o reconhecimento de um vértice.

Objetos posicionados pela aresta também dificultavam o reconhecimento do objeto, diferente de quando é posicionado pela base. Prismas estreitos, por saírem do padrão não eram reconhecidos como polígonos e prismas côncavos e convexos também causavam distração.

Para uma melhor compreensão foi recomendado apresentar as várias posições de um mesmo objeto e não usar estruturas com varetas. A recomendação de não usar varetas para representar objetos veio da interpretação das crianças, que identificavam faces internamente entre uma aresta e outra.

## *4. European Journal of Science Education.*

A revisão nesta revista foi no período de 1976 a 1986, durante o qual o periódico existiu com este nome. Não foi encontrado nenhum trabalho educacional sobre simetria. Apenas foram encontrados dois trabalhos sobre conservação de energia, um sobre energia térmica e o outro sobre energia mecânica, que sabemos ter uma relação com simetria.

São eles:

*1.* Energy and Energy Waste: a Topic for Science Education (SCHLICHTING, 1979, p. 157);

*2.* Understanding Energy as a Conserved Quantity-Remarks on the by R. U. Sexl (DUIT, 1981, p. 291).

## *5. American Journal of Physics.*

Temos aqui dois artigos onde um pode ser classificado como de Física aplicada e outro de Física pura, sendo que o objetivo central de cada artigo utiliza o conceito de simetria para compreender o sistema. Podem até existir outros artigos que fizeram uso da simetria para alcançar os seus objetivos, mas preferimos relatar apenas os que expressavam a procura de simetria em seu titulo.

*5.1.* Floating Shells: The Breaking and Restoration of Symmetry (JOHNSON, 1997, p. 296).

Este artigo relata a quebra de simetria em um recipiente com líquido dentro, cujo centro de massa gravitacional pode ser deslocado quando acrescenta líquido verticalmente.

Este deslocamento altera a energia potencial do centro de massa gravitacional, que para ser restaurado dependerá de parâmetros limites para que a flutuação do liquido volte à estabilidade. Nesta experiência, a única coordenada que varia é o ângulo, pois as outras são fixadas pela geometria do copo e pela força gravitacional que o mantém dentro do copo.

A partir daí são analisados todos os itens matematicamente para determinar os limites de estabilidade.

*5.2.* Symmetry, Extinction, and Band Sticking (KÖNIG, MERMIN, 2000, p. 525).

Este artigo mostra a reformulação da classificação do grupo especial da estrutura periódica diretamente em termos de seu coeficiente de densidade de Fourier e depois esta reformulação foi estendida para os quase cristais.

O espaço de Fourier forneceu uma poderosa ligação entre simetria e conseqüências físicas.

A densidade de um cristal periódico pode ser expresso como uma superposição de planos de onda $\vec{k}$ do espaço recíproco. Neste cristal duas densidades diferentes terão por uma arbitrária translação espacial uniforme um coeficiente de Fourier diferente apenas de um vetor $\vec{k}$. Esta diferença também pode ser chamada de função fase e uma translação que faz sumir esta fase é descrita como transformação de Gauge.

As invariâncias de Gauge associadas com a invariância de subespaço do operador de grupo são diretamente ligados aos fenômenos de extinção, sumindo o pico de Bragg em um modelo de difração. Assim a densidade deve sumir para fase igual a zero e para extinções diferentes de zero, por exemplo, múltiplos de $\pi$.

O pico de Bragg associado com um espaço recíproco de vetor $\vec{k}$ apresenta invariância por uma operação a ser extinta.

Para bandas cheias o tratamento é feito com a equação de Schrödinger no espaço de Fourier, onde tem a energia cinética e o coeficiente de Fourier do potencial produzidos por uma fila de íons com densidade de carga $\rho(r)$.

Na primeira zona de Brillouin fixada na posição q, os possíveis autovalores degenerados são determinados por uma simetria induzida pela estrutura.

A energia cinética é invariante sob rotação de k, mas não sob k+q.

A energia potencial é invariante somente dentro de fatores de fase específicos, de acordo com a estrutura do cristal.

A mudança em função da fase induz uma mudança de origem que é justamente a transformação de Gauge. No espaço de Fourier não há escolha de origem, todos os pontos do grupo de operações sempre atuam sobre k=0.

## *6. Brazilian Journal of Physics.*

*6.1.* Symmetries of Heavy Ion Transition Amplitudes (NAGARAJAN, 1994, p. 609).

Neste artigo são apresentadas as simetrias presentes nas amplitudes de transição, e suas conseqüências sobre a polarização observável na população do substrato magnético em colisão inelástica de íons pesados, que são ilustrados em exemplos. Também são discutidos os limites de validade das aproximações.

Está descrito no artigo o forte acoplamento entre diversos canais da colisão inelástica e o efeito do canal de transferência da colisão elástica em energia proibida pela barreira coulombiana.

O potencial óptico elástico exibiu este acoplamento por uma dependência de uma forte energia localizada, um fenômeno o qual tem sido chamado de anomalia limiar.

O cálculo do acoplamento de canal tem sido desenvolvido para compreender a causa da anomalia limiar, porém o cálculo é dificultado devido ao grande número de canais. Em vista disto, uma considerável simplificação do cálculo de acoplamento tem sido conseguido com o uso de aproximações, seja por redução do número efetivo de canais ou então por completo desacoplamento.

A exata amplitude de transição tem simetria governada pela invariância de $f(k',k)$ frente ao hamiltoniano básico. Uma das simetrias de aproximação destacada por Gomez-Camacho e Johnson foi a conservação da projeção do spin ao longo da bissetriz do vetor momento inicial e final. Esta simetria referida como onda simétrica faz previsões do comportamento da polarização observável e sobre a população do substrato magnético no caso da colisão inelástica de *heavy-ion*.

*6.2.* Symmetry Property of the Space-Time of General Relativity in Terms of the Space-Matter Tensor (AHSAN, 1996, p. 572).

Este artigo apresenta o tensor curvatura da teoria relativística, que descreve o campo de gravidade, consistindo de duas partes: a parte da matéria e a parte gravitacional livre.

Para uma distribuição de matéria, a construção do potencial gravitacional procurou satisfazer as equações de campo de Einstein e foi este o principal alvo de todas as investigações em gravitação. Esta investigação tem sido feita por imposição de simetrias sobre a geometria compatível com a dinâmica da matéria distribuída.

As imposições de simetrias ocorrem nas equações que descrevem o movimento no vácuo, onde os campos eletromagnéticos são considerados nulos.

*6.3.* Axial Symmetric Solutions of the Linear Sigma Model. (URBANO, FIOLHAIS, ALBERTO, 1996, p. 690).

Neste artigo é apresentada a solução de sólitons com simetria axial (em configuração e espaço de isospin) estudadas na estrutura de trabalho do modelo sigma linear com quarks, e com $\sigma$ e $\pi$ mésons. Sendo que o objetivo deste trabalho é explorar outra classe de soluções variacionais. A comparação entre o axial e o sóliton *hedgehog* é apresentada em detalhe. O método de projeção de Peierls-Yoccoz para obter coerentes estados é construído da paridade positiva de estados com bom valor de momento angular e isospin do núcleon.

A relevância do estado axial é discutido no contexto da descrição da excitação do momento angular do nucleon e dos estados delta.

O modelo sigma linear chiral com quarks e méson tem sido usado como teoria efetiva para descrever as propriedades de fótons bárions, em particular o nucleon e o isobar delta.

A utilidade do estado hedgehog tem sido apontada em vários trabalhos: do lado matemático apresenta um formalismo consideravelmente simples, e do lado físico, minimiza a energia de um sistema quark-méson, sendo menor no significado da aproximação de campo.

Num primeiro passo, os autores propõem soluções clássicas.

Baseado na projeção de estado coerente, o formalismo proposto pelos autores utiliza autoestados de momento angular e isospin.

O modelo prediz a ressonância no primeiro caso e no segundo mais modesto para a excitação do momento angular no núcleon, e no canal delta isospin. A discrepância é grande para momentos angulares maiores.

**Análise dos Artigos**

A tabela 3.1 sintetiza o resultado da pesquisa sobre a simetria em artigos, constando a classificação do artigo, o campo em que foi encontrado, o uso da simetria e o período de publicações em que foi analisado.

Tabela 3.1 – Classificação dos artigos que apresentam simetria, segundo a revisão feita.

| Periódico | Período | Artigo | Campo | Classificação | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Pesquisa em Ensino de Física | Física Teórica | Física Experimental | Física Aplicada |
| Revista Brasileira de Ensino de Física | 1980 a 2004 | 24 | Relatividade | | X | | |
| | | 25 | Relatividade | | X | | |
| | | 26 | Relatividade | | X | | |
| | | 27 | Relatividade | | X | | |
| | | 5 | Partículas | | X | | |
| | | 6 | Partículas | | X | | |
| | | 1 | Caos | | X | | |
| | | 22 | Mecânica Clássica e Quântica | | X | | |
| | | 8 | Eletro-magnetismo | | X | | |
| | | 15 | Mecânica Clássica | | X | | |
| | | 7 | Mecânica Quântica | | X | | |
| | | 18 | Mecânica Quântica | | X | | |
| Caderno Brasileiro de Ensino de Física | 1981 a 2004 | 16 | Eletro-magnetismo | X | | | |
| | | 17 | Mecânica Clássica, Mecânica Quântica, Eletro-magnetismo e Relatividade | | X | | |
| | | 9 | Eletro-magnetismo | X | | | |
| | | 12 | Óptica | X | | | |
| | | 4 | Mecânica Estatística | | X | | |
| Physics Education | 1980 a 2004 | | | | | | |
| Enseñanza | 1997 a | 3 | Relatividade | X | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| de las Ciencias, Espanha | 2000 | 11 | Geometria | X | | | |
| European Journal of Science Education | 1979 a 1980 | | | | | | |
| American Journal of Physics | 1980 a 2004 | 13 | Mecânica Clássica | | | | X |
| | | 14 | Estado Sólido | | X | | |
| Brazilian Journal of Physics | 1994 a 1996 | 20 | Espalhamento de Íons Pesados | | | X | |
| | | 2 | Relatividade | | X | | |
| | | 23 | Partículas | | X | | |

A seguir temos o número correspondente ao artigo da tabela 3.1:

1. AGUIEAR, 1994, p. 3;
2. AHSAN, 1996, p. 572;
3. ALEMAÑ, 1997, p. 301;
4. AURANI, 1996, p. 71;
5. BASSALO, 1981, p. 13;
6. BASSALO, 1982, p. 85;
7. BORGES, 1999, p. 233;
8. CHAVES, 1997, p. 384;
9. CUDMANI, FONTDEVILA, 1989, p. 196;
10. DUIT, 1981, p. 291;
11. GUILLÉN, 2000, p. 35;
12. GOULART, DIAS, BARROS, 1989, p. 9;
13. JOHNSON, 1997, p. 296;
14. KÖNIG, MERMIN, 2000, p. 525;
15. MARTINS, 1999, p.33;
16. MARTINS, 1988, p. 46;
17. MARTINS, 1989, p. 56;
18. MEJÍA, PLEITEZ, 2002, p. 41;
19. MONTENERO, SUERO, PÉREZ, PARDO, 2002, p. 318;

20. NAGARAJAN, 1994, p. 609;
21. RODRIGUES, VAIDYA, 1994, p. 374;
22. SCHLICHTING, 1979, p. 157;
23. URBANO, SILVA, FIOLHAIS, ALBERTO, 1996, p. 690;
24. VILLANI, 1981, p. 31;
25. VILLANI, 1981, p. 55;
26. VILLANI, 1981, p. 23;
27. VILLANI, 1981, p. 27.

Dos artigos pesquisados a maioria foi classificada como teórico, muitos dos quais apareciam como divulgação, demonstrando que o assunto simetria, ainda é pouco explorado nas pesquisas de ensino, sendo que nas revistas *Physics Education* e *European Journal of Science Education* não foram encontradas publicações sobre simetria. Entendemos que estes artigos talvez tenham sido publicados como divulgação na tentativa de suprir a falta de material sobre outros assuntos da Física. **Portanto, não foi encontrado nenhum artigo sobre simetria com a preocupação de investigar o que as pessoas entendem sobre simetria, dificuldades no aprendizado de simetria ou artigos que proponham caminhos para sua aprendizagem**.

Os artigos da *Revista Brasileira de Ensino de Física* que relatam simetria foram classificados como teóricos e também foram publicados sem uma perspectiva didática.

A revista *Brazilian Journal of Physics* apresenta somente publicações de pesquisas em Física pura ou de finalidade técnica. Nesta revista são encontrados bem mais artigos que tratam de simetria, só que em assuntos bem específicos, como foi visto em três exemplos que revelam o grau de utilidade da simetria para três campos distintos da Física.

Mais especificamente as constatações de cada artigo foram as seguintes:

- os artigos 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4 não falam das simetrias propriamente ditas, mas das histórias da busca pela simetria intitulada o “confronto de Einstein-Lorentz”, num período que podemos chamar de transição para a física moderna. Nestes artigos argumenta-se que existe um equívoco em pensar que a Teoria da Relatividade foi baseada na experiência de Michelson. A simetria foi alcançada através da relatividade de Einstein, e mesmo que a teoria de Lorentz não tenha sido aceita, as transformações de Lorentz serviram para verificar a invariância das equações e movimento;
- no artigo 1.5 foi relatada a importância da simetria para classificar as partículas em grupos, para a formação de modelos para as compreensões das partículas e no artigo 1.6 continua o relato da simetria para partículas, incluindo novas características definidas pela propriedade cor;
- no artigo 1.7 foi relatado que no caos determinístico existe simetria, pois a energia do oscilador cuja trajetória projetada nas coordenadas (p, x) em é uma elipse em um plano. Então, uma operação de translação temporal verifica a invariância da energia para cada curva e temos mais um exemplo de simetria num assunto que se esperaria um comportamento desordenado;
- no artigo 1.8 foi descrita uma nova simetria, que usa uma função lagrangeana clássica como primeira aproximação quântica e propõe a correspondência entre férmions e bósons;
- no artigo 1.9 foi relatada a simetria do vetor campo elétrico e do pseudovetor campo magnético por reflexão. O vetor campo magnético é chamado de pseudovetor porque a reflexão do vetor campo magnético é sempre invertida em relação ao vetor refletido do campo elétrico da mesma direção;
- no artigo 1.10 foi relatada a simetria clássica num formalismo lagrangeano-hamiltoniano, onde tem uma das poucas divulgações das descrições do Teorema de Noether. Este artigo passa a ser de grande importância, pois

trata da simetria em Mecânica Clássica, algo pouco divulgado no ensino, visto que o comum é ver a divulgação da simetria somente na Física Moderna. O Teorema de Noether possibilitou expor a relação entre leis de conservação da Física com a simetria, apesar de que a matemática usada dificulta a compreensão, principalmente para os que não conhecem matemática avançada;

- no artigo 1.11 foi descrita a utilização do formalismo hamiltoniano, obtendo os operadores bosônicos e fermiônicos para um oscilador harmônico. Uma operação do hamiltoniano em uma função de onda transfere uma partícula do setor bosônico para o setor fermiônico e vice-versa. Esta correspondência do setor bosônico e fermionico caracteriza uma supersimetria;
- no artigo 1.12 foi relatado o método de Schwinger que relaciona a álgebra de momento angular a dois osciladores bosônicos e fermiônico, que proporcionam a correspondência entre supersimetria de férmions e de bósons para determinar os autovalores de j e m;
- o artigo 2.1 descreveu a simetria adotada por Curie, ou seja, os tipos de simetria são as formas geométricas, fazendo uso da imagem de objetos, do giro de objetos. Portanto, faz uso das operações, mas não faz uso da denominação operação. Também enuncia um princípio importante, onde diz que as simetrias das causas também se propagam nos efeitos. Este princípio é verificado no surgimento do campo elétrico com a mesma direção e sentido da corrente. Mas o campo magnético não apresenta a mesma direção e sentido da corrente. Então, o princípio simplesmente não foi verificado para o campo magnético e isso permanece até hoje;
- o artigo 2.2 relata o período histórico da transição da Física Clássica para a Física Moderna. Apesar de a simetria ter uma grande importância para a resolução dos problemas físicos, como: a imobilidade do éter, o potencial dependente da massa, que certamente teve considerações de simetria, foi relatado apenas no final do artigo que existia a preocupação com a simetria nos tensores de momento-energia;

- o artigo 2.3 não descreve especificamente simetria, mas propõe uma maneira de estruturar o conteúdo com a preocupação de vincular aos conhecimentos que o aluno já tem, respeitando a simetria existente do eletromagnetismo;
- o artigo 2.4 constatou que 50% das crianças reconhecem, cada qual a sua maneira a operação de reflexão, pois para elas a reflexão é reversível. Apesar de que isto é especulação, porque é provável que uma criança não tenha a noção das implicações do conceito de operação por reflexão;
- no artigo 2.5 foi mostrado que a energia cinética do átomo será a mesma para intervalos de tempos iguais. Portanto, periodicamente ao longo do tempo a energia não se altera, caracterizando uma simétrica sob translação temporal da energia;
- nas afirmações dos professores pesquisados que estão no artigo 3.1, o que mais se aproximou de uma visão de simetria da Física foi: *En relatividad son completamente equivalentes los conceptos de sistema de referencia, sistema de coordenadas y observador*. O que podemos entender desta frase é que não existem pontos privilegiados no espaço e que, portanto, as leis da Física são as mesmas para qualquer referencial ou observador;
- o artigo 3.2 foi destinado ao estudo da interpretação matemática das crianças para reconhecerem os objetos geométricos, mas como trata de estruturas espaciais também pode ser usado para interpretações físicas. Num primeiro instante as crianças não reconheciam os polígonos, as crianças passaram a reconhecer os polígonos apenas quando o conceito de polígono lhes foi explicado. A partir da instrução sobre polígono notou-se que as crianças reconhecem os objetos com formas bem comportadas, como os objetos de faces iguais, pois ao girar estes objetos, as crianças reconhecem a outra face como sendo semelhante a anterior. Então, podemos chegar à conclusão que as crianças têm facilidade de reconhecer objetos que tenham uma simetria espacial regular, pois os autores relataram que a criança utiliza-se do giro para reconhecer o objeto. Também podemos escrever que a falta do conceito polígono era o que

impedia que as crianças reconhecessem os polígonos, mas intuitivamente as crianças relataram que um objeto era parecido com o outro e usavam o giro para este reconhecimento. Este artigo não relatou explicitamente o nome simetria, mas sim que o giro de objetos é importante para o reconhecimento de objetos. Temos uma indicação de que as crianças usam intuitivamente a simetria para o reconhecimento de objetos. Fisicamente, podemos dizer que as simetrias dos objetos são mais facilmente reconhecíveis, pois após transformações de rotações e reflexões continuam invariantes;

- a revista 4 apesar de exclusiva para publicações de pesquisas em física na área de ensino não apresentou o conceito de simetria em seus artigos, mas relata artigos sobre leis de conservação que está relacionado ao conceito de simetria;
- o artigo 5.1 tratou de um caso específico de quebra e restauração de simetria do líquido flutuante em um recipiente;
- o artigo 5.2 tratou da simetria no espaço de Fourier para os cristais, sendo então um assunto da disciplina do Estado Sólido. Este artigo poderia ser classificado como de divulgação, pois está escrito de forma a ser usado como material didático;
- o artigo 6.1 tratou da simetria para colisões de íons pesados analisando as amplitudes de transição;
- o artigo 6.2 tratou da imposição de simetria para a distribuição de matéria, com o objetivo de obter o tensor curvatura;
- no artigo 6.3 também foi mostrada a imposição de uma simetria axial para o modelo Sigma linear, que tratam dos quarks e dos mésons.

Observação: ministrar conteúdos como, por exemplo, os dos artigos 1.9, 1.10, 1.11, 6.1, 6.2 ou 6.3 para o Ensino Médio seria inviável, pois apresentam um formalismo avançado tanto na linguagem, quanto na matemática. Algum dia estes assuntos talvez sejam ministrados no Ensino Médio e Universitário Introdutório, mas neste caso terão que ser preparados para se tornarem compreensíveis para o Ensino Médio e certamente esta preparação irá demandar muito trabalho didático.

Para quem não é da área de Física sempre é necessário fazer alguma pesquisa ou muita pesquisa para formar uma certa base em conhecimentos e só assim será possível à compreensão dos artigos. Portanto, aí se vê a importância das divulgações ou das publicações em pesquisa de ensino, pois se utilizássemos para nos instruir apenas estas publicações de Física pura, a aprendizagem ocorreria de forma muito lenta, não colaborando para a educação científica.

## Capítulo 4

# Resumo das Simetrias Encontradas em Livros e Artigos

Da pesquisa em livros e artigos, foi constatada uma boa quantidade de simetria em campos diferentes da Física. A tabela 4.1 apresenta um resumo de todas as simetrias encontradas tanto em livros pesquisados, quanto em artigos.

Tabela 4.1 - Exemplos de simetria para cada situação encontrada nas pesquisas em diferentes campos da Física.

| Campo | Simetria de | Tipo de Transformação | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Mecânica Clássica | Objetos Sólidos | X | x | | | | | | | | | | |
| | Momento linear e angular | x | x | | | x | | | | | | | |
| | Energia | | | | | | x | | | | | | |
| | Equação de movimento | x | | | | x | | | x | | | | |
| Mecânica Lagrangeana e Hamiltoniana | Objetos Sólidos | x | | | | | | | | | | | |
| | Momento linear e angular | x | | | | x | | | | | | | |
| | Energia | | | | | | x | | | | | | |
| Estado Sólido | Redes | x | | | | x | | | | | | | |
| Eletro-magnetismo | Campo Elétrico e Magnético | | | | | | | x | | | | | |
| | Vetor polar (campo elétrico) | | x | | | | | | | | | | |
| | Vetor axial (campo magnético) | | x | | | | | | | | | | |
| Relatividade | Equações de movimento | | | | | | | | | x | | | |
| Mecânica Quântica | Função de onda em um potencial | | | x | | | | | | | | | |
| | Simetria esférica de uma função de onda | | | | | x | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Função de onda de duas partículas idênticas. | | | | | | | | | | x | | |
| | Função de onda associada ao momento angular | | | | | x | | | | | | | |
| | Paridade da função de onda | | | x | | | | | | | | | |
| | Momento angular $(m\hbar)$ | | | | | x | | | | | | | |
| | Momento( $k\hbar$ ) | | | | | | x | | | | | | |
| | Projeção de estado ao outro estado | | x | | | | | | | | | | |
| Mecânica Estatística | Energia (um dos parâmetro da entropia) | | | | | | x | | | | | | |
| | Momento linear molar(um dos parâmetro da entropia) | | | | | x | | | | | | | |
| | Momento angular molar(Um dos parâmetro da entropia) | | | | | x | | | | | | | |
| | Transição de estado | | | | x | | | | | | | | |
| Física de Partículas | Partículas bariônicas que formam um octeto | x | x | | | | | | | | | | |
| | Decupleto | x | x | | | | | | | | | | |
| | Supermultipleto | x | x | | | | | | | | | | |
| | Antidecupleto | x | x | | | | | | | | | | |
| | As cores do tripleto unitário(quarks) | | | | | | | | | | x | | |
| | A cor e a anticor do dupleto unitário(quarks) | | | | | | | | | | x | | |
| Física Nuclear | Paridade de um processo nuclear | | x | | | | | | | | | | |
| | Interação nuclear | | | | x | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Processo nuclear que envolva carga | | | | | | | | | | | x | |
| | Processos nucleares de colisão | X | | | | | | | | | | | |
| Supersimetria | Função de onda de bósons | | | | | | | | | | | | x |
| | Função de onda de férmions | | | | | | | | | | | | x |

Os tipos de transformações usados na tabela 4.1 são:

(1) Rotação;

(2) Reflexão;

(3) Inversão Espacial;

(4) Reversão Temporal;

(5) Translação Espacial;

(6) Translação Temporal;

(7) Transformação de Calibre;

(8) Transformação de Galileu;

(9) Transformação de Lorentz;

(10) Permutação;

(11) Carga conjugada;

(12) Hamiltoniano (operadores bosônico e fermiônico).

Estas operações foram mencionadas ao longo do trabalho e por estar disperso achou-se melhor reunir neste capitulo as definições de todas as operações. A operação de:

- *Rotação* consiste em girar o objeto ao redor de um eixo que passe pela origem do objeto. A operação de rotação pode ser feita para objetos sólidos, para figuras que agrupam partículas, para processos de colisões, etc. A operação de rotação pode ser usada na Mecânica Clássica, Mecânica Hamiltoniana, Física de Partículas, Física Nuclear;

- *Reflexão* consiste em projetar imagem, como se fosse a imagem vista em um espelho. A operação de reflexão pode ser feita em vetores que representam momento linear, momento angular, campo elétrico, campo magnético, mas também pode ser feita em objetos, em figuras que agrupam partículas, projeções de um estado quântico a outro estado quântico, conhecido comumente por operação unitária. A operação de reflexão pode ser usada na Mecânica Clássica, Mecânica Quântica, Física de Partículas;
- *Inversão Espacial* consiste em mudar o ponto –x para o ponto x de uma situação física. A operação de inversão pode ser feita, por exemplo, para uma função de onda e para processos nucleares;
- *Reversão Temporal* consiste em mudar o tempo –t para o tempo t de uma situação física. A operação de reversão temporal pode ser feita, por exemplo, em um processo de interação e transição de estados;
- *Translação Espacial* é uma variação espacial, consistindo em um deslocamento espacial. Utiliza-se a variação espacial para verificar se uma quantidade física é invariante. A operação de translação espacial pode ser feita para objetos, para o momento linear e redes. Na Mecânica Lagrangeana-Hamiltoniana a invariância do momento é verificada pela variação espacial na função de Lagrange;
- *Translação Temporal* é a variação temporal, consistindo em um deslocamento temporal. Utiliza-se a variação temporal para verificar se uma quantidade física é invariante. A operação de translação temporal pode ser feita para a energia. Na Mecânica Lagrangeana-Hamiltoniana a invariância da energia é verificada pela variação temporal da função de Lagrange;
- *Transformação de Calibre* consiste em substituir o potencial escalar e o potencial vetorial por $\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ e

$\vec{A} \to \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$. Os campos são chamados invariantes de calibre e essas transformações de calibre tem que respeitar a condição de Lorentz $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{1}{c}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$;

- *Transformação de Galileu*: consiste em modificar o referencial de uma situação física para outro referencial que esteja parado ou com velocidade baixa. Este tipo de transformação são aplicáveis as equações de movimento, equações de Maxwell, equações da onda;
- *Transformação de Lorentz*: consiste em modificar o referencial de uma situação física para outro referencial que esteja parado ou com velocidade baixa (caso anterior) ou com velocidade próxima a velocidade da luz. Esta transformação é uma generalização, pois a transformação de Galileu pode ser visualizada ao restringir a transformação de Lorentz para velocidades baixas, sempre considerando referenciais com velocidades constantes;
- *Operação de Permutação ou comutação:* ocorre quando os elementos são trocados e, entretanto suas propriedades permanecem as mesmas. Vejamos o caso de um triângulo eqüilátero que em um vértice tenha o número um, em outro vértice tenha o número dois e o vértice restante o número três. Ao trocarmos o número um pelo dois, a condição de triângulo eqüilátero continua. Ao trocarmos o número três pelo um, a condição de triângulo eqüilátero continua o mesmo e teremos um total de seis permutações.
- *Carga conjugada* consiste em trocar a carga de um processo físico;
- *Hamiltoniano* consiste da combinação de operadores bosônicos e fermiônicos. Esta operação é usada em funções de ondas estabelecendo a relação entre o setor fermiônico e bosônico. Tal correspondência entre setores caracteriza a supersimetria.

Para nós o conceito mais abrangente de simetria é a invariância física sob uma operação de transformação.

Este capítulo, embora curto, foi assim classificado porque sintetiza um extenso trabalho de buscar o que existe sobre simetria em livros de Física e artigos em periódicos de Física e de Ensino de Física.

## Capítulo 5

# Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a Simetria na Perspectiva desta Teoria

O objetivo deste capítulo é procurar entender melhor o conceito de simetria na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, mas inicialmente será ressaltada a origem desta teoria.

### Origem da Teoria

Gérard Vergnaud, discípulo de Piaget, é diretor de pesquisas do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) da França.

A teoria de Vergnaud redireciona e amplia o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação". Além disso, diferentemente de Piaget, toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento (VERGNAUD, 1994, p. 41; FRANCHI, 1999, p. 160; apud MOREIRA,2002, p. 1).

Para Vergnaud, Piaget não se deu conta de quanto o desenvolvimento cognitivo depende de situações e de conceitualizações específicas necessárias para lidar com as situações.(VERGNAUD, 1998, p. 181; ibid).

Apesar do trabalho importante de Piaget, ele não trabalhou dentro da sala de aula, ensinando matemática e ciências. No entanto, no momento em que nos interessamos por aquilo que se passa na sala de aula, somos obrigados a nos interessar pelo conteúdo do conhecimento (VERGNAUD, 1996b, p. 10; ibid).

Vergnaud se interessou pelas questões da matemática, como as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas, para estudar as dificuldades dos alunos nessa área, chegando à conclusão de que as dificuldades dos estudantes não são as mesmas de um campo conceitual para outro (ibid.).

Mas Vergnaud também reconhece a importância da teoria de Piaget, as idéias de adaptação, desequilibração, reequilibração e principalmente o conceito de esquema que são as pedras angulares para a investigação em didática das Ciências e da Matemática.(VERGNAUD, 1996c, p. 206; apud MOREIRA, 2002, p. 1).

Vergnaud reconhece igualmente que sua teoria dos campos conceituais foi desenvolvida também a partir do trabalho de Vygotsky, porque Vergnaud dá importância à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos. Para o professor, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal (VERGNAUD,1998, p. 181; MOREIRA, 2002, p. 1).

**Teoria**

Vergnaud começa dizendo que o conhecimento está organizado em campos conceituais, sendo que demora um longo período de tempo para ocorrer o seu domínio, através de experiência, maturidade e aprendizagem (VERGNAUD, 1982, p. 40; MOREIRA, 2002, p. 1). Campo conceitual é definido como sendo um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros ou não conectados e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (ibid.). Na verdade, é interessante averiguar o motivo da criação de campos conceituais e no artigo (VILLANI, 1981, p. 27-45) é feito relato do possível motivo que levou ao conceito de campo conceitual. Neste artigo é mencionado que na época da industrialização os pesquisadores foram requisitados para resolver problemas específicos das empresas. Então, por imposição da sociedade industrializada ocorreram especializações profissionais e estas especializações se restringiram a áreas de conhecimentos, onde os conceitos estão conectados e que mais tarde foram chamados de *campos*. Mas também se poderia pensar que a quantidade de informação se tornou tão grande que foi necessário dividir o conhecimento em campos conceituais.

A teoria dos campos conceituais supõe que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização. Logo, deve-se dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações para as quais os estudantes desenvolvem seus esquemas, na escola ou fora dela (VERGNAUD, 1994, p. 58; apud MOREIRA, 2002, p. 2).

No entanto, ao contrário do que se poderia pensar a partir da afirmação anterior, a teoria de campos conceituais não é uma teoria de ensino de conceitos, pois se trata de uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real que permite localizar e estudar continuidades e rupturas na aquisição de conhecimentos do campo conceitual (MOREIRA, 2002, p. 2).

Recomendações para o estudo deste processo: não é indicado fazer reducionismo do processo de conceitualização do real, pois cada campo tem conteúdos específicos, não podendo ser reduzido nem às operações lógicas gerais, nem às operações puramente lingüísticas, nem à reprodução social, nem à emergência de estruturas inatas, nem, enfim, ao modelo do processamento da informação (VERGNAUD,1983a, p. 392; apud MOREIRA, 2002, p. 2).

Estas recomendações vêm ao encontro do conceito de simetria nos vários campos da Física, pois cada campo é composto por vários conceitos que compõem situações físicas que são diferentes de situações físicas de outros campos conceituais. Portanto, as transformações não são as mesmas para sistemas diferentes, então é necessário conhecer os conceitos que envolvem um determinado campo para que as transformações compreendam esses conceitos e se possível verificar como os conceitos se relacionam quando é constatada simetria.

Conseqüentemente, a simetria vista na perspectiva da teoria dos campos conceituais é complexa, pois para cada situação pertencente a um campo conceitual é necessário o domínio gradual dos conceitos e teoremas para lidar com essas situações. Também é necessário o domínio gradual das palavras e símbolos que podem representar esses conceitos, dependendo de seus níveis cognitivos.

Em todas as situações, o modelo piagetiano da assimilação/acomodação funciona desde que não se tente reduzir a adaptação de esquemas e conceitos a estruturas lógicas (ibid.).

Os conceitos-chave da teoria dos campos conceituais aplicadas ao conceito de simetria são (MOREIRA, 2002, p. 2):

- conceito de campo conceitual;
- conceitos de esquema (a grande herança piagetiana de Vergnaud);
- situação;
- invariante operatório (teorema-em-ação ou conceito-em-ação).

Nas seções seguintes, estes conceitos serão abordados, exemplificados e examinados para as implicações no ensino.

**Campos Conceituais**

Vergnaud define campo conceitual como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados (VERGNAUD,1983b, p. 127; apud MOREIRA, 2002, p. 3).

Por exemplo, nós temos o campo conceitual da Mecânica Clássica, da Mecânica Relativística, da Mecânica Quântica, do Eletromagnetismo.

Na Mecânica Clássica podemos ter problemas constituídos de situações que têm objetos sólidos que são invariantes sob procedimentos de transformações por rotação ou translação espacial e neste caso é necessário se ter o conhecimento do conceito de espaço, o conceito de referencial, etc. Caso tenhamos um problema, onde uma situação física de movimento é invariante sob um procedimento de transformação por translação espacial na representação lagrangena, também é necessário o conhecimento do conceito de espaço, de energia cinética, de energia potencial, de momento, etc.

No caso da Mecânica Relativística pode haver situações físicas que são invariantes sob procedimentos de transformações de Lorentz, mas é necessário saber propriedades como os postulados da relatividade, saber o conceito de espaço e em função destas informações chegar à conclusão que os procedimentos de transformações não são os mesmos da Mecânica Clássica.

Para entendermos as situações físicas na Mecânica Quântica, é necessário ter conhecimento do conceito da nova interpretação de energia, do conceito de espaço, pois pode haver situações físicas em que uma energia degenerada pode ser invariante sob procedimentos de transformação por rotação. Ou que uma situação física pode ser invariante num espaço de isospin.

No Eletromagnetismo, para que entendamos os procedimentos de transformação de Gauge, é necessário saber os conceitos de potencial escalar e potencial vetorial. As transformações de Gauge levam em consideração os potenciais escalares, e vetoriais, sendo que após um procedimento de transformação, o novo ponto em que um elétron pode estar não terá um acréscimo de potencial.

Vergnaud utilizou três argumentos principais para elaborar o conceito de campo conceitual, sendo que estes argumentos estão nos exemplos de situações anteriormente citados (MOREIRA, 2002, p. 3):

- o primeiro argumento é que um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação;
- o segundo argumento é que uma situação não se analisa com um só conceito;
- o terceiro argumento é que a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

O campo conceitual é considerado para dar sentido às dificuldades observadas na conceitualização, por conseqüência a conceitualização é a essência do desenvolvimento cognitivo (MOREIRA, 2002, p. 3).

Naturalmente, esses campos conceituais não são independentes, conceitos de um campo conceitual podem ser importantes para a compreensão de outros, por exemplo, o conceito de energia é usado em campos diferentes.

Vergnaud considera ser impossível estudar as coisas separadamente, contudo o conteúdo teria um tamanho tal, que seria difícil estudá-los detalhadamente sem esquecer um componente do conteúdo, por isso é preciso fazer recortes, para que possamos dar sentido as situações através da conceitualização (VERGNAUD, 1983[a], p. 393; apud MOREIRA, 2002, p. 4).

Vergnaud destaca que é preciso dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real (VERGNAUD,1994, p. 58;

apud MOREIRA, 2002, p. 4). Isso nos leva ao conceito de conceito na teoria dos campos conceituais.

**Conceitos**

Vergnaud define conceito como um tripleto de três conjuntos (VERGNAUD,1983a, p. 393; 1988, p. 141; 1990, p. 145; 1993, p. 8; 1997, p. 6; apud MOREIRA, 2002, p. 4), C = (S, I, R) onde:

1. S $\rightarrow$ é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
2. I $\rightarrow$ é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
3. R $\rightarrow$ é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

As situações são o referente do conceito, os invariantes operatórios são o significado do conceito e as representações simbólicas são o significante (MOREIRA, 2002, p. 4).

Do tripleto (S, R, I), o S pode ser interpretado como a realidade e (I, R) é a representação que pode ser considerada como dois aspectos interagentes do pensamento, o significado (I) e o significante (R). (1998, p. 141; MOREIRA, 2002, p. 4). Então, os significados são dados pelo conceito constituídos por um conjunto de invariantes utilizáveis na ação, mas esta definição implica também um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações. Portanto, o que dá significado à simetria são as transformações que postas em ação não modificam as situações físicas descritas por representações que constituem o referente, que dá sentido ao conceito de simetria e as representações das transformações constituídas por um conjunto de esquemas que postas em ação nas situações confirmarão o conceito (o significado).

Isso implica que para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário considerar esses três conjuntos simultaneamente. Qualquer desconsideração de um desses três conjuntos pode não legitimar os outros dois conjuntos, sem as situações o conceito não representa o real, sem o significado não temos a operacionalidade e sem a representação não temos os esquemas que atuando sobre a situação constata o significado. Por outro lado, como foi escrito, um único conceito não se refere a um só tipo de situação e uma única situação não pode ser analisada com um só conceito.

Por isso, as situações é que dão sentido ao conceito e são justamente as situações que irão compor o campo conceitual. Um campo conceitual é, em primeiro lugar, um conjunto de situações (VERGNAUD,1988, p. 141; 1990, p. 5; apud MOREIRA, 2002, p. 4), cujo domínio requer o domínio de vários conceitos de naturezas distintas.

**Situações**

A situação para Vergnaud é empregada como tarefa e se a situação for complexa, pode ser analisada como uma combinação de tarefas. A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto das diferentes subtarefas envolvidas, mas é claro que o desempenho em cada subtarefa afeta o desempenho global. (VERGNAUD,1990, p. 146; 1993, p. 9; apud MOREIRA, 2002, p. 5).

Vergnaud atribui um sentido psicológico ao conceito de situação, onde os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais é confrontado. Também salienta a existência de variedades de situações e o histórico de situações que sucessivamente vão dando sentido ao conceito proporcionando a progressiva conceitualização. Segundo Vergnaud, muitas de nossas concepções vêm das primeiras situações que fomos capazes de dominar ou de nossa experiência tentando modificá-las (VERGNAUD,1996a, p. 117; apud MOREIRA, 2002, p. 5). Por isso o conceito de simetria só terá significado através de uma variedade de situações, pois dessa maneira teremos uma relação do sujeito com as situações e com os significantes. São as situações que evocam do sujeito os seus esquemas, os comportamentos e sua organização.

O conjunto de situações é que dá sentido ao conceito e a partir deste conceito chegamos ao conceito de esquema.

**Esquemas**

Piaget foi quem elaborou o conceito de esquema, como sendo um mecanismo para organizar tanto as habilidades sensório-motoras, como as habilidades intelectuais. A evolução cognitiva do ser humano ocorre através de assimilação e acomodação dos conhecimentos de acordo com os esquemas que possui a cada estágio, resultando num processo de construção que tem sua origem na lógica das ações do sujeito sobre o meio (objeto, cultura, outros homens, etc.).

Seguindo esta linha, Vergnaud chama de esquema a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (VERGNAUD, 1990, p. 136; 1993, p. 2; 1994. p. 53; 1996c, p. 201; 1998, p. 168; apud MOREIRA, 2002, p. 5). Também faz uma observação que a pesquisa dos conhecimentos-em-ação do sujeito tem que ser feita no esquema, pois é ali que residem os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória (MOREIRA, 2002, p. 5).

Podem existir vários tipos de esquemas: esquemas perceptivo-gestuais, esquemas verbais, esquemas sociais, esquemas ordinários (regras utilizadas repetidamente).

Vergnaud considera que os esquemas necessariamente se referem as situações, a tal ponto que, segundo ele (VERGNAUD,1996c, p. 203; MOREIRA, 2002, p. 6), dever-se-ia falar em interação esquema-situação ao invés de interação sujeito-objeto da qual falava Piaget. Decorre daí que o desenvolvimento cognitivo consiste, sobretudo, e principalmente, no desenvolvimento de um vasto repertório de esquemas. Este repertório afeta esferas muito distintas da atividade humana e quando analisamos, por exemplo, além da competência técnica e científica, observamos que as competências sociais e afetivas são importantes. A educação, portanto, deve contribuir para que o sujeito desenvolva um repertório amplo e diversificado de esquemas, porém procurando evitar que esses esquemas se convertam em estereótipos esclerosados (ibid.)

Para facilitar sua compreensão de esquema Vergnaud fornece as especificações chamada de ingredientes dos esquemas (MOREIRA, 2002, p. 8):

1. metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
2. regras de ação do tipo "se ... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da seqüência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;

3. invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
4. possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem "operar", "aqui e agora", as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer operações "aqui e imediatamente" em situação.

Vergnaud distingue as situações em classes de situações (MOREIRA, 2002, p. 2):

1. classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;

2. classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

Na primeira classe de situações, as condutas estão amplamente automatizadas, organizadas por um só esquema, enquanto que na segunda ocorre o uso de sucessivos esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a meta desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados (MOREIRA, 2002, p. 7).

O uso do esquema depende de sua eficiência, pois caso o esquema falhe o sujeito tende a mudar o esquema. Segundo Piaget, o esquema muda para adaptar a estrutura cognitiva por assimilação e acomodação. Contudo, Vergnaud é mais específico ao definir o conceito de esquema, pois esquemas devem relacionar-se com as características das situações às quais se aplicam (MOREIRA, 2002, p. 7). Suponhamos que da interação dos esquemas com as características especificas de uma situação sejam produzidos registros. Estes registros são as representações das situações, que nada mais é que a conceitualização. Portanto, nos esquemas estáveis e consolidados é que estão os invariantes operatórios que articulam a interpretação (teoria) e realidade (prática).

**Invariantes operatórios**

Recapitulando, conceitos-em-ação e teorema-em-ação são os conhecimentos contidos nos esquemas, que também podem ser chamados de invariantes operatórios. Esquema é a organização da ação para uma certa classe de situações.

Conceitos-em-ação é o recurso que o individuo tem para a percepção, a busca de informação disponível tais como objetos, atributos, relações, condições, circunstâncias. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante. (VERGNAUD,1996c, p. 202; 1998, p. 167; apud MOREIRA, 2002, p. 8).

Teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real e estão subjacentes à sua conduta (VERGNAUD,1996c, p. 202; apud MOREIRA, 2002, p. 8).

São estes dois tipos de invariantes operatórios que determinam as diferenças entre os esquemas.

Vejamos exemplos de teoremas-em-ação. Suponhamos que seja proposta uma situação, onde o aluno tenha que verificar se uma bola é simétrica. A seguinte proposição é verdadeira para o aluno: os objetos esféricos são simétricos. A partir do instante que o aluno vê a bola, ele percebe que a bola é esférica e o teorema-em-ação é usado para afirmar que a bola é simétrica. A esfera pode ser representada matematicamente e para a verificação da simetria bastaria aplicar uma operação de rotação. Mas também pode ser representada por um objeto sólido e para verificar a simetria bastaria girar manualmente o objeto.

É claro que essas diferentes maneiras de expressar o mesmo raciocínio não são cognitivamente equivalentes. A primeira é mais difícil. São maneiras complementares de explicitar a mesma estrutura implícita em diferentes níveis de abstração (MOREIRA, 2002, p. 8).

Há vários conceitos-em-ação distintos implícitos na compreensão dessa situação: forma do objeto, espaço, quantas vezes isso pode ser verificado.

Os teoremas-em-ação estariam relacionados com os operadores de simetria que verificariam o tipo de simetria. Já os conceitos-em-ação seriam o fator necessário para identificar o tipo de simetria que nos interessa. Identificando uma situação espacial, estaremos usando o conceito de espaço e sabemos que podemos usar operadores de translação e rotação. Uma situação que use o tempo é um indicativo da possibilidade da operação de inversão temporal.

Deste ponto de vista vemos que existe uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, uma vez que conceitos são ingredientes de teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos.

Os dois atuam juntos, os conceitos compõem os teoremas e os teoremas constituídos de proposições proporcionam inferências.

O invariante operatório (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) pode ser explicitado ao invés de ficar totalmente imerso na ação. O conhecimento explícito pode ser comunicado a outros e discutido, o conhecimento implícito não (VERGNAUD,1998, p. 175; apud MOREIRA, 2002, p. 10).

**Implicações para a Educação**

A teoria de Vergnaud, ao invés de ocupar-se de operações lógicas gerais ou de estruturas gerais de pensamento, toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento. A teoria de Vergnaud dá um importante papel ao conceito de esquema, herdado de Piaget, mas também considera o professor como importante mediador no processo de domínio de um campo conceitual pelo aluno. Sua tarefa consiste principalmente em ajudar o aluno a desenvolver seu repertório de esquemas e representações. Pois não há aprendizagem para indivíduos que não possui em esquemas, ou não será uma aprendizagem real, mas sim um mero adestramento, repetição automática de modelos sem significado cognitivo e, seguramente, sem envolvimento afetivo positivo (alegria, prazer de aprender).

Em geral, os alunos não são capazes de explicar ou mesmo expressar em linguagem natural, seus teoremas e conceitos-em-ação. Esses conceitos e teoremas-em-ação permanecem totalmente implícitos, mas eles podem também ser explícitos ou tornarem-se explícitos e aí entra o ensino: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito. É nesse sentido que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, mas isso pode levar muito tempo. Portanto, a linguagem e os símbolos são importantes nesse processo de acomodação e o professor pode fazer um amplo uso deles na sua função mediadora. Mas o principal ato mediador do professor é o de prover situações frutíferas aos alunos (VERGNAUD,1998, p. 181;

MOREIRA, 2002, p. 11). Um conceito, ou uma proposição, torna-se significativo através de uma variedade de situações, portanto, o significado não será captado sozinho e o mediador (professor) torna-se essencial. Assim, para a facilitação da construção do conceito de simetria, é importante que o professor proponha aos alunos situações-problema, em nível crescente de complexidade, que dêem sentido a esse conceito. Como a relação é dialética, na medida em que o aluno vai conceitualizando, ele vai também dando conta de novas e mais complexas situações envolvendo simetria.

## Capítulo 6

# Teoria da Aprendizagem Significativa e o Ensino do Conceito de Simetria

Neste capítulo faremos uso da teoria de Ausubel para destacar o potencial do conceito de simetria na aprendizagem.

### Os Princípios da Teoria

A teoria de David Paul Ausubel (1968, 1978, 1980) prioriza a aprendizagem cognitiva, destacando a integração do conteúdo a ser aprendido com a estrutura cognitiva preexistente (AUSUBEL,1978, p. IV; MOREIRA 1999, p. 151).

A estrutura na perspectiva ausubeliana cognitiva pode ser definida como a representação de todo o conteúdo informacional armazenado na mente de um indivíduo, organizado hierarquicamente de forma a dar conta de situações.

Para Ausubel, o que mais influencia a aprendizagem em sala de aula é ensinar a partir do que o aprendiz já sabe, quer dizer, ensinar assuntos para os quais o aprendiz já tenha uma estrutura cognitiva adequada, conhecimentos que lhe permitam dar significado aos nossos conhecimentos.

Então é necessário saber o que o aluno já sabe a respeito de simetria, para que possamos ensinar a partir do que já saiba. Neste caso precisamos conhecer a estrutura cognitiva do aprendiz através de um mapeamento, coisa muito difícil de averiguar com testes convencionais, mas é necessário, pois o material a ser aprendido precisa fazer algum sentido para o aluno. A aprendizagem irá ocorrer, quando a nova informação interagir com conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Portanto, como foi dito, o conhecimento prévio do indivíduo representa um forte influenciador do processo de aprendizagem. Novos dados serão assimilados e armazenados com maior facilidade quanto maior for a disponibilidade da estrutura cognitiva prévia do aprendiz.

Apesar de a estrutura prévia orientar o modo de assimilação de novos dados, estes também influenciam o conteúdo atributivo do conhecimento já armazenado, resultando numa interação cognitiva entre "novos" e "velhos" conhecimentos.

Tal importância dada por Ausubel à estrutura cognitiva prévia deu origem à denominação subsunçor. O subsunçor pode ser definido como uma estrutura de conhecimento prévia que dará sentido a uma nova informação, proporcionando a retenção da informação por mais tempo. A informação permanece por mais tempo talvez por ficar organizada devido à interação com a estrutura cognitiva prévia.

A interação com a estrutura cognitiva prévia levou Ausubel a distinguir dois tipos de aprendizagens: a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica.

**Aprendizagem Significativa**

Na aprendizagem significativa a nova informação interage com os *subsunçores* (há uma “ancoragem”).

Por já existir uma estrutura cognitiva adequada no aprendiz, a nova informação será mais assimilável e facilitará a aprendizagem. Então, caso já exista um conhecimento prévio sobre simetria no aluno, a aprendizagem poderá ser mais significativa e terá um significado mais claro, mais estável. Mas para haver aprendizagem significativa é preciso satisfazer duas condições:

- o aluno precisa ter uma disposição para aprender;
- o material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser logicamente e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do material, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz faz uma "filtragem" dos materiais que têm significado.

A aprendizagem significativa se divide em três tipos :

- a aprendizagem *representacional* (MOREIRA, 1999, p. 157) é basicamente uma associação simbólica primária. Atribuindo significados a símbolos como, por exemplo, caracteres lingüísticos, as representações matemáticas, tais como a palavra casa, contudo, a relação entre o significado e o símbolo é praticamente biunívoca;
- a aprendizagem de *conceitos* (MOREIRA, 1999, p. 157) é uma extensão da representacional, mas num nível mais abrangente e abstrato, como o significado de uma palavra, por exemplo, a palavra giro, porém neste caso a mesma palavra se aplica a um grande número de situações;
- a aprendizagem *proposicional* (MOREIRA, 1999, p. 157) é o inverso da representacional. Necessita, é claro, do conhecimento prévio dos conceitos e símbolos, mas seu objetivo e promover uma compreensão sobre uma proposição através da combinação de conceitos mais ou menos abstratos. Por exemplo, para a compreensão de simetria, ou melhor, para um caso mais específico, para a compreensão de simetria rotacional no espaço requer a compreensão da proposição "giro é a ação de movimento de um objeto ao redor de um único ponto".

**Aprendizagem Mecânica**

Na aprendizagem mecânica a nova informação não se relaciona com nenhum aspecto da estrutura cognitiva. Uma memorização rápida de um dia para o outro tem lá seus fins, mas daqui a uma semana pode ser esquecida, pois não terá ligação com nada. Ou seja, isto ocorre quando as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, macetes para as provas e esquece logo após a avaliação. O material a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chamou de aprendizagem mecânica ("rote learning").

Podem ocorrer casos em que um indivíduo possa aprender algo mecanicamente e só mais tarde perceber que o conteúdo se relaciona com algum conhecimento anterior já dominado. Contudo, o processo de aprendizagem apresenta um esforço e tempo demasiado grandes para assimilar conceitos que seriam mais facilmente compreendidos se encontrassem um subsunçor para interagir e ancorar-se.

Numa aprendizagem mecânica também pode ocorrer que a informação seja tão nova que seja impossível haver subsunçores prévios para se conectar. Então, as novas informações podem criar novas estruturas cognitivas provisórias.

**Aprendizagem e Interação Cognitiva**

Uma outra distinção feita por Ausubel é entre aprendizagem por descoberta e por percepção. Contudo, ambas podem ser significativa ou mecânica.

Na aprendizagem por *descoberta* (MOREIRA e OSTERMANN, 1999, p. 48; MOREIRA,1999, p. 154), o aprendiz descobre o encadeamento do assunto até chegar no produto final, podendo ser significativa se houver ancoragem, caso contrário será uma aprendizagem mecânica. Mas é necessário que o aluno encontre nos materiais, as etapas da construção do assunto, ou que o professor apresente estas etapas.

Na aprendizagem por *recepção* (MOREIRA e OSTERMANN, 1999, p. 48; MOREIRA 1999, p. 154), o aprendiz recebe o produto final pronto, ele só o processa, podendo ser uma aprendizagem significativa ou mecânica, dependendo da interação e do ancoramento.

No início da infância a descoberta é principalmente feita por testes e geração de hipóteses, depois a aquisição de signos ou símbolos de conceitos gradualmente forma os primeiros subsunçores iniciais. Talvez o primeiro encontro de uma criança com a simetria seja quando movimenta um objeto sólido. Ao girar um objeto a criança pode perceber que a forma do objeto não se modifica. Estão aí os testes e a criação de hipóteses. Portanto, as operações de rotações espaciais serão um possível subsunçor para definir o conceito de simetria como algo invariante sob transformação. Depois de definir simetria, podemos apresentar outras situações físicas que apresentem transformações diferentes, pois são as situações físicas que darão sentido às conceitualizações específicas. As situações têm grande utilidade; uma maneira de averiguar se houve aprendizagem significativa é propor problemas diferenciados, que fujam das resoluções costumeiras, obrigando o aprendiz a usar ao máximo a estrutura cognitiva. A prova de que crianças usam o recurso de girar objetos geométricos para o seu reconhecimento está no artigo (GUILLÉN, 2000, p. 35).

Na aprendizagem significativa, a nova informação pode interagir com o conhecimento prévio de forma subordinada, ou superordenada, ou combinatória.

A aprendizagem pode ser *subordinada* (Moreira e Ostermann, 1999, p. 54; Moreira 1999, p.159) quando a informação nova é assimilada pelo subsunçor, passando a alterá-lo de alguma forma. Nesse processo por subordinação ocorre uma *diferenciação progressiva*, onde um conceito original vai sendo progressivamente detalhado e especializado, evoluindo através das *assimilações subordinadas*, resultando num processo de elaboração, enriquecimento do subsunçor.

A aprendizagem *superordenada* (MOREIRA e OSTERMANN, 1999, p. 54; MOREIRA 1999, p.159) surge quando a informação nova é ampla demais para ser assimilada por qualquer subsunçor existente, sendo mais abrangente que estes e então passa a assimilá-los. Este processo é decorre do que Ausubel chama de *reconciliação integrativa*, onde os conceitos originais buscam associações entre si, interligando-se de forma expansiva e sintética.

A aprendizagem *combinatória* (MOREIRA e OSTERMANN, 1999, p. 55; MOREIRA 1999, p.159) é uma aprendizagem *proposicional* e ocorre quando a proposição nova não é suficientemente ampla para absorver os subsunçores. Mas em contrapartida é muito abrangente para ser absorvida por estes. Assim passa a se associar de forma mais independente a um "background" de conhecimentos.

**Considerações sobre Ensinar**

Por tudo que foi argumentado até agora, a aprendizagem significativa é preferível à aprendizagem mecânica.

Mas a aprendizagem mecânica pode ser necessária no caso de conceitos inteiramente novos para o aprendiz, a nova informação adquirida funcionará então como subsunçor provisório e as próximas aprendizagens poderão ser significativas. O perigo é que a aprendizagem significativa não seja alcançada.

Para acelerar esse processo Ausubel propõe os organizadores prévios, âncoras provisórias criadas a fim de manipular a estrutura cognitiva, interligando conceitos aparentemente não relacionáveis através da abstração.

Então, ensinar nessa perspectiva envolve os seguintes itens (MOREIRA, 1999, p. 162):

1) determinação da estrutura da matéria de ensino e seu potencial significativo, de modo a organizá-la numa sucessão de melhor possibilidade de assimilação (organização seqüencial);
2) identificação dos subsunçores do processo seqüencial de ensino que devem possuir correlatos nas estruturas cognitivas do aprendiz;
3) identificação do potencial significante do aprendiz, isto é, a suas estruturas cognitivas já consolidadas;
4) aplicação de um método de ensino que priorize a interação dos conceitos da matéria com os subsunçores do aprendiz de forma a facilitar uma aprendizagem significativa, e possibilitar uma gama de opções de relacionamento de conceitos de modo a levar a uma progressiva consolidação do aprendizado.

**Assimilando o Conceito de Simetria**

A aquisição de significados na estrutura cognitiva se dá através da assimilação de uma nova informação, que tenha uma potencialidade significativa. Essa nova informação terá potencialidade significativa se houver subsunçores para a nova informação. Em decorrência dessa nova informação, o subsunçor pode se alterar. Vejamos como isso acontece.

Sabemos que as primeiras experiências com simetrias são obtidas no estágio concreto da criança com a manipulação de objetos. Certos objetos geométricos mantém sempre a mesma forma após uma operação de rotação. Então, por enquanto, a invariância está relacionada à transformação por rotações. Neste caso, o subsunçor seria as operações de rotações.

Ao propor uma nova situação física, onde a energia mecânica de um objeto em movimento é invariante sob translação temporal, estaremos trazendo uma nova informação que, se houver interação, alterará o subsunçor existente.

O individuo continuará a perceber que algo é invariante sob transformação, só que esse algo não é mais uma forma geométrica, mas um conceito específico da situação, que é a energia. Por isso a importância dada por Vergnaud às conceitualizações específicas para cada situação, pois só terão sentido na própria situação.

Outra conseqüência da nova informação através da situação é que o subsunçor transformação se modificou, pois anteriormente transformação estava relacionada à operação de rotação e agora transformação também está relacionada à translação temporal.

Então o individuo começa a construir uma estrutura cognitiva de tal forma que para cada situação poderá existir um tipo de transformação de simetria específica que envolverá os conceitos desta situação.

A nova informação antes desassociada do subsunçor passa a integrar o subsunçor definitivamente não permitindo mais uma desassociação se a aprendizagem for significativa. A transformação por translação temporal passará a ser definitivamente incorporada ao subsunçor, integrando-o na estrutura cognitiva de forma mais estável do que se o conceito fosse armazenado separadamente.

Ao ocorrer a assimilação, a aprendizagem significativa pode ter interações de natureza:

- subordinada: onde a informação nova é assimilada pelo subsunçor passando a alterá-lo, que foi o caso do exemplo a cima.
- superordenada: quando a informação nova é ampla demais para ser assimilada por qualquer subsunçor existente, sendo mais abrangente que estes e então passa a assimilá-los. Por exemplo: a invariância de uma quantidade física sob transformação é que caracteriza a simetria e este conceito é muito amplo. Então, caso o individuo aprenda o conceito de

simetria depois que tenha os subsunçores invariância sob rotação espacial e invariância sob translação temporal, o ultimo conceito é que absorverá os subsunçores mais limitados;

- combinatória: quando a informação nova não é suficientemente ampla para absorver os subsunçores, mas tem um potencial significativo devido a sua amplitude. Neste tipo de aprendizagem, os conceitos não apresentam uma relação de subordinação ou superordenação entre proposições. Por exemplo, para uma nova situação constituída do movimento de um ciclone, onde o conceito que tínhamos de transformação invariante por rotação é insuficiente para ancorar a nova informação. O ciclone além de girar, também se desloca, por exemplo, em linha reta, dois movimentos independentes e distintos. Para absorver são necessários subsunçores distintos que não se relacionam, mas que podem se combinar para dar conta da nova situação. O subsunçor invariância espacial dá conta do movimento linear para verificar conservação de momento através da transformação espacial linear. O subsunçor invariância rotacional dá conta do movimento circular para verificar a conservação de momento angular através da transformação espacial angular. O subsunçor invariância temporal serve para verificar se há conservação de energia mecânica através da transformação temporal.

A categorização de aprendizagem significativa em subordinada, superordenada e combinatória se ajusta à categorização em representacional, conceitual e proposicional.

Uma aprendizagem representacional apresenta uma assimilação geralmente subordinada. Uma conceitual pode ser subordinada, mas tende mais a ser superordenada e menos freqüentemente combinatória. Já uma proposicional tende mais a superordenada ou combinatória.

Da mesma forma na aprendizagem representacional de característica predominantemente subordinada, ocorre a *diferenciação progressiva*, aonde um conceito original vai sendo progressivamente detalhado e especializado, evoluindo através das assimilações subordinadas resultando num processo de análise.

Já numa aprendizagem de característica superordenada ou combinatória tende a ocorrer a *reconciliação integrativa*, onde os conceitos originais buscam associações entre si, interligando-se de forma expansiva e sintética.

Enfim, a frase célebre de Ausubel declara tudo: “... o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; determine isso e ensine-o de acordo”(AUSUBEL, 1968, 78,80; MOREIRA, 1999, p. 163).

Essa frase supõe que a estrutura cognitiva pode ser estimulada, através de métodos de integração, unificação de conceitos e por uma organização estruturada que use a formação seqüencial de subsunçores. Isto exige a determinação da estrutura da matéria de ensino e seu potencial significativo, de modo a organizá-lo numa sucessão de melhor possibilidade de assimilação.

A organização do material consiste dos seguintes itens:

1. Identificação dos subsunçores: são os conceitos necessários ao processo de ensino. Por exemplo:

    1) para trabalhar a simetria espacial por rotação na verificação do posicionamento configuracional de espaço é necessário que o aluno domine os conceitos de espaço, bem como de coordenada, de movimento circular, bem como as representações matemáticas usadas para descrever matematicamente a transformação, tais como a função seno, co-seno, etc;

2) para trabalhar a simetria por rotação para verificar a conservação de momento angular é necessário que o aluno tenha adquirido todos os conceitos ditos antes mais os conceitos de cinemática, de dinâmica e o conceito de momento angular;
3) para trabalhar a simetria espacial na verificação da conservação do momento linear é necessário que o aluno já conheça o conceito de momento linear;
4) para trabalhar a simetria temporal na verificação da conservação de energia é necessário que o aluno conheça a definição de energia da situação física em que se está trabalhando;
5) para trabalhar simetria de Gauge é necessário que o aluno conheça potencial escalar e vetorial, mas também é necessário o conceito de campo elétrico, campo magnético e se for um estudo mais formal é preciso saber divergência, rotacional e tantos outros formalismos matemáticos;
6) para trabalhar simetria translacional na mecânica relativística são necessários conhecimentos dos postulados de Einstein, conhecimento de como ocorrem as transformações para uma velocidade extrema ( transformação de Lorentz), conhecimento sobre tensores, etc..

2. Identificação do potencial significante: identificar suas estruturas cognitivas já consolidadas. O que tem potencial significante são as situações que darão sentido aos conceitos novos e os conceitos subsunçores necessários para compreensão dos conceitos novos. Por exemplo:
   1) há situações com objetos geométricos em que se usa operações de rotação para verificar simetria rotacional. Mas as operações de rotacionalidade também são usadas para verificar a simetria rotacional nas posições configuracionais dos átomos de uma estrutura sólida. Claro que a estrutura atômica não é tangível ao olho

humano, portanto é necessário apresentar a técnica de medida previamente;

2) as situações de simetria espacial e temporal podem ser encontradas em situações do cotidiano, como um ciclista em movimento, um carro em movimento;
3) já no caso relativístico geralmente se faz apresentações de situações hipotéticas com objetos que tenham a velocidade da luz, também pode ser usada como exemplo a descrição de experiências com partículas aceleradas, mas a aceitação dessas concepções demora, pois altas velocidades não fazem parte do cotidiano. Com isso continua-se fazendo o que Einstein fazia para ilustrar suas idéias, que são as experiências mentais;
4) as situações eletromagnéticas que apresentam as simetrias de Gauge não são visíveis no cotidiano, mas existem experiências que evidenciam a existência de carga elétrica e a partir daí definir o conceito de potencial escalar. Também tem a experiência do movimento de um imã dentro de uma espira e um amperímetro poderá acusar o movimento dos elétrons. Então é possível definir campo magnético e que a variação do campo magnético é que produz um campo elétrico, que movimentará os elétrons no fio. A partir da constatação do campo magnético será possível definir o conceito de potencial vetorial.

**Importante observação:** percebe-se o grande caminho a percorrer até acumular os conceitos necessários para abordar determinados tipos de simetria, portanto recomenda-se começar com as simetrias que sejam mais acessíveis e, progressivamente, passar-se a situações cada vez mais complexas. A aprendizagem significativa e a conceitualização são processos progressivos.

3. Aplicação de um método de ensino: para priorizar a associação dos conceitos da matéria com os subsunçores do aprendiz de forma a facilitar uma aprendizagem significativa, e possibilitar uma gama de opções de associações de conceitos de modo a levar a uma consolidação do aprendizado. Portanto seguindo a teoria de campos conceituais de Vergnaud, a tarefa do professor será a de propor situações que envolvam os conceitos necessários para a aplicação de simetria; seguindo a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, essas situações devem ser relacionáveis à estrutura cognitiva do aprendiz, subordinando o método de ensino à capacidade do aluno de assimilar a informação, procurando, assim, facilitar a aprendizagem significativa.

Passeremos agora à parte empírica desta dissertação: a elaboração e aplicação de um questionário sobre simetria.

## Capitulo 7

# Elaboração e Aplicação de um Questionário sobre Simetria

Sabemos que o conceito de simetria é usado no dia-a-dia, mas queremos saber qual o conceito que os alunos têm sobre a simetria dentro da Física. Para tal tarefa um questionário (ver anexo A) foi usado para averiguar se o aluno conhece o conceito de simetria, as maneiras utilizadas para reconhecer simetria e a linguagem utilizada nos campos da Física que estão associadas ao conceito de simetria. Mas o questionário além de servir para averiguar o conhecimento de simetria pelos alunos, o questionário teve a função de rastrear a evolução do conhecimento de simetria desde alunos que nunca tiveram aulas de Física até aqueles que já tiveram aulas de Física no Ensino Superior. Portanto, o questionário que foi aplicado, teve que ser o mesmo nos diversos níveis de ensino, pois o mesmo questionário é que foi a referência de comparação para averiguar a evolução do conceito de simetria.

Este questionário teve por objetivo verificar a parte conceitual e interpretativa que envolve o conceito de simetria na Física. O domínio matemático que envolve o conceito foi pouco enfatizado, só foi verificado se o aluno sabe fazer algumas operações de simetria com relação a algumas funções, mas sem exigir nenhum tipo de cálculo. Este questionário foi aplicado:

- a alunos da 7° série do Ensino Fundamental para verificar os seus conhecimentos de simetria antes de estudarem Física;
- a alunos do final do Ensino Médio, que já tiveram aulas de Física;
- a alunos universitários iniciantes, que já avançaram no estudo da Física.

Tanto os alunos da 7° série do Ensino Fundamental, quanto os alunos do final do Ensino Médio eram da mesma escola. Esta escola é estadual e chama-se Escola Estadual de 1° e 2° Antonio Gomes Corrêa. O questionário foi aplicado para 32 alunos da 7° série, para 34 alunos do final do ensino médio e para 45 alunos do Ensino Superior. Os alunos do Ensino Superior eram dos cursos de Engenharia da UFRGS, que mais tarde serão especificados.

A partir dos resultados foram elaboradas sugestões de aulas para introduzir as várias simetrias nós diferentes campos conceituais (disciplinas). Estas sugestões estão acompanhadas de um material didático especialmente elaborado para abordar o tópico simetria em distintas disciplinas. O material didático está no anexo B.

### Elaboração do Questionário e seu Propósito

As questões de 1 à 9 constituem de um enunciado de situações Físicas, afirmando-se que um item físico na situação permanece sempre a mesma. Em seguida pede-se ao aluno que indique qual alternativa descreve a maneira para reconhecer que tal item físico permanece invariante. Estas questões têm o propósito de serem mais simples, pois entendemos que é muito mais simples reconhecer a descrição da operação que verifica a invariância do que apenas citar a operação. Citar a operação requer que o aluno conheça os conceitos envolvidos da operação, e saiba aplicá-los, de forma a escolher a operação que verifica a invariância do item físico. A linguagem utilizada foi a coloquial para que fosse acessível a todos os alunos. Por exemplo, em vez de escrever o item físico é invariante frente à translação temporal, preferiu-se escrever o item físico permanece o mesmo ao longo do tempo.

*Objetivo das questões de 1 à 9:* verificar se o aluno reconhece a descrição operacional que verifica a invariância de um item físico.

As questões de 10 à 18 constituem de um enunciado, onde foi proposta uma operação para verificar a invariância de varias itens físicos citados. Em seguida, pede-se que o aluno escolha qual alternativa apresenta os itens físicos ou item físico que ao aplicar a operação citada verifica se pode ser invariante. Estas questões são um pouco mais complexas, pois exige que o aluno saiba o que é cada Operação de Simetria pela sua denominação costumeira na Física. Será provado que o aluno conhece a definição do operador caso escolha os itens físicos que podem ser invariantes sob aplicação da operação citada. A dificuldade destas questões é ainda maior porque são citados vários itens físicos para que o aluno confira com apenas uma operação e espera-se que apenas os alunos do ensino superior respondam corretamente. Desta forma, saberemos se o aluno conhece o conceito operacional de simetria na linguagem costumeira na Física.

*Objetivo das questões de 10 à 18:* verificar se o aluno apresenta os conceitos operacionais para reconhecer a invariância dos itens físicos com um único operador por questão, usando questões que apresentam denominações de uso da Física, como: operação, translação espacial, translação temporal, transformação de Galileu, etc. Portanto, o aluno saberá reconhecer itens físicos invariantes caso o aluno saiba a definição das denominações. Estas questões serviram para reconhecer quais alunos apresentam conhecimentos mais avançados na Física.

Segundo a Teoria de Campos Conceituais, nas questões de 1 à 9 foram fornecidas as situações físicas nos enunciados que dão sentido às invariâncias, bastando escolher qual invariância faz sentido ao enunciado. Já nas questões de 10 à 18 são fornecidas as invariâncias (as propriedades, as operações), pedindo-se que escolham qual alternativa dará sentido a cada operação enunciada nas perguntas, sendo que as representações estão na linguagem utilizada na Física. Assim, segundo a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, se cumpre o estudo sobre o conceito de simetria na Física, pois segundo a teoria, os conceitos envolvem situações, invariantes e representações (MOREIRA, 2002, p.2).

O público testado é muito extenso, compreendendo alunos que nunca estudaram Física (os alunos da 7° série do Ensino Fundamental), os alunos que já estudaram um pouco de Física (os alunos do 3° ano do Ensino Médio) e os alunos que estudaram mais Física (os alunos do ensino superior que estavam cursando Física IV).

O teste foi aplicado para sabermos o que os alunos conhecem sobre simetria dentro da Física. Também queremos saber qual o conhecimento de simetria na Física têm diferentes grupos de escolaridade e comparar os diferentes conhecimentos. Por isto, o conteúdo do teste tem que abranger toda esta população, pois o mesmo teste será a referência de comparação. Desta forma, o que se espera é que: os alunos que não estudaram Física compreendam apenas algumas questões, pois de todo o conteúdo, as questões realmente acessíveis podem ser comparadas a uma visão do pico de um *iceberg*, o restante ficará submerso. A parte submersa será cada vez mais vista à medida que a escolaridade dos alunos for aumentando, mas todo o conteúdo de Física pelo menos já foi visto pelos alunos do ensino superior. Portanto, espera-se que cada aluno responda as questões de acordo com os conhecimentos prévios que tenha.

As descrições das questões são as seguintes:

- questão 1: verificar se existem outras perspectivas de um cubo. Esta questão é considerada simples e espera-se que todos compreendam;
- questão 2: verificar se existem trechos repetidos em uma cerca. Esta questão também é considerada simples e espera-se que todos a compreendam;
- questão 3: verificar a invariância do momento linear de um objeto. Esta questão pode ser compreendida por alunos estudantes da disciplina de Física, ou seja, ensinos médio e superior;
- questão 4: verificar a invariância da energia total de um objeto. Esta questão pode ser compreendida por alunos estudantes da disciplina de Física, ou seja, ensinos médio e superior;
- questão 5: transformar uma equação de movimento de um referencial para outro, sem mudar sua forma. Esta questão pode ser compreendida

por alunos estudantes da disciplina de Física, ou seja, ensinos médio e superior;

- questão 6: verificar se uma onda na água provocada por uma pedra é a mesma em todas as direções. Considera-se que esta questão é simples e todos a podem compreender sem ter estudado alguma disciplina de Física;
- questão 7: verificar qual operação deixa uma função de onda de partículas idênticas invariante. Presume-se que os alunos do ensino superior tenham condições de resolvê-la;
- questão 8: verificar a invariância do campo elétrico de um fio com corrente. Esta questão pode ser compreendida por alunos estudantes da disciplina de Física, ou seja, ensinos médio e superior;
- questão 9: verificar a invariância do campo magnético de um fio com corrente. Esta questão pode ser compreendida por alunos estudantes da disciplina de Física, ou seja, ensinos médio e superior;
- questão 10: relacionar o operador rotação aos itens físicos que podem ser invariantes sob operação. Presume-se que a operação de rotação é da compreensão de todos os alunos, mas o que pode complicar são os itens físicos citados, ou seja, as estruturas atômicas e o momento angular. Espera-se que seja da compreensão dos alunos dos ensinos médio e superior;
- questão 11: relacionar o operador reflexão aos itens físicos que podem ser invariantes sob operação. Esta questão é mais complexa, pois os alunos têm uma certa dificuldade com vetores, então é provável que apenas os alunos do ensino superior se saiam melhor;
- questão 12: relacionar o operador de inversão espacial as funções que podem ser invariantes sob operação. Uma função é do ramo da Matemática, mas a Física tem uma grande dependência das funções. Portanto, aqui foi posta uma questão que verifica qual função é par, ou seja, se for atribuída a variável x o valor 1 ou –1, a função terá que dar a mesma resposta. Esta questão é bem mais complexa e o aluno terá que

se lembrar da função mencionada. Desta forma, acredita-se que alguns alunos do ensino médio a respondam e mais alunos do ensino superior a respondam;

- questão 13: relacionar o operador reversão temporal ao item físico que pode ser invariante sob operação. O costumeiro seria aplicá-lo à equação de movimento, excluindo os objetos e o *big-bang*. Talvez alguns alunos do ensino médio a respondam e mais alunos do ensino superior respondam corretamente;
- questão14: relacionar o operador translação espacial aos itens físicos que podem ser invariantes sob operação;
- questão 15: relacionar o operador translação temporal aos itens físicos que podem ser invariantes sob operação;
- questão 16: relacionar o operador transformada de Galileu com a equação de movimento com referencial de baixa velocidade. É possível que apenas os alunos do ensino superior tenham condições de responder, pois a transformada de Galileu não é tão estudada no ensino médio, visto que a transformada de Lorentz é uma generalização e a transformada de Galileu está contida nela;
- questão 17: relacionar o operador transformada de Lorentz com a equação de movimento com referencial com velocidade próxima a da luz como um invariante sob operação. É possível que tanto alunos do ensino médio, quanto do superior tenham condições de responder esta questão;
- questão 18: relacionar o operador permutação aos itens físicos que podem ser invariantes sob operação. Esta questão é sobre o mesmo assunto da questão 7 e servirá para ver o grau de atenção do aluno. Permutar ou trocar as partículas são semelhantes. Medir o momento a cada posição pode ser bem diferente do que aplicar uma translação espacial no momento, por exemplo. Portanto, está relação entre a questão 7 e 18 é bem mais explícita. É provável que os alunos do ensino superior acertem bem mais esta questão.

Duas questões descritivas forma acrescentadas ao teste para que o aluno possa dar seu depoimento sobre simetria na Física. Estas perguntas são:

- O que é simetria?
- Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

A resposta correta de cada questão está na tabela 7.1 a seguir.

Tabela 7.1- Resposta certa de cada questão.

| N° da Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Resposta | b | a | b | d | c | d | a | c | c | e | e | d | b | a | a | c | d | e |

**Aplicação do Questionário**

No dia dos testes, o autor foi apresentado às turmas como aluno de Mestrado em Física, explicando-se aos alunos que estava fazendo uma pesquisa na área de ensino de Física sobre simetria. Depois pedia-se a colaboração de todos e distribuía-se os testes.

Os respondentes foram instruídos que fossem lendo as perguntas sem se importar se não sabiam algumas palavras, que apenas marcassem as respostas que achavam que eram corretas e também instruídos que após esta leitura voltassem às questões que tiveram melhor compreensão para confirmar se marcaram a resposta que achavam ser a correta.

A resolução do questionário pelos alunos da 7° série durou aproximadamente 60 minutos, com os alunos do 3° ano do Ensino Médio durou aproximadamente 40 minutos e com os alunos do ensino superior foi entre 20 a 30 minutos.

Tantos os alunos da 7° série do ensino fundamental, quanto os alunos do 3° ano do Ensino Médio perguntaram o que seria o cubo. Foi respondido que o cubo seria um dado, mas sem as pintinhas que indicavam um número para cada face. Portanto, as faces deste cubo seriam lisas, sem nenhum desenho.

Os alunos da 7° série do Ensino Fundamental perguntaram o que era o desenho no meio da cerca. Foi respondido que era um portão.

Após estas perguntas todos foram se acalmando e respondendo as questões. O fato de ter mencionado que o teste não valia nota, que apenas era um teste para verificar seus conhecimentos de simetria na Física, colaborou para que eles realizassem o teste com tranqüilidade.

**Resultado do Teste**

Para cada teste foi calculado o coeficiente de fidedignidades ($\alpha$ de Cronbach) para verificar a sua consistência interna. Antes foi verificada a correspondência entre a questão (Q) e o escore total (ET). A correlação tem o objetivo selecionar quais questões apresentam respostas homogêneas para o teste. Então, para fazer está validação foi atribuído escore um (1) para a questão que o aluno acertou e escore zero (0) para a questão que o aluno errou.

Os escores foram postos em tabelas, onde constam os alunos, que foram divididos em grupo G1 com escore total maior, grupo G2 com escore total intermediário, grupo G3 com escore total menor. Compreende-se por questão com respostas homogêneas aquela questão que apresenta respostas certas no grupo G1 e respostas erradas no grupo G3.

Primeiro calculamos a média do grupo G1 (Ex.: MG1$=\frac{\sum_{n=1}^{10} Q_n}{10}$) e a média do grupo G3 (Ex.: MG3$=\frac{\sum_{n=30}^{40} Q_n}{10}$), seguido da discriminação (DISC) entre a média do grupo G1 e a média do grupo G3 [$D_I$ =(MG1)-( MG3)]. Depois foi calculado o valor da constante $K$ (Ex.: $K = \sum_{Q=1}^{18} D_Q \sqrt{V_T}$), que é a soma das discriminações multiplicado pela variância do escore total (Ex.: $V_T = \frac{\sum_{n=1}^{40} T_n^2}{N} - \left( \frac{\sum_{n=1}^{40} T_n}{N} \right)^2$). Assim o coeficiente alfa de Cronbach pode ser obtido (Ex.: $\alpha = \frac{K}{K-1}\left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^{18} V_I}{V_T} \right)$), pois sabemos $K$, e $V_T$, só falta o somatório da variância de cada questão, sendo que a variância de cada questão é obtido por (Ex.: $V_Q = \frac{\sum_{n=1}^{40} Q_n^2}{N} - \left( \frac{\sum_{n=1}^{40} Q_n}{N} \right)^2$).

Para calcular a correlação (CORR) entre a questão e o escore total, basta dividirmos à discriminação pelo produto da constante $K$ com a raiz da variância de cada questão, ou seja, (Ex.: $CORR = \frac{D_Q}{K\sqrt{V_Q}}$).

O valor da correlação igual a zero foi descartado, pois não apresenta correspondência com o escore total. Também, o valor da correlação com sinal negativo também foi descartado, pois à medida que a questão aumenta o escore diminui. Assim sendo, podemos obter uma tabela de dados com correlação positiva e obter um $K$ para correlações positivas. Em seguida, os valores das correlações próximos a zero foram descartados, pois não apresentavam uma boa correspondência.

A média das questões também foram calculados através de $M_Q = \frac{\sum_{n=1}^{40} Q_n}{N}$ e a media do escore total através de $M_{ET} = \frac{\sum_{n=1}^{40} ET_n}{N}$. Lembrando, que N é sempre o número total de alunos.

Para os alunos da 7° série tivemos um N igual a 32. Para os alunos do 3° ano do Ensino Médio tivemos um N igual a 34. Para os alunos da disciplina de Física IV do ensino superior tivemos um N igual a 45, sendo composta por duas turmas. Em uma turma tinha apenas 25 alunos de Engenharia Civil, e na outra turma tinha 20 alunos de Engenharia Civil, Engenharia Elétrica e Engenharia de Materiais. Considerou-se que formavam um grupo.

Os resultados para os alunos de 7° série estão apresentados nas tabelas 7.2 e 7.3.

Tabela 7.2- Correlação e fidedignidade do teste aplicado a 7° série do Ensino Fundamental.

| Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | ET |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| G1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| G3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| MT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 3,75 |
| VT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2,90 |
| MI | 0,25 | 0,28 | 0,16 | 0,22 | 0,22 | 0,28 | 0,34 | 0,16 | 0,06 | 0,16 | 0,00 | 0,03 | 0,25 | 0,22 | 0,13 | 0,25 | 0,19 | 0,56 | |
| VI | 0,19 | 0,21 | 0,14 | 0,18 | 0,18 | 0,21 | 0,23 | 0,14 | 0,06 | 0,14 | 0,00 | 0,03 | 0,19 | 0,18 | 0,11 | 0,19 | 0,16 | 0,25 | |
| MG1 | 0,25 | 0,75 | 0,25 | 0,38 | 0,38 | 0,50 | 0,38 | 0,13 | 0,00 | 0,50 | 0,00 | 0,13 | 0,38 | 0,38 | 0,50 | 0,25 | 0,38 | 0,50 | |
| MG3 | 0,13 | 0,25 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,00 | 0,00 | 0,13 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,25 | 0,25 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,25 | |
| DISC | 0,13 | 0,50 | 0,13 | 0,25 | 0,25 | 0,38 | 0,38 | 0,13 | 0,13 | 0,50 | 0,00 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,50 | 0,25 | 0,38 | 0,25 | |
| Corr | 0,04 | 0,15 | 0,05 | 0,08 | 0,08 | 0,11 | 0,11 | 0,05 | 0,07 | 0,19 | #DIV/0! | 0,10 | 0,04 | 0,04 | 0,21 | 0,08 | 0,13 | 0,07 | |

Para os dados da tabela 7.2 tivemos um $K$=7,2415 e um $\alpha$=0,0475. Retirando as questões de baixa correlação espera-se aumentar o coeficiente de fidedignidade. Portanto, ao retirar essas questões todos os cálculos foram refeitos.

Tabela 7.3- Correlação e fidedignidade do teste aplicado a 7° série do Ensino Fundamental com os ajustes.

| Q | 2 | 6 | 10 | 15 | ET |
|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| G1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| G1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| MT | | | | | 0,84 |
| VT | | | | | 1,10 |
| MI | 0,28 | 0,28 | 0,16 | 0,13 | |
| VI | 0,21 | 0,21 | 0,14 | 0,11 | |
| MG1 | 0,88 | 0,63 | 0,50 | 0,38 | |
| MG3 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | |
| DISC | 0,88 | 0,63 | 0,50 | 0,38 | |
| Corr | 0,77 | 0,55 | 0,54 | 0,45 | |

Com a retirada das questões que tinham correlação baixa ficaram apenas as correlações de valor positivo, que possibilitou a seleção de questões que deram consistência ao teste e o coeficiente de fidedignidade melhorou ($\alpha$ = 0,6614, $K$ =2,4953).

No caso do Ensino Médio os dados estão apresentados nas tabelas 7.4 e 7.5.

Tabela 7.4- Correlação e fidedignidade do teste aplicado ao 3° ano do Ensino Médio.

| Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | ET |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 8 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 8 |
| G1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| G1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| G3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| MT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 4,85 |
| VT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 4,43 |
| MI | 0,38 | 0,56 | 0,32 | 0,38 | 0,26 | 0,21 | 0,24 | 0,35 | 0,18 | 0,18 | 0,00 | 0,15 | 0,32 | 0,26 | 0,18 | 0,15 | 0,29 | 0,44 | |
| VI | 0,24 | 0,25 | 0,23 | 0,24 | 0,20 | 0,17 | 0,19 | 0,24 | 0,15 | 0,15 | 0,00 | 0,13 | 0,23 | 0,20 | 0,15 | 0,13 | 0,21 | 0,25 | |
| MG1 | 0,78 | 0,56 | 0,33 | 0,67 | 0,56 | 0,33 | 0,44 | 0,33 | 0,11 | 0,22 | 0,00 | 0,22 | 0,56 | 0,22 | 0,44 | 0,33 | 0,78 | 0,67 | |
| MG3 | 0,11 | 0,56 | 0,22 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,33 | 0,11 | 0,11 | 0,00 | 0,11 | 0,22 | 0,11 | 0,00 | 0,11 | 0,00 | 0,11 | |
| DISC | 0,67 | 0,00 | 0,11 | 0,67 | 0,56 | 0,33 | 0,33 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,00 | 0,11 | 0,33 | 0,11 | 0,44 | 0,22 | 0,78 | 0,56 | |

| Corr | 0,12 | 0,00 | 0,02 | 0,12 | 0,11 | 0,07 | 0,07 | 0,00 | 0,00 | 0,03 | #DIV/0! | 0,03 | 0,06 | 0,02 | 0,10 | 0,06 | 0,15 | 0,10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Para os dados da tabela 7.4 tivemos um $K$=11,2282 e um $\alpha$=0,2662. Retirando as questões de baixa correlação, espera-se aumentar o coeficiente de fidedignidade. Portanto, ao retirar as questões é necessário que refazer todos os cálculos.

Tabela 7.5- Correlação e fidedignidade do teste aplicado ao 3° ano do Ensino Médio com os ajustes.

| Q | 1 | 4 | 5 | 17 | ET |
|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| G1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| G1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| G1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| G2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| MT | | | | | 1,32 |
| VT | | | | | 1,62 |
| MI | 0,38 | 0,38 | 0,26 | 0,29 | |
| VI | 0,24 | 0,24 | 0,20 | 0,21 | |
| MG1 | 0,89 | 0,78 | 0,67 | 0,67 | |
| MG3 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | |
| DISC | 0,89 | 0,78 | 0,67 | 0,67 | |
| Corr | 0,47 | 0,41 | 0,39 | 0,38 | |

Com a retirada das questões que tinham correlação baixa ficaram apenas as correlações de valor positivo, que possibilitou a seleção de questões que deram consistência ao teste e o coeficiente de fidedignidade melhorou ($\alpha$ = 0,6010, $K$ =3,8177).

Para o Ensino Superior os resultados estão nas tabelas 7.6 e 7.7.

Tabela 7.6- Correlação e fidedignidade do teste aplicado no Ensino Superior.

| Q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | ET |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 14 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 12 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 9 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 9 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 9 |
| G2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 8 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 6 |
| G3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| G3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| MT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 7,67 |
| VT | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 5,64 |
| MI | 0,69 | 0,78 | 0,44 | 0,76 | 0,60 | 0,44 | 0,36 | 0,40 | 0,27 | 0,31 | 0,04 | 0,18 | 0,29 | 0,47 | 0,24 | 0,38 | 0,31 | 0,71 | |
| VI | 0,22 | 0,18 | 0,25 | 0,19 | 0,25 | 0,25 | 0,23 | 0,25 | 0,20 | 0,22 | 0,04 | 0,15 | 0,21 | 0,25 | 0,19 | 0,24 | 0,22 | 0,21 | |
| MG1 | 0,91 | 1,00 | 0,55 | 0,82 | 0,73 | 0,36 | 0,55 | 0,64 | 0,64 | 0,64 | 0,00 | 0,27 | 0,45 | 0,82 | 0,27 | 0,73 | 0,73 | 0,73 | |
| MG3 | 0,36 | 0,55 | 0,45 | 0,73 | 0,36 | 0,36 | 0,09 | 0,18 | 0,09 | 0,09 | 0,00 | 0,09 | 0,09 | 0,36 | 0,27 | 0,00 | 0,09 | 0,64 | |
| DISC | 0,55 | 0,45 | 0,09 | 0,09 | 0,36 | 0,00 | 0,45 | 0,45 | 0,55 | 0,55 | 0,00 | 0,18 | 0,36 | 0,45 | 0,00 | 0,73 | 0,64 | 0,09 | |
| Corr | 0,08 | 0,08 | 0,01 | 0,01 | 0,05 | 0,00 | 0,07 | 0,06 | 0,09 | 0,08 | 0,00 | 0,03 | 0,06 | 0,06 | 0,00 | 0,10 | 0,10 | 0,01 | |

Para os dados da tabela 7.6 tivemos um $K$=14,2446 e um $\alpha$=0,3599. Retirando as questões de baixa correlação espera-se aumentar o coeficiente de fidedignidade. Portanto, ao retirar as questões teremos que refazer todos os cálculos.

Tabela 7.7- Correlação e fidedignidade do teste aplicado ao ensino superior com os ajustes.

| Q | 1 | 2 | 7 | 8 | 9 | 10 | 13 | 14 | 16 | 17 | ET |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| G1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| G1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| G1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| G1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| G1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 4 |
| G2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| G2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| G2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| G3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| G3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| G3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| MT | | | | | | | | | | | 4,24 |
| VT | | | | | | | | | | | 5,05 |
| MI | 0,69 | 0,78 | 0,36 | 0,40 | 0,27 | 0,31 | 0,29 | 0,47 | 0,38 | 0,31 | |
| VI | 0,22 | 0,18 | 0,23 | 0,25 | 0,20 | 0,22 | 0,21 | 0,25 | 0,24 | 0,22 | |
| MG1 | 0,82 | 0,91 | 0,73 | 0,73 | 0,82 | 0,64 | 0,45 | 0,73 | 0,82 | 0,73 | |
| MG3 | 0,27 | 0,73 | 0,09 | 0,09 | 0,00 | 0,09 | 0,00 | 0,36 | 0,00 | 0,09 | |
| DISC | 0,55 | 0,18 | 0,64 | 0,64 | 0,82 | 0,55 | 0,45 | 0,36 | 0,82 | 0,64 | |
| Corr | 0,09 | 0,03 | 0,10 | 0,10 | 0,14 | 0,09 | 0,08 | 0,06 | 0,13 | 0,11 | |

Com a retirada das questões que tinham correlação baixa ficaram apenas as correlações de valor positivo, que possibilitou a seleção de questões que deram consistência ao teste e o coeficiente de fidedignidade melhorou ($\alpha$ = 0,6088, $K$ =12,6693).

Estes foram os dados das questões objetivas. Agora vamos transcrever algumas respostas dos alunos das perguntas descritivas.

Primeiro, os alunos da 7° série do Ensino Fundamental.

1) O que é simetria?

- não sei (12 respostas);
- não me lembro;
- simetria é a situação que ocorre na Física;
- é uma coisa igual ou reta;
- aquecimento elétrico;
- 15 respostas em branco.

2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

- não sei (12 respostas);
- não me lembro;
- não, eu nunca ouvi e nem vi;
- sim, no forno;

- não sei o que é isso;
- sim, em casa para fazer um armário;
- 15 respostas em branco.

Segundo, os alunos do 3° ano do Ensino Médio.

1) O que é simetria?

- não sei (9 respostas);
- alguma coisa a ver com medidas de algum objeto;
- não me lembro;
- não sei, não tem no caderno;
- é quando todos os lados de um objeto têm o mesmo ângulo;
- é o espaço;
- não sei, pois não estudei isso e não faço a mínima idéia do que pode ser isto;
- eu acho que é sobre medida de algum objeto;
- já ouvi essa palavra, mas não tenho nem idéia do que se trata;
- 3 respostas em branco.

2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

- não (10 resposta);
- eu já ouvi falar;
- nunca vi isso;
- já ouvi falar, porém não sei onde;
- sim, no teste;
- já, ouvi falar, mas não consigo identificar onde;
- se vi não estava ciente que ela estava por perto
- 4 respostas em branco.

Terceiro, os alunos da disciplina de Física IV do Ensino Superior.

1) O que é simetria?

- é uma forma de equilíbrio na qual duas situações são iguais em alguma forma;
- simetria é a regularidade de objetos: traçando uma linha no centro do objeto, observa-se a igualdade dos dois lados, ou ainda, colocando a metade do objeto em frente a um espelho e a imagem corresponde a outra metade;
- é quando o objeto é igual dos dois lados;
- significa ”mesma medida”. Ao passarmos um plano imaginário sobre o centro de um objeto, ele será simétrico se as duas partes forem iguais, ou seja, se as duas metades forem idênticas;
- são funções, formas geométricas, etc., que apresentam uma mesma “imagem” em relação a um eixo, ponto, etc;
- dado um eixo, após uma rotação de 180° (ou reflexão) acontece a simetria;
- simetria ocorre quando um objeto pode ser dividido por um plano em duas partes iguais;
- em dois pontos, à mesma distância de um eixo, são iguais;
- algo que acontece de maneira constante, a partir de uma posição;
- é a igualdade de forma e tamanho de uma figura ou objeto em relação a algum eixo, ou referencial, normalmente a parte do seu centro geométrico;
- algo que possua a mesma regularidade;
- é quando temos a mesma posição geométrica vista de ângulos diferentes;
- é uma onda que tem períodos iguais
- 4 repostas em branco.

2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

- não (5 respostas);
- sim. Vi nas aulas de geometria espacial no ensino médio e em algumas cadeiras de matemática e de Física na faculdade. Quanto a situações

reais, já vi nos contornos dos alimentos esféricos, roupas pela metade, toalhas,...;

- já, em desenho técnico, no ponto geométrico;
- sim, em um cursinho pré-militar para resolver certos problemas matemáticos e físicos;
- imagem no espelho, introdução à geometria;
- sim, em muitas aplicações em física. Ótica, por exemplo, o volume de meia esfera é igual à outra metade;
- sim, em Mecânica para facilitar a resolução de problemas;
- sim, normalmente, em funções que queremos saber a área, e que são simétricas a um eixo, o calculo é facilitado;
- em Mecânica Vetorial. Quando o objeto é simétrico o produto inercial é igual a zero;
- sim, em uma aula de mecânica para calculo de centro de massa;
- sim, em situações do dia-a-dia, como cortar um objeto;
- o corpo humano, se perfeito, é simétrico. Um avião é simétrico;
- vemos figuras simétricas o tempo todo. A grande maioria dos objetos construídos pelo homem é simétrica. Ex.: mesa, cadeira, cama, etc;
- sim, muitos objetos ou representações físicas, como vetores possuem simetria, e isto pode ser usado para determinar suas variáveis;
- sim, mecânica corpos iguais;
- já vi simetria entre moléculas químicas;
- acho que sim, na matéria de Química, para ver se é trans ou cis;
- sim, sem falar dos objetos simétricos do dia-a-dia, o conceito é usado p/ explicar estereoisômeros na química orgânica;
- em Biologia, no ensino meio, fala-se em simetria, no formato dos seres vivos;
- em Geometria, Biologia
- 6 respostas em branco.

**Análise do Questionário**

Na tabela 7.8 estão marcados com um x as questões que podem ser consideradas como indicadoras de conhecimento de cada grau de ensino, pois essas questões apresentam um coeficiente de fidedignidade acima de 0,60.

Tabela 7.8 - Componentes homogêneas.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7° | | x | | | | x | | | | x | | | | | x | | | |
| 3° | x | | | x | x | | | | | | | | | | | | x | |
| ES | x | x | | | | | x | x | x | x | | | x | x | | x | x | |

Podemos verificar que para 7° série do ensino fundamental, as questões que eles indicaram ter conhecimento são as questões 2, 6, 10 e 15.

A questão 2 é uma questão simples do dia-a-dia, que pede para reconhecer a descrição de uma operação que indique a invariância da cerca e eles reconheceram.

A questão 6 também é uma questão do dia-a-dia, não exigindo conhecimentos avançados de Física. Esta questão pede para reconhecer a descrição da operação que indique a invariância das ondas e eles reconheceram.

A questão 10 já é uma questão mais complexa, pois cita itens físicos que a maioria não tiveram contato, como momento angular e estruturas atômicas. Contudo, a que tudo indica, eles mostraram que sabem a definição da palavra rotação, eles dominam seu conceito para aplicar nos itens físicos citados e reconhecem que tal operação verifica a invariância de tais itens.

A questão 15 também é uma questão mais complexa, pois citam itens físicos que não é de conhecimento da maioria deles. Acredito que eles indicaram conhecimento nesta questão, digamos que devido a uma sorte na escolha da alternativa, pois se fossem devido aos seus conhecimentos, as questões 3,4 e 14 também estariam presentes como um indicativo de conhecimento. Além do mais, nesta questão apenas 12,5% dos alunos acertaram a questão 15 (ver tabela 2), ou seja, é uma porcentagem muito baixa.

Podemos também verificar que para o 3° ano do ensino médio, as questões que eles indicaram ter conhecimento são as questões 1, 4, 5 e 17.

A questão 1 é uma questão simples do dia-a-dia, mas que exige do aluno uma certa abstração de raciocínio, pois mesmo conhecendo um cubo, ele terá que imaginar as operações de rotação. Diferente dos alunos da 7° série do ensino fundamental, os alunos do 3° ano do ensino médio tiveram um raciocínio abstraído e conseguiram reconhecer a descrição da operação que verifica a invariância do cubo. Lembremos que está constatação está mais ou menos de acordo com as fases evolutivas da capacidade mental descritas por Piaget.

A questão 4 exige um conhecimento a mais de Física, mas os alunos souberam reconhecer a descrição que verifica a invariância da energia total. O curioso é que os alunos tinham estudado Energia Mecânica há pouco tempo para a prova do ENEM. Talvez esse estudo recente tenha influenciado bastante nas suas respostas.

A questão 5 também exige um pouco mais de conhecimento de Física, pois esta questão envolve relatividade. Os alunos reconheceram que não adiantava substituir as variáveis nas equações por outras de outro referencial, porque se isso ocorresse não teria correspondência de referencial. Também reconheceram que não adiantava transladar as variáveis temporais e espaciais, pois neste caso o referencial seria apenas um, o referencial privilegiado. Tinha sim que transformar as variáveis de um referencial para outro.

A questão 17 também exige um pouco mais de conhecimento de Física, pois se os alunos nunca tivessem ouvido falar em transformação de Lorentz, eles não saberiam relacionar a transformação de Lorentz às equações de movimento. Eles podem até não saber aplicar uma transformação de Lorentz, mas sabem que servem para transformar equações de movimento de um referencial para outro. Além disso, eles apresentaram indícios de que têm algum conhecimento de relatividade devido a presença da questão 5 como indicativo de conhecimento sobre simetria na Física.

Podemos também verificar que para os alunos da disciplina de Física IV do ensino superior, as questões que formam indicativo de conhecimento são as questões 1, 2, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 16 e 17.

A questão 1, como já foi dito, é simples e pertence ao dia-a-dia. Os alunos apresentaram um raciocínio abstraído e tiveram um indicativo de conhecimento.

A questão 2 é simples e a grande maioria acertou.

A questão 7 é uma função mais complexa e exige mais conhecimento de Física. Mas esta questão é um indicativo de conhecimento para os alunos de Engenharia. Uma função para duas partículas idênticas é um assunto do campo da Mecânica Quântica e eles souberam reconhecer a descrição que deixa a função invariante.

A questão 8 também exige um conhecimento a mais de Física. Nesta questão foi pedido que o aluno reconheça quais das descrições verificariam se o campo elétrico permaneceria na mesma direção e no mesmo sentido. Ora, se a corrente elétrica não se altera com o passar do tempo, então o campo elétrico estará no mesmo sentido e na mesma direção. A outra maneira seria colocando um espelho paralelo ao fio, verificando se a imagem da corrente permaneceria inalterada e, portanto o campo magnético permaneceria no mesmo sentido. O campo magnético estando numa direção e sentido, o aluno teria que saber que o campo elétrico estaria perpendicular ao campo magnético.

A questão 9 é semelhante a questão 8 e eles reconheceram a descrição que verifica a invariância do campo magnético.

A questão 10 já é mais simples para os alunos o ensino superior. Por estar citada como uma das questões indicativa de conhecimento, acredito que os alunos dominem o conceito de rotação, pois só assim poderiam aplicá-lo corretamente.

A questão 13 é mais complexa, pois cita o big-bang, mas esse assunto também é muito difundido na mídia. Desta forma, podemos dizer que parte dos alunos domina o conceito de reversão temporal para aplicá-lo aos itens citados. Reversão temporal para antes do big-bang é impraticável, pois não sabemos nada antes do big-bang. Reversão temporal para uma pedra, por exemplo, fica impraticável, imagina ver como estava uma pedra a 10 mil anos atrás. A reversão temporal costumeira é aquela aplicada a equações de movimento.

A questão 14 também é mais complexa, o aluno teria que saber que aplicar uma translação espacial num sistema física e verificar a invariância do momento linear. Na tabela 3 podemos ver que 46,7% dos alunos acertaram a questão, ainda está a baixo da média, mas foi considerada uma questão homogênea. A questão 4, por exemplo, 75.6% dos alunos acertaram a questão, porém apresentou uma resposta heterogênea.

As questões 16 e 17 tratam de relatividade. Parte dos alunos souberam escolher qual item a transformação pode operar de modo que o item possa ficar invariante sob transformação. Portanto, os alunos sabem que tipo de transformação serve para ser aplicada as equações de movimento num referencial com velocidade baixa e qual transformação serve para as equações de movimento num referencial com velocidade próxima a velocidade da luz. A transformação de Galileu só serve para transformar equações cujo referencial esteja em velocidade baixa. Já a transformação de Lorentz serve tanto para transformar equações para referenciais com velocidade baixa, quanto para referenciais com velocidade próxima a da luz, pois a transformada de Galileu é um caso particular da transformada de Lorentz. Contudo, eles tiveram um desempenho inferior na questão 5, mas como souberam fazer esta distinção de aplicabilidade das transformações, então as questões podem ser aceitas como indicadores de conhecimento.

Uma outra verificação interessante seria verificar um grupo mais homogêneo e isso foi feito. Foi verificado o teste do grupo de alunos de Engenharia Civil com 25 alunos. As questões deste grupo que fizeram parte do um indicativo de conhecimento foram as questões 2, 5, 7, 9, 11, 14, 15, 18, 19, 20. Também são 10 questões validadas, com algumas diferenças, as questões 5 e 20 são indicativos de conhecimento, mas as questões 1 e 8 não são indicativos de conhecimento.

A falta da questão 8 indica menos conhecimento de Eletromagnetismo, talvez o acréscimo dos alunos de Eng. Elétrica, e Materiais mudou este indicativo, pois eles precisão mais deste conhecimento.

A inclusão das questões 5 e 20 no indicativo de conhecimento, demonstra que eles dominam um pouco mais Relatividade e Mecânica Quântica. Talvez por estarem estudando recentemente na disciplina de Física IV.

A falta da questão 1 demonstra talvez uma característica do profissão de Eng. Civil, que é a de trabalhar com estruturas concretas. Esta questão requer uma certa abstração de raciocínio, não quer dizer que eles não tenham a capacidade de ter um raciocínio abstraído, apenas neste teste estou fazendo esta relação para explicar a falta desta questão na validação.

Por todos os argumentos aqui citados é que justifica a inclusão da outra turma para obter dados mais gerais sobre os alunos que estudam Física no ensino superior.

A análise até agora foi para constatar quais tipos de questões são possíveis indicativos de conhecimentos das diferentes etapas de estudos dos alunos. Contudo, também seria interessante saber qual o rendimento em acertos dos alunos. A tabela 7.9 apresenta a porcentagem de alunos que acertaram cada questão, todos separados pelo grau de ensino.

Tabela 7.9 – Porcentagem de alunos que acertaram cada questão.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7° | 25% | 28,1 | 15,6 | 21,9 | 21,9 | 28,1 | 34,4 | 15,6 | 6,3 | 15,6 | 0 | 3,1 | 25 | 21,9 | 12,5 | 25 | 18,8 | 56,3 |
| 3° | 38,2 | 55,9 | 32,4 | 38,2 | 26,5 | 20,6 | 23,5 | 35,3 | 17,6 | 17,6 | 0 | 14,7 | 32,4 | 26,4 | 17,6 | 14,7 | 29,4 | 44,1 |
| ES | 68,9 | 77,8 | 44,5 | 75,6 | 60 | 44,4 | 35,6 | 40 | 26,7 | 31,1 | 4,4 | 17,8 | 28,9 | 46,7 | 24,4 | 37,8 | 31,1 | 71,1 |

Podemos notar que a porcentagem da quantidade de alunos que acertaram as questões no geral é baixa, até mesmo para o ensino superior (ES), apenas 5 questões acima de 50%. Mas também podemos notar de uma forma geral que a porcentagem aumenta à medida que o grau de instrução aumenta. Presumia-se que com o aumento de instrução em Física, as questões teriam maior porcentagem de acerto e na verdade isto ocorreu, mas a porcentagem continuou baixa para o ensino superior, e estas questões eram para ser consideradas fáceis para o ensino superior. Portanto, estas baixas porcentagens de acertos indicam que o conceito de simetria é pouco trabalhado no ensino.

Importante salientar que as porcentagens de alunos que acertaram as questões de 1 a 6 foram maiores. Isto sugere que é muito mais fácil reconhecer uma descrição de uma operação, do que descrevê-la mentalmente para verificar se a quantidade física permanece invariante.

Passemos agora a análise das perguntas descritivas. Podemos notar que tanto os alunos da 7° série do Ensino Fundamental, quanto os alunos o ensino médio não souberam definir simetria, não souberam dizer se a viram em algum lugar. Alguns do Ensino Médio já ouviram falar, mas não souberam dizer aonde. Contudo, os alunos da 7° série do Ensino Fundamental demonstraram que reconhecem as operações de simetria usadas em situações do dia-a-dia, sendo essas operações, as operações de rotação e periodicidade. Os alunos do 3° ano do Ensino Médio também reconhecem as operações de simetria usadas em situações do dia-a-dia, mas não somente para situações do dia-a-dia, também para situações que exijam conhecimento de Mecânica Newtoniana e Relatividade.

Os alunos do Ensino Superior já conseguiam definir simetria, mas eles, na maioria, relacionaram simetria à operação de reflexão, ou seja, qualquer objeto ou figura que tiver a imagem refletida igual à forma original é considerado simétrico. Foi constatado nas respostas, que 31 alunos dos 45 relacionaram a simetria com a operação de reflexão, demonstrando que os seus conceitos de simetria estão embasados nas experiências cotidianas.

Apenas 1 aluno relacionou na simetria a operação de rotação e 2 alunos relacionaram a operação de periodicidade. Os outros deixaram em branco ou disseram que não sabiam. Mas estas respostas também demonstram uma grande influência do cotidiano.

Sobre a questão que perguntava se alguém ouviu ou viu alguma vez simetria. Apenas 7 disseram que viam simetria no dia-a-dia, nos objetos geométricos, nas frutas, nos objetos domésticos, etc.. Outros disseram que viram simetria na disciplina de Mecânica, outros mencionaram que viram simetria na disciplina de Química (provavelmente os alunos de Eng. de Materiais), outros que viram em geometria espacial. Quer dizer, muitos responderam de acordo com suas experiências recentes e esta afirmação corrobora com a análise feita sobre os dados da validação. Apenas alguns disseram que conviveram com a simetria durante toda sua vida.

**Considerações Finais da Análise**

Segundo a análise do teste, os alunos antes de estudar Física (7° série do Ensino Fundamental) apresentam o conceito de simetria relacionado principalmente às operações de rotação e de periodicidade de objetos geométricos do espaço euclidiano. Não conseguem definir simetria conceitualmente, mas conseguem aplicar as operações de simetria ou simplesmente reconhecem operações de simetria que verificam a invariância de quantidades físicas. Por exemplo, uma bola de futebol é simétrica após uma rotação, ou uma cerca é simétrica periodicamente em trechos pequenos. Esse tipo de compreensão, os alunos têm. Portanto, os alunos que não estudaram ainda Física, apresentam um conhecimento intuitivo de simetria do senso comum.

Os alunos do final do Ensino Médio também não conseguem definir simetria conceitualmente, mas parecem conseguir aplicar as operações de simetria ou simplesmente reconhecem operações de simetria que verificam a invariância dos itens físicos. Reconhecem operações de rotações que verificam a invariância de objetos geométricos, também reconhecem operações de simetrias que descrevem a invariância dos itens físicos das situações físicas e conseguiram relacionar uma operação de simetria para uma situação relativística. Portanto, os alunos do final do Ensino Médio, apesar de não conseguirem definir o conceito de simetria, apresentam a capacidade de reconhecer descrições de operações que verificam a invariância de itens físicos.

Os alunos do Ensino Superior conseguem definir o conceito de simetria. Para eles, na grande maioria, simetria está relacionada aos objetos geométricos que apresentam sua imagem igual ou se um objeto for dividido ao meio, um lado tem que ser igual ao outro, ou seja, simetria, para eles, está relacionada à operação de reflexão. Então, os alunos do Ensino Superior também apresentam um conhecimento de simetria relacionado ao senso comum, porém desta vez não é intuitivo e sim definido. Esses alunos reconhecem as operações de simetria que descrevem as invariâncias de itens físicos de algumas situações, também conseguem relacionar operações de simetria para algumas situações físicas descritas com a linguagem das denominações da Física, sugerindo que conhecem o significado de cada denominação. Desta forma, podemos relatar que os alunos do Ensino Superior reconhecem em maior parte as operações de simetria para verificar a invariância de itens físicos, mas apresentam um conceito de simetria relacionado às operações de reflexão de objetos geométricos do espaço euclidiano. Portanto, seus conhecimentos de simetrias são específicos para cada situação física, não apresentando uma estrutura cognitiva hierarquizada, onde os conceitos específicos são ligados ao conceito mais abrangente.

A partir das observações das questões consideradas indicadoras de conhecimentos dos alunos, podemos constatar que os alunos para cada grau de ensino tiveram um melhor desempenho para os assuntos vivenciados recentemente ou que tiveram aula recentemente, pois apresentavam uma estrutura cognitiva apta a se ligar ao conceito de simetria. Para os alunos da 7° série do Ensino Fundamental seus conhecimentos mais recentes eram os objetos geométricos do cotidiano. Para os alunos do final do Ensino Médio seus conhecimentos mais recentes eram os objetos geométricos do cotidiano e a Mecânica Clássica. Para os alunos do Ensino Superior seus conhecimentos mais recentes eram os objetos geométricos do cotidiano, o Eletromagnetismo, a

Mecânica Relativística e a Mecânica Quântica. Contudo, muitas questões tiveram uma porcentagem de acertos abaixo de 50%, portanto, mesmo que algumas questões apresentem indicativo de conhecimento após validação estatística, esta porcentagem baixa de acertos sugere que o conceito de simetria está sendo pouco trabalhado. Também podemos relatar que mesmo ocorrendo o aumento do conhecimento de física por parte dos alunos, possibilitando a interpretação de questões avançadas, muitos dos alunos continuam a ter uma definição de simetria relacionado ao senso comum. Esses alunos apresentam o conceito de simetria relacionada às operações de reflexão e rotação de objetos geométricos do espaço euclidiano, que é, no fundo, o mesmo conceito detectado nos alunos do Ensino Fundamental.

# Capitulo 8

## Sugestões sobre como Introduzir as várias Simetrias

### Delimitação do Conteúdo de Aula

Até agora vimos que o conceito de simetria aparece em vários assuntos dos campos conceituais da Física: em Mecânica Clássica, Teoria Eletromagnética, Estrutura da Matéria, Física Nuclear, Mecânica Quântica, Física de Partículas, Cosmologia, etc. Contudo, certos assuntos ainda estão em estudo, como:

1. o porque da quebra de simetria na interação fraca;
2. certas partículas não correspondem a algumas simetrias;
3. a teoria de cordas que usa simetria, ainda não foi comprovada;
4. a não unificação da relatividade com o eletromagnetismo e a força da gravidade.

Então, até a investigação científica em Física se avançar, os assuntos mais complexos não chegarão à sala de aula tão cedo. Mas a Física Clássica está consolidada, portanto, **o importante é tratar do que já está consolidado, mas que não se encontra acessível ao ensino básico e universitário introdutório**. Em vista disto, trataremos da simetria do cotidiano, da simetria na Mecânica Clássica, na Estrutura Matéria, na Relatividade, na Mecânica Quântica, sem problemas complexos.

### Justificativa para o Ensino de Simetria

O ensino de simetria no Ensino Médio e Universitário Introdutório é importante por vários fatores:

- para que o conceito de simetria deixe de ser um conhecimento implícito e seja um conhecimento explícito, pois mesmo sendo usado no cotidiano, muitos não conseguem definir o conceito de simetria;
- o conceito de simetria está relacionado as leis de conservações;
- segundo Vergnaud, o aprendizado de um conceito é um processo demorado que requer muitas situações para dar sentido ao conceito, envolvendo também outras conceitualizações, por isso, o período do Ensino Médio passa a ser valioso para o aprendizado do conceito de simetria, pois o processo é demorado;
- na revisão de livros sobre o conceito de simetria deste trabalho (p.55), conclui-se que o conceito de simetria passou a ser relatado muito mais nos livros do Ensino Superior do que no Ensino Médio, principalmente usando operações lógicas. Portanto, para uma melhor compreensão das operações lógicas seria preciso apresentar primeiro a definição conceitual de simetria, fazendo uso de muitas operações lingüísticas e de muitas situações.

**Plano de aula**

*Objetivos do plano:* Estruturar as etapas de ensino do conceito de simetria para cada campo da Física, salientando o que será usado como subsunçor, os elementos que compõem um conceito: situações, invariantes operatórios (teoremas-em-ação, conceitos em ação), representações.

**Organizador Prévio**

Já sabendo que os alunos utilizam conscientemente ou inconscientemente as operações de girar para reconhecimento de objetos geométricos bem comportados. Então, no início da aula, objetos como cubos (dado), pirâmides, paralelepípedos, etc., serão expostos sobre a mesa do professor (de modo bem visível ao aluno).

Objetivo:

O objetivo desta exposição é "organizar" a estrutura cognitiva que o aluno possa ter sobre o assunto e esta "organização" funcionará como um facilitador da ancoragem da nova informação (a idéia de simetria) no conhecimento prévio do aluno.

Os conceitos que se pretende organizar são:

1. simetria;
2. operações;
3. primeiras situações físicas.

Este organizador prévio será utilizado para os alunos que terão sua primeira aula sobre simetria.

**Aula para introduzir o conceito de simetria**

No início da aula serão colocados objetos geométricos sobre a mesa do professor, esperando que o aluno resgate os conceitos que envolvam as formas geométricas, tais como: a forma geométrica e, mesmo inconsciente, o ato de girar (Este seria o organizador prévio). A partir daí pode ser feita a seguinte pergunta, o que vocês vêem após o giro do objeto? A resposta que se espera será que a forma geométrica é a mesma. Assim será introduzida a operação de rotação, após será apresentada a operação de reflexão e translação espacial. Com o uso destas operações será formalizado o conceito de simetria para o caso específico de objetos geométricos. Também já seria bom, relatar o conceito mais geral de simetria, para que o aluno possa assimilar os casos mais específicos por um conceito mais geral e assim poder ter uma assimilação superordenada.

As próximas etapas consistirão da apresentação de situações que envolverão outras operações de simetria, para que o aluno amplie este conceito.

**Lembrando a definição mais geral:** simetria é a invariância física que pode ser constatada após uma operação de transformação**.**

Subsunçor: o mundo, o dia-a-dia.

Situação: objetos geométricos.
Representação: escrita.
Invariante operatório (teorema-em-ação): as características de uma forma geométrica, um quadrado é um objeto de quatro lados iguais e isso não se altera.
Invariante operatório (conceitos-em-ação): forma geométrica e espaço.
Publico alvo: alunos do Ensino Fundamental a partir da 6° série até início do Ensino Médio.

**Aula de Mecânica**

Serão apresentadas as colisões de esferas, onde poderá ser verificado que o seu momento total não se modifica pela operação de translação espacial e temporal.

O lançamento de mola servirá para verificar que a energia total não se modifica por translação temporal.

Subsunçor: momento e energia.
Situação: colisões e lançamento de mola.
Representação: escrita e palavras.
Invariante operatório (teorema-em-ação): a invariância do momento pode ser constatada por uma translação espacial e a invariância da energia mecânica pode ser constatada por uma translação temporal.
Invariantes operatórios (conceitos-em-ação): translação espacial, translação temporal momento e energia.
Conhecimentos prévios: para o caso das colisões e lançamento de mola são necessários conhecimentos de cinemática, energia, momento.
Público Alvo: alunos do Ensino Médio e do início do Ensino Superior.

**Aula de Estrutura da Matéria**

Serão apresentadas as posições dos átomos que formam uma estrutura que macroscopicamente é chamada de matéria e a maneira para detectar essas estruturas atômicas. A operação de rotação de objetos geométricos poderá ser usada para uma estrutura da matéria com rede de átomos e constatar que após uma rotação a rede permanece a mesma.

Subsunçor: formas geométricas.
Situação: redes atômicas.
Representações: desenhos, escritas e palavras.
Invariante operatório (teorema-em-ação): alguns materiais do estado sólido apresentam arranjo atômico com formas geométricas regulares.
Invariante operatório (conceitos-em-ação): operação de rotação, espaço e geometria.
Conhecimentos prévios:

1) para o caso das estruturas atômicas são necessários os conhecimentos de: figuras geométricas;
2) para a interpretação de lei de Bragg basta ter o conhecimento de matemática que trata da Geometria.

Público Alvo: alunos do Ensino Médio e do início do Ensino Superior.

**Aula de Eletromagnetismo**

Serão apresentados os campos elétricos, campos magnéticos e por operação de reflexão será verificado em qual direção o vetor do campo será simétrico.

Após, o potencial escalar e o potencial vetor serão apresentados, sendo que será verificado que as leis da Física não se modificarão frente à translação de quantidade de potencial ou de uma translação temporal.

Depois será descrito que as transformações de Calibre são transformações de variáveis que não mudam a forma da equação. Para o Ensino Médio as transformações não precisão ser mostradas, pois para sua compreensão seria necessário conhecimento de matemática avançada, mas na universidade a parte matemática poderá ser mostrada.

Subsunçores: corrente, tensão, campo elétrico, campo magnético, potencial escalar e potencial vetor.
Situação: corrente percorrida em uma espira.
Representações: desenhos, vetores, escritas e palavras.
Invariante operatório (teorema-em-ação): o campo elétrico e magnético apresentam simetria por reflexão.
Invariantes operatórios (conceitos-em-ação): operação de reflexão, de translação temporal e espacial, corrente, tensão, campo elétrico, campo magnético, potencial escalar e potencial vetor.
Conhecimentos prévios: é necessário o conhecimento de força, velocidade, corrente elétrica, campo elétrico, campo magnético, potencial escalar, potencial vetorial.
Público Alvo: alunos do Ensino Médio e do início do Ensino Superior.

## Aula de Relatividade

Serão apresentadas experiências de pensamento onde as velocidades de uma bolinha de ping-pong que estará dentro de um trem que ora estará com velocidade baixa, ora estará com velocidade próxima à velocidade da luz. As velocidades serão medidas em dois referenciais diferentes: em um referencial o observador estará parado e fora do trem. O outro observador estará dentro do trem. A velocidade da bolinha dentro do trem terá uma transformação toda vez que for vista no referencial fora do trem. Mas, existirão diferenças entre as transformações, pois para a velocidade baixa do trem a transformação será de

Galileu e para a velocidade do trem próxima a velocidade da luz será usada a transformação de Lorentz.

Subsunçor: cinemática.
Situações: viagem de trem e as modificações de velocidade.
Representações: desenhos, escritas e palavras.
Invariante operatório (teorema-em-ação): as leis da física não mudam de um referencial para outro.
Invariantes operatórios (conceitos-em-ação): operação de transformação de Galileu e de Lorentz, referencial, velocidade, enfim cinemática.
Conhecimentos prévios: serão necessários os conhecimentos de cinemática e sistemas de coordenadas.
Público Alvo: alunos do Ensino Médio e do início do Ensino Superior.

**Aula de Quântica**

Serão apresentados o átomo de hidrogênio e o elétron ao redor do núcleo que se movimenta segundo uma função de onda. A função de onda do elétron quando confinado pode apresentar simetria de paridade par, que pode ser verificado por inversão espacial.

A energia do elétron ao redor do núcleo pode ser a mesma se a distância ao núcleo for mantida, portanto, o elétron poderá sofrer rotações que não alterará sua energia.

Uma função de onda para duas partículas pode sofrer permutação entre as partículas e mesmo assim manter a mesma função de onda, caracterizando uma função simétrica.

Será apresentada a distribuição probabilística para uma interferência, onde a simetria por inversão espacial se verifica, portanto a partícula pode estar numa posição ou no inverso desta posição.

Subsunçores: energia, função de onda, átomo de hidrogênio.
Situações: átomo de hidrogênio, interferência de luz ou partículas.
Representações: desenhos, escritas e palavras.
Invariante operatório (teorema-em-ação): os elétrons estão ao redor dos núcleos atômicos em trajetórias circulares.
Invariantes operatórios (conceitos-em-ação): quantização, energia, onda, freqüência, operações de rotação e inversão espacial .
Conhecimentos prévios: conceito de energia, o átomo de hidrogênio, o conceito de onda, a função seno e co-seno, e o conceito de freqüência.
Público Alvo: alunos do início do Ensino Superior.

Conceito-Chave Organizador

O significado mais abrangente de simetria pode ser usado como conceito-chave organizador. Além de todos os conceitos específicos de simetria para cada campo conceitual poder ser assimilado pelo conceito mais abrangente de simetria, proporcionando uma estrutura cognitiva superordenada, também poderá servir como elemento de ligação para outros campos da Física. Caso alguém pergunte, onde temos simetria? Poderão dizer que existe simetria na Mecânica Clássica, na Mecânica Quântica, no Eletromagnetismo, na Estrutura da Matéria, etc. Caso perguntem quais itens físicos podem ser invariantes após transformação? Quem responder, terá que se lembrar de outros conceitos pertinentes ao campo conceitual, conceitos que estão nos conhecimentos prévios de cada aula proposta. Enfim, este conceito é de fundamental utilidade.

# Conclusão

Vimos que existem muitas situações físicas que apresentam simetria, que são evidenciadas através de operações dos mais variados tipos, que têm por objetivo achar as invariâncias físicas.

Nos livros pesquisados a simetria foi encontrada nos assuntos mais diversos, sendo mais bem detalhada nos livros que tratam de assuntos específicos (livros que tratam de um único campo da Física, como: Mecânica Clássica, Mecânica Quântica, Eletromagnetismo, etc.), principalmente nos livros mais avançados do Ensino Superior. Dos livros de Física Geral que tratam de simetria, o *The Feynman Lectures on Physics* (FEYNMAN, LEIGHTON, SANDS, 1964) foi o livro mais completo em relação às operações lingüísticas e as operações lógicas. Esperava-se que nas publicações mais recentes, o conceito de simetria fosse cada vez mais trabalhado, mas ocorreu que os livros novos relatam pouco o conceito de simetria. O conceito de simetria passou a ser relatado em livros avançados do Ensino Superior que tratam de campos de estudo específicos da Física.

Nos livros do Ensino Médio são relatadas apenas as leis de conservações, mas não são mencionadas as relações entre as leis de conservações com as simetrias. Portanto, no Ensino Médio existe uma grande probabilidade de que o conceito de simetria não seja trabalhado e deveria ser trabalhado.

Dessa forma, o conceito de simetria deveria ser relatado em livros já do Ensino Médio, pois segundo a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, a aprendizagem de um conceito demora um tempo longo, que requer a apresentação de varias situações físicas, campos conceituais, etc. (VERGNAUD, 1982, p. 40; MOREIRA, 2002, p. 1).

Na revisão de periódicos não foram encontrados artigos com a preocupação de investigar as dificuldades da aprendizagem de simetria, mas foram encontradas publicações para divulgar algum tipo de simetria na tentativa de suprir a falta destes assuntos em materiais didáticos da Física. Publicações de pesquisa teórica que utilizam o conceito de simetria são encontrados em maior quantidade. Nestes artigos acharam-se argumentos de simetria, servindo para orientar a descrição das situações físicas e também existem afirmações em alguns artigos de que a imposição de simetria faz parte da investigação científica (VILLANI, 1981, p. 55; BASSALO,1981, p. 13; AHSAN, 1996, p. 572).

Para ressaltar a importância do conceito de simetria foi usado a *Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud* para compreendermos melhor o conceito. Mas também foi usado a *Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel* para indicar uma direção metodológica de ensino do conceito de simetria.

A teoria de campos conceituais salienta que os conceitos só terão sentido em situações físicas, além disto, esta teoria alega que o desenvolvimento cognitivo está na conceitualização. Portanto, a teoria de campos conceituais vai ao encontro da teoria da aprendizagem significativa, que também prioriza a aprendizagem cognitiva. A teoria da aprendizagem significativa relata que a aprendizagem ocorrerá significativamente se a nova informação ancorar nas informações prévias do sujeito. Então, ao juntar as duas teorias podemos dizer que uma aprendizagem efetiva ocorrerá quando o aluno conceitualizar a simetria em situações físicas que o sujeito já tenha.

Ausubel também disse que, se o sujeito não tem os conhecimentos prévios, o sujeito, inevitavelmente, terá que aprender mecanicamente, isto é, a nova informação não se liga a nada, mas, com o tempo, a nova informação pode se tornar significativa.

Uma parte empírica também foi realizada com base nas teorias citadas anteriormente. Foram elaboradas questões que apresentam situações físicas para dar sentido aos vários tipos de simetria. As situações físicas da estrutura cognitiva funcionaram como conhecimentos prévios, esperando-se verificar a existência da ligação dos tipos de simetrias às várias situações físicas.

Lembrando que este teste foi elaborado para ser aplicado para três diferentes graus de ensino (7° série do Ensino Fundamental, 3° ano do Ensino Médio e alunos do Ensino Superior que estavam estudando a disciplina de Física IV) com o objetivo de comparar a compreensão de simetria que os alunos têm sobre simetria na Física.

Segundo a análise do teste, e das questões descritivas, os alunos do Ensino Superior apresentam o mesmo conceito de simetria, que é o conceito do senso comum. Conseqüentemente, os alunos do Ensino Médio provavelmente apresentam o mesmo conceito de simetria. O conceito de simetria do senso comum é a simetria por reflexão ou rotação geométrica do espaço euclidiano. Dessa forma, os alunos não apresentam o conceito mais abrangente que possibilitaria absorver os conceitos específicos de simetria.

Os alunos demonstraram saber mais casos específicos de simetria a medida que apresentavam maior grau de escolaridade. Os alunos tiveram um melhor desempenho para os assuntos vivenciados recentemente, pois apresentavam uma estrutura cognitiva apta a ligar o conceito de simetria à situação física. Por exemplo: os alunos do ensino superior tiveram melhor desempenho em questões ligadas aos objetos geométricos do cotidiano, ao Eletromagnetismo, à Mecânica Relativística, e à Mecânica Quântica, mas não tiveram um bom desempenho em questões ligadas à Mecânica Clássica.

Portanto, fazendo uso da Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, da Teoria de Aprendizagem Cognitiva de Ausubel, e desta pesquisa, os invariantes (operadores) fazem sentido para situações físicas enunciadas que foram vivenciadas recentemente pelos alunos, provando que o conceito de simetria pode ser trabalhado no Ensino Médio e Ensino Superior Introdutório.

Por fim, a importância do conceito de simetria para a aprendizagem da Física.  A importância do conceito de simetria está no seu papel de revelar o motivo da existência das leis de conservações e as leis de conservações são usadas para explicar os fenômenos da natureza. A proposta da Física é explicar os fenômenos da natureza, para isso as leis de conservações são usadas, então o conceito de simetria também tem que ser usado e ensinado.

# Bibliografia


ALEMAÑ BERENGUER, R. A. Errores Comunes sobre Relatividad entre los Professores de Enseñanza Secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, v. 15, n. 3, p. 301-307, novembro 1997.

ALONSO, M.; FINN, E.J. *Física*. Madrid: Addison-Westey,1990.

ALVARENGA, B.; MÁXIMO, A. *Curso de Física 1, 2 e 3*. São Paulo: Scipione, 1997.

ALVARENGA, B.; MÁXIMO, A. *Curso de Física 1, 2 e 3*. São Paulo: Scipione, 2003.

AGUIAR, Marcus A. M. de. Caos em Sistemas Clássicos Conservativos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 16, n. 1-4, p.3-20, 1994.

AHSAN, Zefar. Symmetry Property of the Space-Time of General Relativity in Terms of the Space-Matter Tensor. *Brazilian Journal of Physics,* v. 26, n.3, p. 572-576, september 1996.

AMALDI, U.. *Imagens da Física*. São Paulo: Scipione, 1995.

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. Psicologia educacional. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D., NOVAK, J., & HANESIAN, H. Educational Psychology: A Cognitive View. 2. ed. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1978.

AURANI, Katya M.. A Utilização do Conceito de Temperatura por Boltzmann no Início de suas Investigações sobre a 2° Lei da Termodinâmica (1866). *Caderno Catarinense de Ensino de Física,* v. 13, n. 1, p. 71-75, 1996.

BARAIS, A.W.; VERGNAUD, G.. Students' conceptions in physics and mathematics: biases and helps. In Caverni, J.P., Fabre, J.M. and Gonzalez, M.. Cognitive biases. North Holland, Elsevier Science Publishers, p. 69-84, 1990.

BASSALO, José Maria Filardo. Os primeiros Quarks. *Revista de Ensino de Física*, v. 3, n. 4, p. 13-26, 1981.

BASSALO, J. M. Filardo. As Mais Recentes Partículas: Gluons, Charmonia, Bottomonium, Toponium e Tau. *Revista de Ensino de Física*, v. 4, n. , dezembro 1982.

BONJORNO, José Roberto; Bonjorno, Regina Azenha; Bonjorno, Valter. Ramos, Clinton Márcico. *Física Fundamental*. Volume único. São Paulo: FTD, 1999.

BORBA, Francisco da Silva. *Dicionário UNESP do português contemporâneo*. São Paulo: UNESP, 2004.

BORGES, R. P. ; DRIGO Filho, Elso. Supersimetria em Mecânica Quântica II: Oscilador Harmônico e Potencial Coulombiano. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, n. 2, p. 233-237, junho 1999.

CALLEN, Herbert B. . *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. New York, John Wiley & Sons, 1982.

CARRON, Wilson; GUIMARÃES, Osvaldo. *As Faces da Física*. Volume único São Paulo: Moderna, 1997.

CHAVES, A. S.. Elementary Symmetry Considerations on Classical Electrodynamics. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 19, n. 4, p. 384-388, dezembro 1997.

CHIQUETTO, M.; VALENTIM, B.; PAGLIARI, E.. *Aprendendo Física*. Volumes 1, 2, 3 e 4. São Paulo: Scipione, 1996.

CUDMANI, Leonor C.; FONTDEVILA, Pablo. Física Básica: A Organização de Conteúdos no Ensino-Aprendizagem do Eletromagnetismo*. Caderno Catarinense de Ensino de Física,* v. 6, n. 3, p. 196-209, dezembro 1989.

DUIT, Reinders. Understanding Energy as a Conserved Quantity-Remarks on the Article by R. U. Sexl. *European Journal of Science Education,* v. 3, n. 3, p. 291-301, july-september 1981.

EISBERG, R.; RESNICK, R. . *Física Quântica*. 8. ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1994.

FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B.; SANDS, M.. *The Feynman Lectures on Physics*. Volume 1, 2 e 3. Reading: Addison-Wesley, 1964.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Minidicionário Aurélio*. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1988.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Dicionário Aurélio Eletrônico Século XXI*. Versão 3.0. Editora Nova Fronteira, 1999.

FRANCHI, A.. *Considerações sobre a teoria dos campos conceituais.* In Alcântara Machado, S.D. et al. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo, EDUC, p. 155-195, 1999.

GASPAR, Alberto. Física. 1. ed. São Paulo: Ática, 2000.

GASPAR, Alberto. Física. 2. ed. São Paulo: Ática, 2005.

GOULART, Silvia M.; DIAS, Elisa C. N. ; BARROS, Suzana L. de Souza. Conceitos Espontâneos de Crianças Sobre Fenômenos Relativos à Luz: Análise das Qualitativa. *Caderno Catarinense de Ensino de Física,* v. 6, n. 1, p. 9-20, abril 1989.

GREF(*Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. Física 1, 2 e 3.)* São Paulo: EDUSP, 1991.

GUILLÉN, G. Sobre el Aprendizaje de Conceptos Geométricos Relativos a los Sólidos. Ideas Erróneas. *Enseñanza de las Ciencias*, v. 18, n. 1, p. 35-53, marzo 2000.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.. *Física.* 4. ed. Volumes 1, 2, 3 e 4. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1983.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física.* Volume 1, 2, 3 e 4. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1996.

HAWKING, Stephen W.. *Uma Breve História do Tempo* ( Do big bang aos buracos negros). Rio de janeiro: Rocco, 1988.

HERSKOWICZ, Gerson; PENTEADO, Paulo Cesar Martins; Scolfero. *Curso Completo de Física*. 1. ed. Volume único. São Paulo: Moderna, 1991.

HEWITT, Paul. *Conceptual Physics*: The high School Physics Program. USA: Addison-Wesley, 1992.

HOUAISS, Antônio. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2001.

JACKSON, J. D. . *Classical Electrodynamics*. New York: John Wiley,1975.

JOHNSON, R. C.. Floating Shells: The Breaking and Restoration of symmetry. *American Journal of Physics,* v. 65, n. 4, p. 296-300, april 1997.

KITTEL, C.. Introdução à Física do Estado Sólido. 5. ed. Rio de Janeiro: Editora Guranabara, 1978.

KÖNIG, Anja; Mermin, N. David. Symmetry, Extinction, and Band Sticking. *American Journal of Physics,* v. 68, n. 6, p. 525-530, june 2000.

LEMEIGNAN, G. and WEIL-BARAIS, A.. A developmental approach to cognitive change in mechanics. *International Journal of Science Education*, v. 16, n.1, p. 99-120, 1994.

LUCAS, J. R., HODGSON, P. E.. *Spacetime and Electromagnetism* (An essay on the philosophy of the special theory of relativity). Oxford: Clarendon Press, 1990.

MARION, J.B.; THORNTON, S.T.. *Classical Dynamics of Particles and Systems*. 4. ed. Fort Worth, Saunders College, c1995.

MARTINS, Adriano de Souza. Simetrias e Leis de Conservação na Mecânica Clássica *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, n. 1, p. 33-39, março 1999.

MARTINS, Roberto de A.. Contribuição do Conhecimento Histórico ao Ensino do Eletromagnetismo. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física,* v. 5, n. especial, junho 1988, p. 46-54.

MARTINS, Roberto de A.. A Relação de Massa-Energia e Energia Potencial. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física,* v. 6, n. especial, p. 56-75, junho 1989.

MEJÍA, F. M.; PLEITEZ, V.. Schwinger´s Oscillator Metthod, Supersymmetric Quantum Mechanics and Massless Particles. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 24, n. 1, p. 41-46, março 2002.

MONTEIRO, Jacy. *Elementos da Álgebra*. Rio de Janeiro: LTC,1979.

MONTENERO, M.; SUERO, M. I.; PÉREZ, A. L.; PARDO, P. J. . Implicit Theorias of Static Interactions Between two Bodies. *Physics Education,* v. 37, n. 4, p. 318-323, 2002.

MOREIRA, Marco Antônio. *Uma Abordagem Cognitivista ao Ensino da Física.* Porto Alegre: Ed. da Universidade, UFRGS, 1983.

MOREIRA, M.A.. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*. (www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2002.

MOREIRA, Marco Antonio; SILVEIRA, Fernando Lang. *Instrumento de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem*. Porto Alegre, EDIPUCRS, p. 67-92, 1993.

MOREIRA, M.A.. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999a.

MOREIRA, M.A.. *Aprendizagem significativa.* Brasília: Editora da UnB, 1999b.

MOREIRA, Marco Antonio; OSTERMANN, Fernanda*. Teorias Construtivistas*. Texto de apoio ao Professor de Física. Grupo de Ensino. Porto Alegre, Instituto de Física, UFRGS, n. 10, p. 45-57, 1999.

NAGARAJAN, M. A.. Symmetries of Heavy Ion Transition Amplitudes. *Brazilian Journal of Physics,* v. 24, n. 2, p. 609-618, june 1994.

NOLAN, Peter J. *Fundamentals of College Physics*. USA: WCB, 1993.

NUSSENZVEIG, H. Moisés. *Curso de Física Básica 1, 2, 3 e 4.* São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1988.

PEDUZZI, Sônia S.; PEDUZZI, Luiz º Q. . Leis de Newton: Uma Forma de Ensiná-las. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física,* v. 3, n. 3, p. 142-161, dezembro 1988.

QUEVEDO, Carlos Peres. *Eletromagnetismo.*São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1977.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. *Os Fundamentos da Física*. Volume 1, 2 e 3. Rio de Janeiro: Editora Moderna, 1992.

REITZ, J.R.; MILFORD, F.J.; CHRISTY, R.W. *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*. Rio de Janeiro: Campus, 1991.

RIVELLES, Victor O.. Supercordas (Em busca da teoria final). *Ciência Hoje*, v. 23 n. 138, p. 45-55, maio 1988.

ROBATELLA, José Luís de Campos; FILHO; Avelino Alves; OLIVEIRA, Edison Ferreira de. *Dinâmica. Termológia. Óptica e Geometria. Eletricidade.* São Paulo, Etica, 1982.

RODRIGUES, Rafael de Lima; VAIDYA, Arvind Narayan. Supersimetria: da Mecânica Clássica à Mecânica Quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 19, n. 4, p. 374-383, 1994.

SAKURAI, J.J; TUAN, San Fu (editor-REv.). *Modern Quantum Mechanics.* Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

SALINAS, Sílvio R. A. *Introdução à Física Estatística.* São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1997.

SCHLICHTING, Hans Joaching. Energy and Energy Waste: a Topic for Science Education. *European Journal of Science Education,* v. 1, n. 2, p. 157-168, april-june 1979.

SILVA, Adalberto Prado e. *Novo Dicionário Brasileiro Melhoramentos Ilustrado*. São Paulo: Comp. Melhoramentos, 1979.

SOUSA, C.M.S.G.. A resolução de problemas e o ensino de Física: uma análise psicológica. *Tese de doutoramento*. Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, 2001.

SOUSA, C.M.S.G. e FÁVERO, M.H.. Um estudo sobre resolução de problemas em Física em situação de interlocução entre um especialista e um novato. *Submetido ao VIII EPEF*, 2002.

TALIM, Sérgio Luiz. Dificuldades de Aprendizagem na 3° Lei de Newton. *Caderno Catarinense de Ensino de Física,* v. 16, n. 2, p. 143-153, agosto 1999.

URBANO, D.; SILVA, A.; FIOLHAIS, M.; ALBERTO, P.. Axial Symmetric Solutions of the Linear Sigma Model. *Brazilian Journal of Physics,* v. 26, n. 4, p. 690-708, december 1996.

VERGNAUD, G.. Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example: les structures additives. *Atelier International d'Eté: Récherche en Didactique de la Physique.* La Londe les Maures, França: 26 de junho a 13 de julho, 1983a.

VERGNAUD, G.. *Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.) Acquisition of Mathemtics Concepts and Processes.* New York: Academic Press Inc. , p. 127-174, 1983.

VERGNAUD, G.. *Problem solving and concept development in the learning of mathematics*. 2. ed. Tübingen: E.A.R.L.I., 1987.

VERGNAUD, G.. Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education*, Number Concepts and Operations in the Middle Grades, Hillsdale, N.J., Lawrence Erlbaum, p. 141-161, 1988.

VERGNAUD, G.. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10, n°.: 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. et al.. *Epistemology and psychology of mathematics education*. In Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*, p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G.. *Multiplicative conceptual field: what and why?* In Guershon, H. and Confrey, J.. (Eds.) The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N.Y., State University of New York Press,  p. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G.. Education: the best part of Piaget's heritage. *Swiss Journal of Psychology*, v. 55, n. 2-3, p. 112-118, 1996a.

VERGNAUD, G.. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, Porto Alegre, n. 4, p. 9-19, 1996b.

VERGNAUD, G.. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Perspectivas*, v. 26, n. 10, p.195-207, 1996c.

VERGNAUD, G.. *The nature of mathematical concepts*. In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.) Learning and teaching mathematics, an international perspective. Hove (East Sussex): Psychology Press Ltd, 1997.

VERGNAUD, G.. A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 17, n. 2, p.167-181, 1998.

VILLANI, A. .O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. I. A Revolução Einsteiniana. *Revista de Ensino de Física*, v. 3, n. 1, p. 31-45, março 1981a.

VILLANI, A. .O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. II. A Teoria de Lorentz e sua Consistência. *Revista de Ensino de Física*, v. 3, n. 2, p. 55-75, junho 1981b.

VILLANI, A. .O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. III. A Heurística de Einstein. *Revista de Ensino de Física*, v. 3, n. 3, p. 23-41, junho 1981c.

VILLANI, A. O Confronto Lorentz-Einstein e suas Interpretações. IV. Uma Interpretação Sociológica. *Revista de Ensino de Física*, v. 3, n. 4, p. 27-45, 1981d.

## Anexo A

### Questionário

Este questionário é um teste sobre simetria, que servirá para verificarmos quais os seus conhecimentos sobre simetria. Leiam as perguntas sem se importar se não sabem algumas palavras, apenas marquem as respostas que consideram corretas e após esta leitura voltem às questões que tiveram melhor compreensão para confirmar se marcaram a resposta que achavam ser a correta.

1) Imagine um cubo. Como podemos verificar que existem mais perspectivas iguais a que estávamos olhando?

(a) Através da visualização.
(b) Através do giro.
(c) Através da reflexão (imagem).
(d) Através do passar do tempo.
(e) Através da comparação com outro cubo de mesmo tamanho.

2) Analisemos uma cerca. O que podemos usar para verificar se a cerca apresenta sempre o mesmo padrão geométrico?

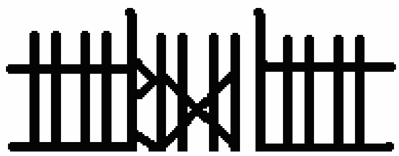

Figura A.1 – Cerca com portão.

(a) Verificar se a forma repete-se ao longo da cerca, em trechos.
(b) Verificar se a forma da cerca se mantém a mesma com o passar do tempo.
(c) Girar a cerca, constatando que a cerca não apresenta regularidade.
(d) Retirar a parte do meio da cerca para que fique tudo igual.
(e) Inverter a cerca de ponta cabeça.

3) Em uma determinada situação física, supõe-se que um objeto em movimento apresenta sempre o mesmo momento linear. Como pode ser verificado se o objeto, de fato, apresenta o mesmo momento?

(a) Medindo o momento no inicio e no final do movimento.
(b) Medindo o momento a cada posição em que o objeto passar e, portanto a cada instante do tempo em que o objeto passar.
(c) Medindo o momento num tempo já passado.
(d) Medindo o momento num ponto espacial que o objeto passou.
(e) Fazendo o que consta em todos os itens anteriores.

4) Em uma determinada situação física, um objeto apresenta sempre a mesma energia total. Este objeto pode estar a uma certa altura e depois cair. Portanto, este objeto terá tanto energia cinética quanto potencial. Como pode ser verificado se o objeto apresenta a mesma energia total?

(a) Somente medindo a energia potencial do objeto devido ao deslocamento espacial na queda.
(b) Medindo a energia cinética do objeto no transcorrer temporal até a queda.
(c) Medindo a energia cinética ou a energia potencial tanto no transcorrer espacial, quanto no transcorrer do tempo e verificar se as duas energias se mantêm iguais em valor.
(d) Medindo a energia cinética no transcorrer do tempo, medindo também a energia potencial no transcorrer do espaço e verificar se a soma das energias se mantém.
(e) Fazendo o que consta em todos os itens anteriores.

5) Em um determinado referencial, o movimento de um objeto pode ser descrito por uma equação de movimento. Em outro referencial o objeto pode ser descrito

por uma equação de movimento que apresenta a mesma forma da equação do referencial anterior. Como pode ser verificada a correspondência entre as duas equações?

(a) Transladando as variáveis espaciais e as variáveis temporais.
(b) Transladando apenas as variáveis espaciais, pois o tempo é o mesmo para todos os lugares.
(c) Transformando as variáveis de espaço e tempo de um referencial para outro referencial, levando em consideração a velocidade do outro referencial.
(d) Verificando apenas substituindo as variáveis correspondentes à dimensão de análise.
(e) Explorando todas as alternativas anteriores.

6) Ao jogar uma pedra dentro da água, notamos que ondas circulares são propagadas a partir do ponto de impacto, então a perturbação na água ocorre em todas as direções radiais. Como poderemos verificar que a onda se propaga em todas as direções de uma mesma forma?

(a) Girando as ondas para ver se a imagem não se altera.
(b) Verificando se o tempo de propagação da onda é o mesmo para cada direção.
(c) Verificando se a onda é a mesma em pontos diferentes do deslocamento.
(d) Os itens (a), (b) e (c) estão corretos.
(e) Os itens (a), (b) e (c) estão errados.

7) O movimento de uma partícula é descrito por uma função de onda. Duas partículas idênticas também podem ter seu movimento descrito por uma função de

onda. Para verificar que essa onda seja a mesma em diferentes situações seria necessário?

(a) trocar a ordem das partículas na função.
(b) substituir uma das partículas por outra diferente.
(c) substituir por outras duas partículas diferentes das duas primeiras.
(d) retirar uma das partículas.
(e) Fazer o que consta em todas as alternativas anteriores.

8) Um fio pelo qual passa corrente elétrica apresenta campo elétrico e campo magnético com direções e sentidos indicados na Figura A.2. Como podemos verificar se o campo elétrico continua o mesmo, na mesma direção e sentido em situações diferentes?

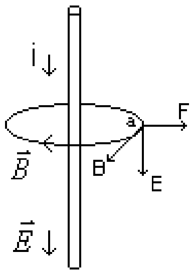


Figura A.2 – No ponto “a” temos a direção e sentido do campo magnético $\vec{B}$, campo elétrico e a força sobre uma carga positiva.

i. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, não importando o sentido que vão os elétrons.
ii. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, mantendo sempre o mesmo sentido dos elétrons.

iii. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte superior ao fio.
iv. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte inferior ao fio.
v. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado paralelo ao fio.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (ii) está correto.
(b) os itens (iii), (iv) e (v) estão corretos.
(c) os itens (ii) e (v) estão corretos.
(d) os itens (i) e (ii) estão corretos.
(e) o item (v) está correto.

9) Na Figura A.2 também está representado o campo magnético $\vec{B}$. Como podemos verificar se o campo magnético $\vec{B}$ continua o mesmo, na mesma direção e sentido em situações diferentes?

i. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo intervalo de tempo numa situação diferente, não importando o sentido que vão os elétrons.
ii. Verificando se a quantidade de elétrons que passa em um intervalo de tempo é a mesma que a quantidade de elétrons que passa num mesmo

intervalo de tempo numa situação diferente, mantendo sempre o mesmo sentido dos elétrons.

iii. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte superior ao fio.

iv. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado perpendicularmente e na parte inferior ao fio.

v. Verificando se a imagem do fio com corrente, apresenta o mesmo campo magnético, como a imagem de um espelho colocado paralelo ao fio.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (ii) está correto.
(b) os itens (iii), (iv) e (v) estão corretos.
(c) os itens (ii) e (v) estão corretos.
(d) os itens (i) e (ii) estão corretos.
(e) o item (v) está correto.

10) A operação de Rotação verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Objetos sólidos de forma regular.
ii. Estruturas de átomos que apresentam uma forma geométrica.
iii. Momento angular total.
iv. Ondas esféricas.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.
(b) o item (ii) está correto.
(c) o item (iii) está correto.

(d) o item (iv) está correto.

(e) todos os itens anteriores estão corretos.

11) A operação de Reflexão verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Vetor que representa o momento linear.
ii. Vetor que representa o momento angular.
iii. Vetor que representa o campo elétrico.
iv. Vetor que representa o campo magnético.
v. Objetos ou estruturas geométricas.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) os itens (i) e (ii) estão corretos.

(b) os itens (iii) e (iv) estão corretos.

(c) os itens (i), (ii), (iii) e (iv) estão corretos.

(d) o item (v) está correto.

(e) todos os itens anteriores estão corretos.

12) A operação de Inversão Espacial verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. A função cúbica.
ii. A função quadrada.
iii. A função de onda com senos.
iv. A função de onda com co-senos.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) os itens (i) e (ii) estão corretos.

(b) os itens (i) e (iii)estão corretos.

(c) os itens (i) e (iv) estão corretos.
(d) os itens  (ii) e (iii) estão corretos.
(e) todos os itens anteriores estão corretos.

13) A operação de Reversão Temporal verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Objetos de forma regular.
ii. Equações de movimento.
iii. Evolução do universo, inclusive antes do big-bang.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.
(b) o item (ii) está correto.
(c) o item (iii) está correto.
(d) o item  (ii) e (iii) está correto.
(e) todos os itens anteriores estão corretos.

14) A operação de Translação Espacial verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Momento total.
ii. Energia total.
iii. Equações de movimento.
iv. Campo elétrico.
v. Campo magnético.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.

(b) os itens (iv) e (v) estão corretos.

(c) o item (iii) está correto.

(d) os itens (i) e (iii) estão corretos.

(e) todos os itens anteriores estão corretos.

15) A operação de Translação Temporal verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Momento total.
ii. Energia total.
iii. Equações de movimento.
iv. Campo elétrico.
v. Campo magnético.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (ii) está correto.

(b) os itens (iv) e (v) estão corretos.

(c) o item (iii) está correto.

(d) os itens (i) e (iii) estão corretos.

(e) todos os itens anteriores estão corretos.

16) A Transformada de Galileu verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Momento total.
ii. Energia total.
iii. Equações de movimento com referencial de baixa velocidade.
iv. Equações de movimento com referencial de alta velocidade.
v. Objetos de forma regular.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.
(b) o item (ii) está correto.
(c) o item (iii) está correto.
(d) o item (iv) está correto.
(e) o item (v) está correto.

17) A Transformada de Lorentz verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Momento total.
ii. Energia total.
iii. Equações de movimento com referencial de baixa velocidade.
iv. Equações de movimento com referencial de alta velocidade.
v. Objetos de forma regular.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.
(b) o item (ii) está correto.
(c) o item (iii) está correto.
(d) o item (iv) está correto.
(e) o item (v) está correto.

18) A operação de Permutação verifica a invariância de quais itens citados a seguir?

i. Momento total.
ii. Energia total.

iii. Equações de movimento.

iv. Campo elétrico.

v. Função de onda de duas partículas idênticas.

Assinale a alternativa correta (apenas uma):

(a) o item (i) está correto.

(b) o item (ii) está correto.

(c) o item (iii) está correto.

(d) o item (iv) está correto.

(e) o item (v) está correto.

Responda com suas próprias palavras, em duas ou três linhas.

1) O que é simetria?

2) Você já ouviu e viu simetria? Em caso positivo, diga onde e para quê?

**Grade de Respostas.**

| N° da Questão | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Resposta | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

## Anexo B

# Material Didático: A Simetria nos Diversos Campos da Física

### Introdução à Simetria

Inicialmente a idéia de simetria estava vinculada a imagens que divididas por uma linha imaginária teriam ambos os lados iguais em formato, podendo um ser refletido sobre o outro. Podemos visualizar melhor a simetria refletida de imagens se traçarmos uma linha em uma figura desenhada em um papel e logo em seguida dobrarmos o papel exatamente sobre a linha traçada. O papel dobrado projeta um lado da figura sobre o outro, sobrepondo o mesmo contorno da figura. Veja a Figura B.1 abaixo.

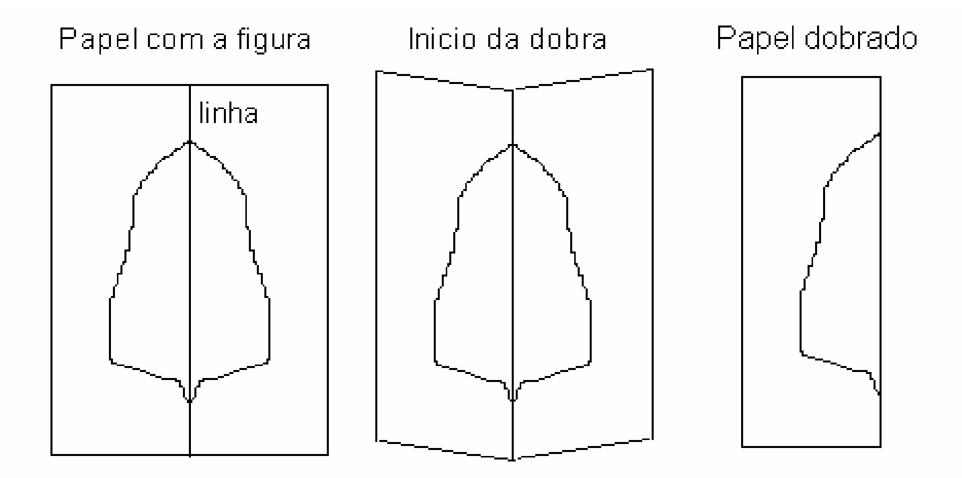


Figura B.1 – Desenho no papel para verificar reflexão.

O mecanismo anteriormente usado para verificar a simetria da figura é chamado de *operação de reflexão* em relação à outra metade da figura.

Com o objetivo de verificar a simetria de uma figura ou de um objeto, costuma-se submeter à figura a certas rotações ao redor de um eixo que passe por sua origem. A figura será considerada simétrica quando após a uma rotação em relação ao eixo que passe pela sua origem, apresentar a mesma imagem inicial. Vejamos como ficaria a imagem da Figura B.2 com a aplicação de certas transformações de rotações, também chamadas de *operações de rotação*.

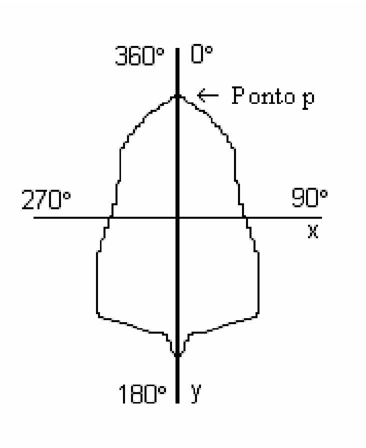


Figura B.2 – Desenho usado para girar.

Podemos rotacionar o ponto p em 90° em torno de um eixo que passe pela origem, perpendicular ao plano da página e não obtemos a imagem inicial. Podemos rotacionar mais 90° passando para 180° e não obtemos a imagem inicial. Rotacionar novamente em mais 90°, chegando a 270° de rotação e não obtemos a imagem inicial. Apenas com uma rotação de 360° é que obtemos a imagem inicial.

Contudo, apenas foram feitas rotações em uma figura de duas dimensões, mas temos objetos em três dimensões. Então, vejamos as rotações em uma bola ou esfera que está na Figura B.3.

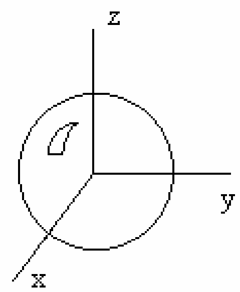


Figura B.3 – Esfera em 3D.

Costumeiramente e por simplicidade as rotações são feitas ao redor dos eixo x, y e z que passam pela origem, rotacionando os planos xy ou xz ou yz, e para rotacionar em todo o espaço, basta utilizar uma sucessão de rotações ao redor dos eixos citados. Verificaremos que qualquer que seja a rotação ao redor de um eixo escolhido a imagem da esfera será a mesma da original.

Agora faremos uma alteração na esfera para identificarmos quais as rotações que apresentam a mesma imagem. Na figura B.4 alteramos o formato da esfera, aplicando-se uma força para criar uma depressão na esfera ou bola constituída de material bem flexível. Na situação 1 temos um equilíbrio entre a força F´ da pressão do ar interno da bola e a força F da atmosfera, mais a resistência do plástico da bola. Na situação 2 temos uma diferença de força que produziu uma depressão na bola. Na situação 3, o aumento da pressão interna faz com que a entropia aumente (aumento da agitação das moléculas de ar) dentro da bola e por isso surge uma força interna que fará a bola voltar ao normal quando se retira a diferença de força externa.

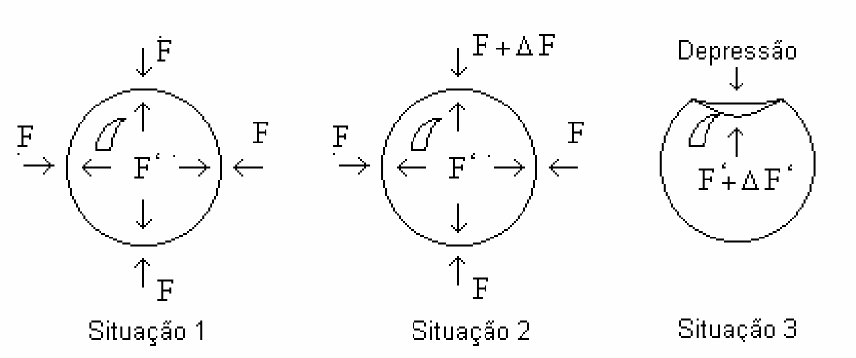


Figura B.4 – Deformação de uma bola.

Vejamos as rotações no plano zy na Figura B.5. Apenas uma rotação de 360° faz com que tenhamos a imagem inicial da bola.

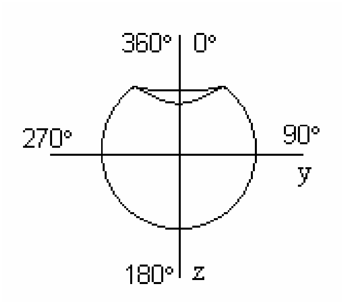


Figura B.5 – Esfera deformada.

Já a Figura B.6 tem a perspectiva da bola no plano xy, qualquer rotação ao redor do eixo z dará a imagem inicial. Então, só há uma rotação ao redor do eixo x, formando um grupo de apenas uma rotação. Já para as rotações ao redor do eixo z teremos um grupo com varias graus de rotações, que terá como resultado após a rotação a imagem inicial no plano xy.

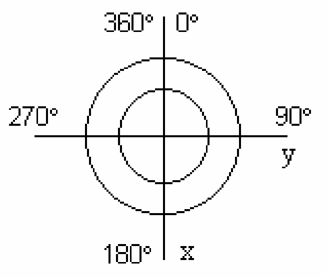


Figura B.6 – Vista superior da esfera.

Contudo, a reflexão e a rotação não são as únicas maneiras de verificar a invariância de uma imagem. Existe também a translação, que consiste em um deslocamento na mesma direção e em qualquer sentido, para verificar a existência de uma repetição de imagem. Vejamos os dentes de um serrote na Figura B.7.

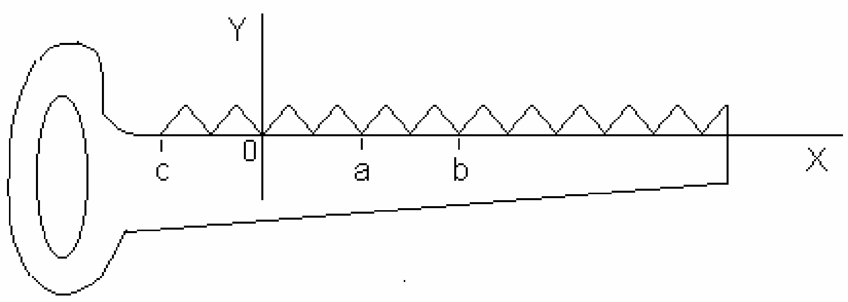


Figura B.7 – Periodicidade dos dentes do serrote.

Na Figura B.7 vemos a sucessão de dentes do serrote do ponto 0 até a. Ao transladarmos de a para b, vemos que a mesma imagem de dentes se repete e se transladarmos novamente a imagem se repetirá. Portanto, a mesma imagem ocorrerá periodicamente até um certo ponto.

Tal mecanismo usado para verificar a mesma imagem periodicamente é chamado de *operação de translação espacial*.

As operações de reflexão, de rotação e de translação espacial são transformações utilizadas para verificar a invariância das imagens, constatando esta invariância podemos dizer que as imagens são simétricas, pois simetria é a invariância física de forma que pode ser constatada após uma operação de transformação. Estas operações foram realizadas no espaço real de dimensões x, y e z. Mas existem outras operações em espaços diferentes para verificar a invariância de quantidades em sistemas físicos.

Existem casos de simetria em função do tempo, quer dizer, situações físicas que são invariantes frente à translação temporal. Percebam que não estamos mais no espaço 3D (dimensão x, y e z), pois incluímos o tempo.

Para cada campo de estudo temos diferentes conceitos, então cada campo terá uma ou mais operações para verificar a invariância física e estes operadores terão as características correspondentes aos conceitos envolvidos do sistema.

Neste ponto resta uma dúvida. No instante em que troco de campo será que os operadores de translação, de rotação e reflexão continuam a existir? Será que uma operação de translação, de reflexão, de rotação pode ser aplicada a uma coordenada de tempo? Pois nas seções seguintes trocaremos de campos de atuação e tentaremos sanar estas dúvidas. No campo da Mecânica Clássica trataremos de sistemas dinâmicos. No campo da Estrutura da Matéria trataremos das estruturas atômicas microscópicas. No campo do Eletromagnetismo trataremos de campos elétricos, magnéticos e dos seus potenciais. No campo da Relatividade trataremos dos movimentos de objetos com velocidades a baixo da velocidade da luz ou com velocidade da luz em relação a referenciais. Na Mecânica Quântica trataremos das energias quantizadas das partículas.

**Mecânica Clássica**

Para o estudo de simetria dentro da mecânica propomos as seguintes situações físicas: colisões e lançamento de mola.

**Colisões**

Na Figura B.8 temos a colisão de duas esferas, onde focalizaremos a atenção nos momentos lineares ou quantidades de movimentos das esferas antes da colisão, durante a colisão e depois da colisão.

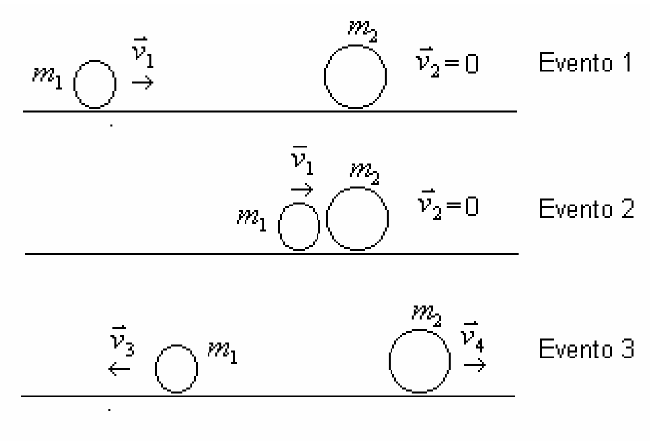


Figura B.8 – Colisões.

Após o experimento de colisão elástica podemos separar em três eventos. No evento 1, o momento total é igual ao momento total do evento 3, que é a etapa após a colisão do evento 2. Portanto $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$, sendo $|\vec{v}_1| > |\vec{v}_2|$, pois $\vec{v}_2$ é igual a zero. Após a colisão, $|\vec{v}_3| > |\vec{v}_4|$ devido a massa $m_1$ ser menor que $m_2$. Cada momento é definido por $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$, $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$, $\vec{p}_3 = m_1 \vec{v}_3$ e $\vec{p}_4 = m_2 \vec{v}_4$.

A esfera 1 (antes da colisão) apresenta o mesmo momento em todas posições ocupadas antes da colisão, então o momento $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ não varia com o deslocamento, e a esfera 2 permanece parada, mantendo o momento igual a zero. A soma dos momentos da esfera 1 e 2 antes da colisão, nos fornece o momento total, portanto o momento total do primeiro evento é invariante sob mudança de posição.

No evento 2 temos o instante da colisão, onde parte do momento da esfera 1 é transferido por impulso para a esfera 2.

No evento 3, a esfera 1 passa a ter o momento diferente do momento do evento 1, mas o momento $\vec{p}_3 = m_1\vec{v}_3$ após a colisão será o mesmo para qualquer posição do deslocamento, assim como o momento $\vec{p}_4 = m_2\vec{v}_4$ da esfera 2. Por conseqüência antes e depois da colisão, o momento total é um invariante sob mudança de posição.

Agora se esta experiência de colisão for realizada em um outro local, e se neste local o momento linear total conserva-se ao longo da mudança de posição, então podemos dizer que a experiência é simétrica por translação espacial e o que se conserva desta simetria é o momento linear total. A mudança de local da experiência nada mais é do que um deslocamento espacial do experimento chamado translação espacial.

**Lançamento de Mola**

Nesta experiência de lançamento de mola, nós desprezamos a resistência do ar. A experiência consiste em prender a ponta de uma mola na beirada da mesa, em seguida esticar a mola de uma distância $\Delta$x e depois soltar (Figura B.9). Ocorre que esticando a mola estaremos fornecendo a mola energia potencial elástica, ao soltar, a mola será lançada para frente com uma certa velocidade e a energia potencial elástica se transformará em energia cinética. A velocidade da componente horizontal que a mola é lançada se manterá até o instante que a mola chegar ao solo devido à atração da gravidade e a mola colidirá com o solo (Figura

B.10). Temos condições de determinar o tempo de queda da mola, pois sabemos que a aceleração da gravidade é de aproximadamente $\frac{10m}{s^2}$. Sabendo o tempo de queda da mola também sabemos o tempo de percurso da mola na horizontal. Pois bem, com o tempo de percurso e a velocidade da mola na horizontal podemos determinar a distância onde a mola vai parar. É claro que é necessário sabermos a constante elástica da mola e a massa da mola para determinarmos a distância d percorrida.

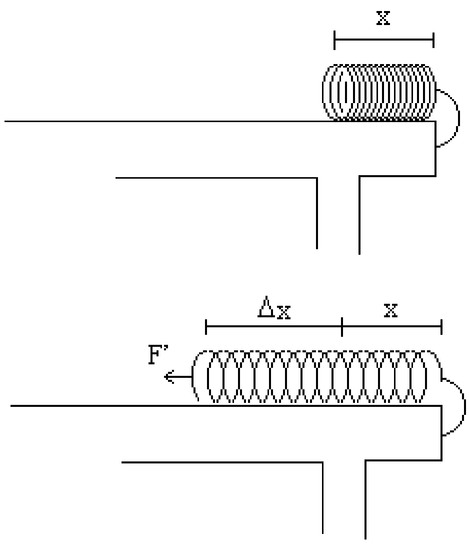


Figura B.9 – Lançamento de mola.

Nossa mola tem uma massa de 16,5 x $10^{-3}$Kg, constante elástica de 22$\frac{N}{m}$, altura da mesa de 78 x $10^{-2}$m e aceleração da gravidade igual a $10\frac{m}{s^2}$.

Sabemos que a energia elástica potencial ($E_{EP}$) é igual a energia cinética ($E_C$), portanto: $E_{EP} = k\Delta x^2$ e $E_C = mv^2$.

Então: $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2$.

Para um destendimento $\Delta$x de 15 x $10^{-2}$m, temos:

$$v = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m}} = 5{,}5\frac{m}{s}$$ ,que é a velocidade horizontal de deslocamento.

Como a mola está caindo de uma posição inicial $h_0 = 0$ e velocidade inicial $v = 0$, através da equação $h = h_0 + vt + \frac{1}{2}gt^2$ achamos o tempo de queda:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cong 0{,}4s$$, que é o tempo de percurso.

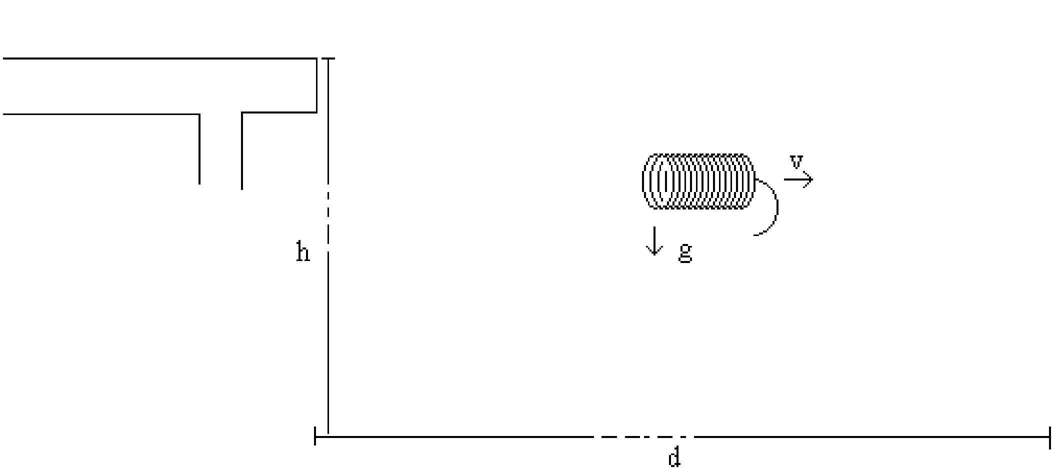


Figura B.10 – Mola lançada.

Para sabermos o deslocamento d da mola basta multiplicarmos o tempo de percurso com a velocidade adquirida devido à transformação da energia potencial elástica em energia cinética.

$$d = vt = 2{,}1m$$

Perceba que não somente em qualquer instante do intervalo de tempo do percurso a energia cinética do deslocamento (neste intervalo de tempo a energia cinética é a energia total do sistema) é sempre a mesma, mas também no instante inicial que a mola tem energia potencial máxima (neste instante a energia total do sistema é a energia potencial), e os sucessivos instantes que a mola volta à forma normal transformando energia potencial em energia cinética (neste intervalo de tempo a energia cinética mais a energia potencial são a energia total do sistema). A energia total do sistema é invariante em função do tempo.

Esta mesma experiência de lançamento de mola também pode ser realizada num tempo posterior a da primeira experiência. Ao obtermos a mesma conservação de energia total ao longo da sucessão temporal, poderemos dizer que a experiência é simétrica sob translação temporal e o que se conserva desta simetria é a energia total. Este deslocamento temporal do experimento chama-se translação temporal.

Fonte de Consulta: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.. *Física*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1983, 4ª. ed., volumes 1, 2, 3 e 4.

**Estado Sólido**

Estamos acostumados a ver matéria em nosso cotidiano no estado gasoso, líquido e sólido. A matéria não tem forma no estado gasoso, já a matéria no estado líquido apresenta a forma onde está contida e a matéria no estado sólido pode apresentar formas regulares ou irregulares.

O curioso da matéria no estado sólido é que tanto macroscopicamente as formas podem ser regulares, quanto microscopicamente também podem ter regularidades, porém macroscopicamente vê-se objetos maciços e microscopicamente os átomos que compõem a matéria estão distantes um do outro. Então, poderíamos fazer a seguinte pergunta: como a matéria pode ter forma regular se não existe preenchimento entre os átomos para que forme um volume maciço? A resposta é simples, alguns materiais observados microscopicamente têm seus átomos em posições que se ligados por linhas imaginárias formam figuras geométricas, tais figuras podem ser o quadrado, o triangulo, o retângulo, o hexágono, o heptágono, etc.

Podemos fazer outra pergunta: Como são constatadas estas formas geométricas?

Estas formas geométricas são constatadas através de difrações de raio X. O raio X é uma onda que tem seu comprimento do tamanho da distância entre os átomos, portanto, esta onda tem a capacidade de contornar o átomo (*Difração*). Incidindo o raio X em um material, a onda pode penetrar na matéria, mas após também pode ser refletida e se pressupõe que essa onda foi refletida por um plano composto por átomos. A seguir temos três materiais diferentes, onde os átomos são os vértices de figuras geométricas. Para cada ângulo de incidência, a onda irá encontrar um plano composto por átomos que fará com que a onda seja refletida e estes planos se encontrarão em distâncias diferentes um do outro ($d_1$, $d_2$, $d_3$ e $d_4$). As figuras B.11, B.12 e B.13 são bidimensionais, estas formas geométricas podem fazer parte de um volume e a menor representação geométrica de átomos são chamadas de células primitivas. Por exemplo, o cloreto de sódio (NaCl) tem a forma de um cubo, o cloreto de césio (CsCl) tem o formato de um cubo centrado, isto é, um cubo com cloro nos vértices e um césio no centro do cubo. Contudo, a figura B.13 existe na forma bidimensional, sendo encontrado no grafite.

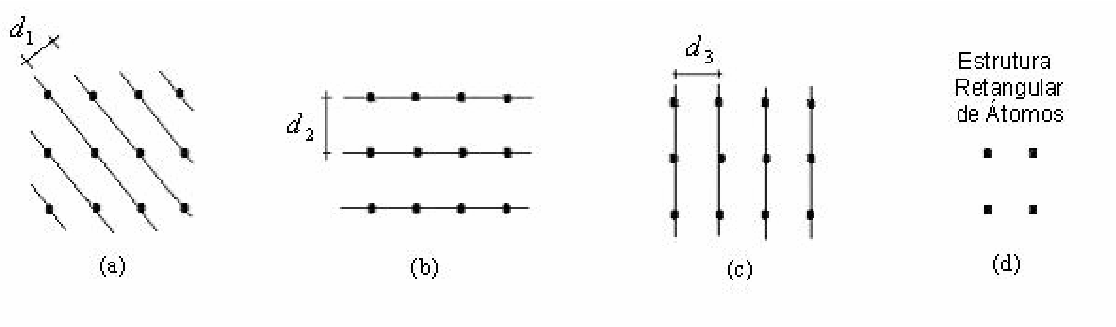


Figura B.11 – Rede de átomos e as diferentes distâncias dos planos que contêm os átomos [(a), (b) e (c)]. Figura geométrica com átomos nos vértices [(d)].

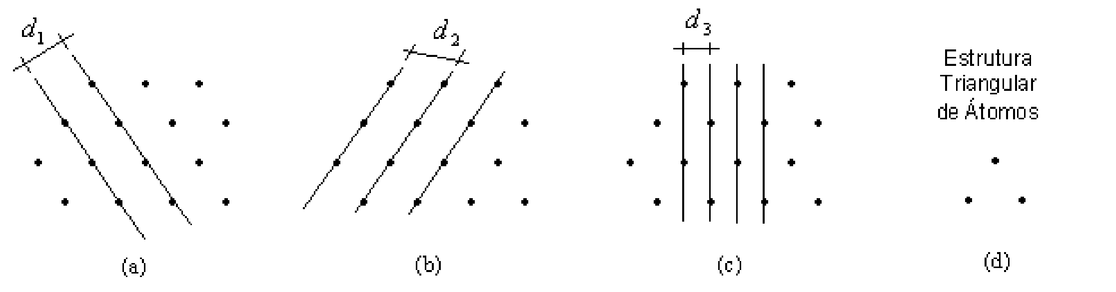


Figura B.12 – Rede de átomos e as diferentes distâncias dos planos que contêm os átomos [(a), (b) e (c)]. Figura geométrica com átomos nos vértices [(d)].

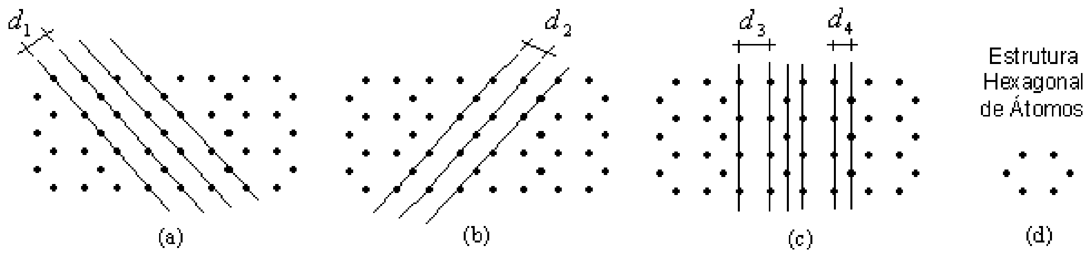


Figura B.13 – Rede de átomos e as diferentes distâncias dos planos que contêm os átomos [(a), (b) e (c)]. Figura geométrica com átomos nos vértices [(d)].

As diferentes distâncias acima determinarão as posições dos átomos, mas estamos tratando de situações microscópicas, então a posição dos átomos será determinada indiretamente através de geometria. Portanto, para determinar a forma da estrutura atômica usa-se a incidência e a reflexão de ondas que tenham o comprimento de onda próxima da distância $2d\,\mathrm{sen}\,\theta$ entre planos mostrada na Figura B.14.

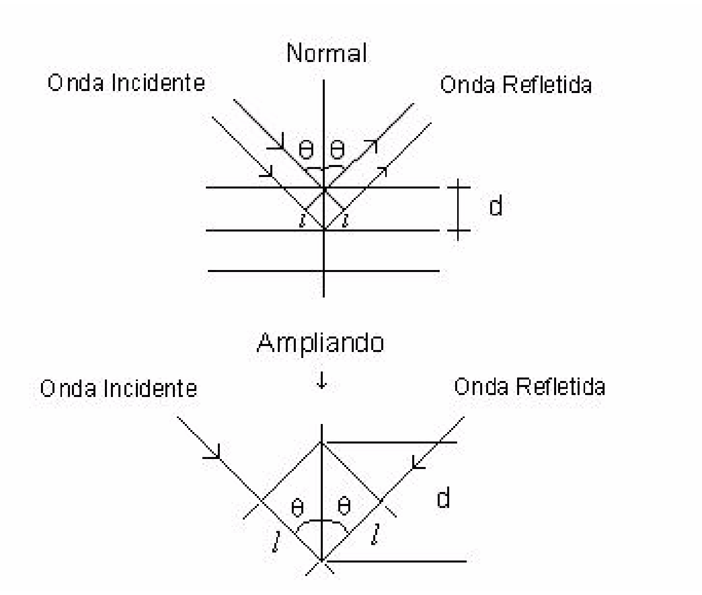


Figura B.14 – Reflexão da luz nas camadas que contém os átomos.

Para diferentes giros (*operação de rotação*) do cristal, teremos vários ângulos de incidência e poderemos achar as distâncias entre planos existentes. Esta técnica de medida é usada para detectar a posição dos átomos, mas existem ângulos diferentes em que se obtém a mesma resposta, portanto isto caracteriza uma simetria estrutural verificada pela *operação de rotação espacial*. Só a titulo de informação: existem vários tipos de estruturas atômicas. Contudo, esta técnica não serve apenas para detectar a posição de átomos regulares, mas também servem para detectar a posição de outras estruturas que não repetem forma, por exemplo: uma proteína.

**Lei de Bragg**

Numa dada direção da estrutura cristalina, as ondas incidem sobre os planos e são refletidas. Para que a onda incidente apareça na reflexão o comprimento de onda $\lambda$ tem que ser igual a $2l$, mas também será verdade para n números inteiros de $\lambda$. A distância entre planos pode ser determinado pela lei de Bragg expresso pela equação $n\lambda = 2dsen\theta$ , que é deduzida geometricamente devido a incidência da onda formar com a normal um triângulo.

Portanto a distância será $d = \dfrac{n\lambda}{2\,\mathrm{sen}\,\theta}$.

Fonte de Consulta: KITTEL, C.. Introdução à Física do Estado Sólido. Rio de Janeiro, Editora Guranabara, 1978, 5ª. ed..

## Eletromagnetismo

No eletromagnetismo existem vários tipos de simetria e para tal estudo iremos nos concentrar em: vetor polar, vetor axial, potencial escalar e potencial vetorial.

## Vetor Polar e Axial

Imaginemos uma espira com corrente perpendicular a um espelho, como na Figura B.15. A corrente que passa pela espira no sentido indicado produz um campo de intensidade magnética $\vec{H}$, mas também uma força $\vec{F}$ e uma velocidade $\vec{v}$ sobre um próton próximo a espira. $\vec{H}$, $\vec{F}$, $\vec{v}$ são perpendiculares entre si, com o sentido indicado pela Figura B.15. O reflexo da espira apresenta uma corrente de direção contrária ao da espira real, e devido à corrente contraria aparecem um campo de intensidade magnética $\vec{H}'$, uma força $\vec{F}'$ e uma velocidade $\vec{v}'$ nas direções mostradas na Figura B15.

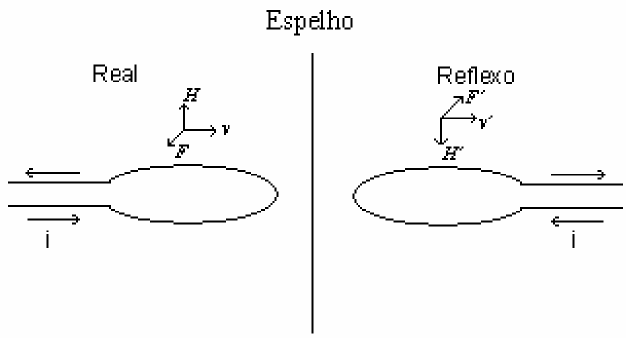


Figura B.15 – Espira percorrida por corrente na frente do espelho.

O campo $\vec{H}'$ tem a mesma direção de $\vec{H}$, mas com sentido contrário. Neste caso, $\vec{H}$ foi alterado por uma *operação de reflexão*, caracterizando uma *assimetria por reflexão*.

A força $\vec{F}'$ tem a mesma direção de $\vec{F}$, mas com sentido contrário. Neste caso, $\vec{F}$ foi alterado por uma *operação de reflexão*, caracterizando uma *assimetria por operação de reflexão*.

A velocidade $\vec{v}'$ tem a mesma direção e mesmo sentido de $\vec{v}$. Neste caso, $\vec{v}$ não foi alterado por uma *operação de reflexão*, caracterizando uma *simetria por reflexão*.

A Figura B.16 mostra as três possíveis reflexões do campo elétrico conforme a posição que o espelho é colocado em relação à espira com corrente da Figura B.15. A primeira reflexão é obtida colocando-se o espelho paralelamente em relação à espira. A segunda reflexão é obtida colocando-se o espelho perpendicularmente em relação à espira. A terceira reflexão é obtida colocando-se o espelho obliquamente em relação à espira. O primeiro caso da Figura B.16 caracteriza uma *simetria* por reflexão do campo elétrico, pois no primeiro caso o reflexo também terá a corrente na mesma direção da espira real e, portanto o campo elétrico está na mesma direção. O campo elétrico simétrico por reflexão se constitui em um *vetor polar*.

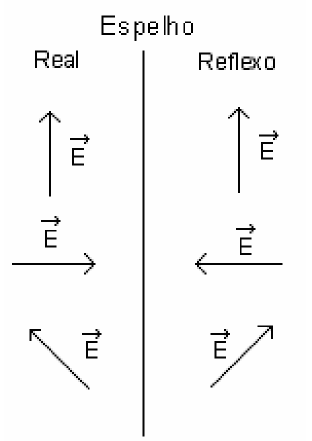


Figura B.16 – Campo elétrico em diferentes direções na frente do espelho.

O mesmo pode-se esperar do campo de intensidade magnética. A Figura B.17 mostra as três possíveis reflexões do campo magnético conforme a posição que o espelho é colocado em relação à espira com corrente da Figura B.15. A primeira reflexão é obtida colocando-se o espelho perpendicularmente com relação à espira. A segunda reflexão é obtida colocando-se o espelho paralelamente em relação à espira. A terceira reflexão é obtida colocando-se o espelho obliquamente em relação à espira. Para cada direção do campo $\vec{H}$ existe apenas uma direção que não altera após uma *operação de reflexão*. O segundo caso da Figura B.17 caracteriza uma *simetria por reflexão* do campo de intensidade magnética, pois no segundo caso o reflexo também terá a corrente na mesma direção da espira real, gerando um campo magnético na mesma direção do caso real. O campo de intensidade magnética simétrica por reflexão é denominado como *vetor axial*.

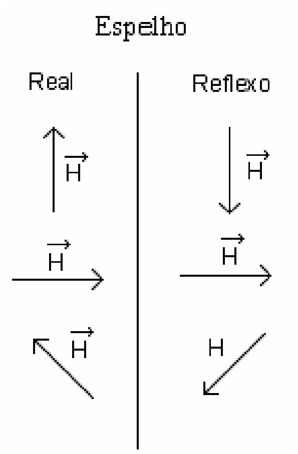


Figura B.17 – Campo magnético em direções diferentes na frente do espelho.

## Potencial Escalar e Potencial Vetor

Com relação às cargas elétricas positivas e negativas convencionou-se que existem linhas de campo, como vistas na Figura B.18, todas oriundas das fontes (carga positiva ou negativa). Caso as cargas sejam iguais, as cargas podem se afastar e caso as cargas sejam diferentes, as cargas podem se aproximar.

Convencionou-se que as linhas de campo saem das cargas positivas e as linhas de campo entram nas cargas negativas.

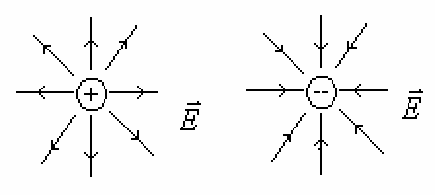

Figura B.18 – Linhas de campo de cargas elétricas positiva e negativa.

Como as linhas de campo existem radialmente, o único trabalho existente não nulo será devido ao deslocamento radial ocasionado pela força que a carga sentirá devido à ação da carga fonte.

Qualquer ponto escolhido é indiferente para realizar trabalho sobre uma carga, pois só interessa o potencial do ponto onde a carga está e o potencial do ponto final onde a carga se deslocará. Então, da Figura B.19 podemos dizer que o trabalho por unidade de carga para levar a carga de A até B do primeiro caso é a diferença dos potenciais igual a V, ou seja, $\Phi_2 - \Phi_1 = V$. No segundo caso, ao transladarmos de uma distância b, o trabalho será igual ao primeiro caso, pois a diferença de potencial é igual a V, ou seja $\Phi'_2 - \Phi'_1 = V$.

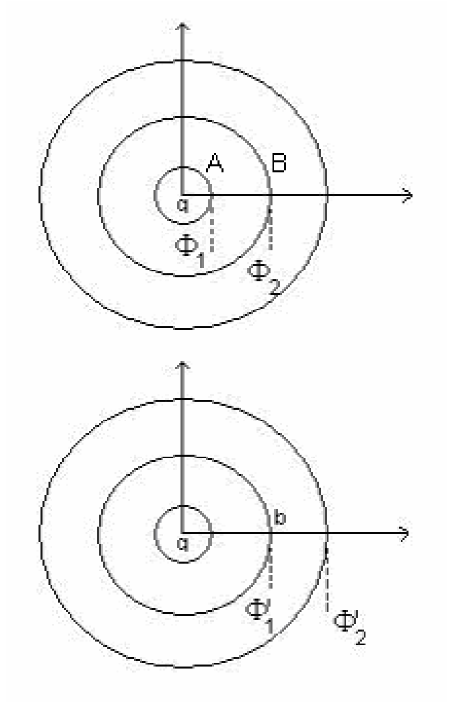


Figura B.19 – Potenciais escalares.

Agora o que acontece quando as cargas, mais especificamente elétrons são acelerados? No gráfico 1 da Figura B.20 vemos o campo elétrico em função do tempo como uma oscilação. O campo elétrico aumenta até a amplitude “e”, cai a zero, aumenta para a direção contrária até a amplitude “-e”, e retorna a zero novamente, tudo num intervalo de tempo de 0 à $t_1$. O campo magnético também aumenta de “zero” à “b”, depois diminui de “b” à “zero”, continua diminuindo até “-b”, e aumenta até “zero” novamente, num mesmo intervalo de tempo.

A variação do campo elétrico gera campo magnético e por conseqüência a variação do campo magnético também gera campo elétrico. Quando aumenta o campo elétrico, o campo magnético também aumenta e quando o campo elétrico diminui o campo magnético também diminui. Invertendo-se o sentido do campo elétrico, o campo magnético também inverte o sentido.

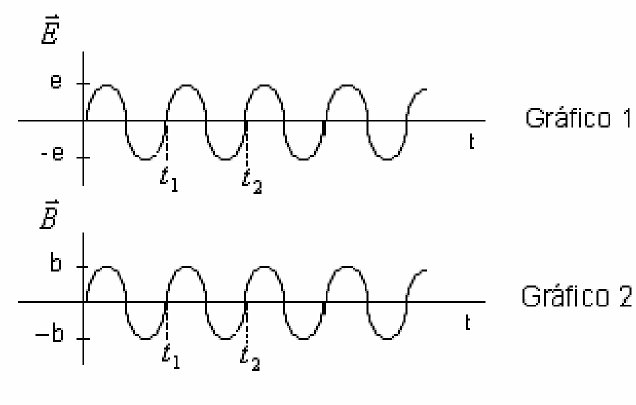


Figura B.20- Movimento ondulatório do campo elétrico e do campo magnético.

Quando o campo elétrico vai de “zero” à “e”, caindo até zero novamente, a corrente constituída por elétrons segue a mesma orientação do campo elétrico e quando troca o sentido do campo elétrico também troca o sentido da corrente elétrica, desta forma a corrente fica oscilando no condutor. Mas também surge um campo magnético quando o campo elétrico variar, como já foi citado, contudo o campo magnético circulará ao redor da direção do campo elétrico, portanto o campo magnético estará no plano perpendicular ao fio que pode ser visualizado na Figura B.21.

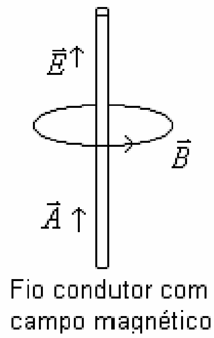


Figura B.21 – Fio retilíneo percorrido por corrente num sentido.

Quando o campo elétrico vai de “zero” à “-e”, depois passando para “zero” novamente, a corrente elétrica vai para a mesma direção e sentido do campo elétrico (Figura B.20). Contudo, o campo magnético que também surge, circulará no sentido contrário ao do sentido anterior, mantendo-se no plano perpendicular à direção do fio e que pode ser visto na Figura B.22.

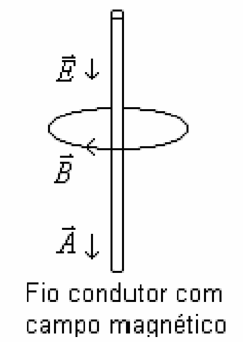


Figura B.22 – Fio retilíneo percorrido por corrente no outro sentido.

Assim como o campo elétrico tem um potencial escalar, o campo magnético também tem o seu potencial. O potencial do campo magnético é uma conseqüência da variação do campo elétrico, produzindo a circulação do campo magnético. O potencial do campo magnético é chamado de *potencial vetorial* $\vec{A}$ e apresenta a mesma direção e sentido do campo elétrico. Veja Figura B.21 e B.22.

Perceba na Figura B.23 que toda vez que o campo elétrico varia, o campo magnético e o potencial vetorial variam proporcionalmente no mesmo instante. Ou seja, as oscilações do campo elétrico, magnético e do potencial vetor são correspondentes para o mesmo intervalo de tempo.

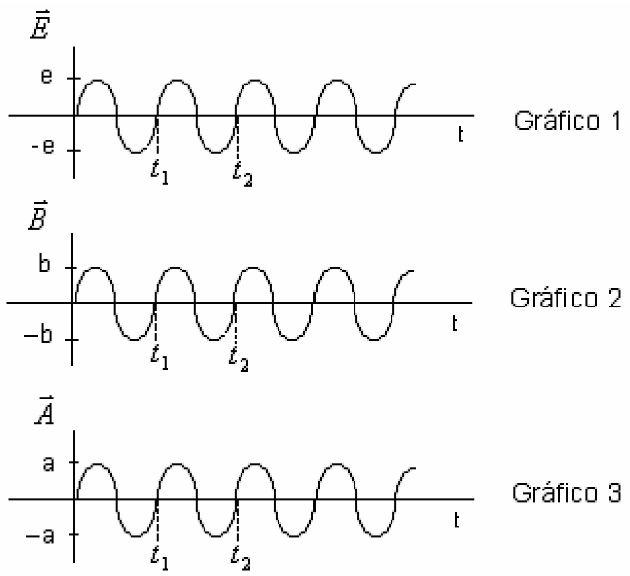


Figura B.23 – Movimentos ondulatórios do campo elétrico, do campo magnético e do potencial vetor.

Acontece que o potencial vetorial que está na mesma direção da corrente elétrica, ou na mesma direção do campo elétrico não se modifica ao transladar o potencial do tempo $t_1$ para $t_2$, pois se repete periodicamente.

O vetor potencial do eletromagnetismo é uma variável dinâmica da teoria de "Maxwell", pois o vetor potencial varia em relação ao tempo, mas independe da variação espacial. Já o potencial escalar é invariante em relação ao tempo, pois para o potencial escalar, o que importa é apenas o deslocamento devido à diferença de potencial escalar, não importando o tempo para que isso ocorra.

Sabemos que os campos elétrico e magnético dependem do potencial escalar e do vetor potencial. Os campos elétrico e magnético são invariantes sob transformações dos vetores potenciais e dos potenciais escalares. O vetor potencial é transformado segundo a variação temporal de outro vetor potencial mais um termo que varia em função do espaço e potencial escalar é transformado segundo a variação espacial de outro potencial escalar mais um termo que varia em função do tempo. Essas duas transformações são chamadas transformações de *Calibre* caracterizando *simetria de Gauge*.

Fonte de Consulta: CHAVES, A. S.. Elementary Symmetry Considerations on Classical Electrodynamics. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 19, n°.: 4, dezembro 1997, p. 384.

## Relatividade

A seguir veremos uma experiência de pensamento, onde serão comparadas as velocidades de uma bolinha de ping-pong para um referencial parado e para um referencial em movimento. Começaremos com uma descrição não-relativística e passaremos para uma descrição relativística.

## Viagem de Trem

Na necessidade de localizar coisas utilizou-se um marco que seja comum a uma ou mais pessoas chamado referencial, onde todas as posições das coisas podem ser achadas através da direção, sentido e distância a partir do referencial. Quando escolhemos apenas um referencial para determinar uma posição, dizemos que o referencial é absoluto.

Mesmo que as coisas estejam em movimento, a sua posição pode ser determinada a cada sucessão do tempo, determinando o quanto se deslocou no referencial absoluto. Neste caso é necessária mais uma variável para definir uma posição e esta variável é o tempo. Contudo, o referencial continua absoluto e o tempo também. Mas muitas vezes outros referenciais preferenciais podem ser escolhidos e estes referenciais podem estar em movimento. Vejamos o comportamento de uma bolinha de ping-pong dentro de um trem em movimento. Veja Figura B.24.

Uma bolinha que esteja parada para um observador dentro do trem (primeiro caso), para um observador fora do trem a bolinha está se deslocando com a mesma velocidade do trem, ou seja, 10 metros a cada segundo. No caso da bolinha estar se movimentando 1 metro a cada segundo para um observador dentro do trem, para um observador fora do trem a bolinha está se deslocando 11 metros a cada segundo, se a bolinha estiver indo no mesmo sentido do movimento do trem (segundo caso), pois no caso da bolinha estar indo no sentido contrário ao movimento do trem à bolinha continua movimentando 1 metro a cada segundo para o observador dentro do trem e 9 metros a cada segundo para um observador fora do trem (terceiro caso).

Para um observador externo, a bolinha tem um deslocamento de 1 metro em 0,09 segundos, caso esteja indo no sentido do movimento do trem e 1 metro em 0,11 segundos no caso da bolinha estar indo no sentido contrário ao do trem.

Portanto, a escolha de outros referenciais faz com que tempo e espaço passem a ter valores diferentes. Tempo e espaço não são mais absolutos e sim relativos. Contudo, podemos determinar o comportamento das coisas se soubermos os dados do movimento do outro referencial (o trem em movimento).

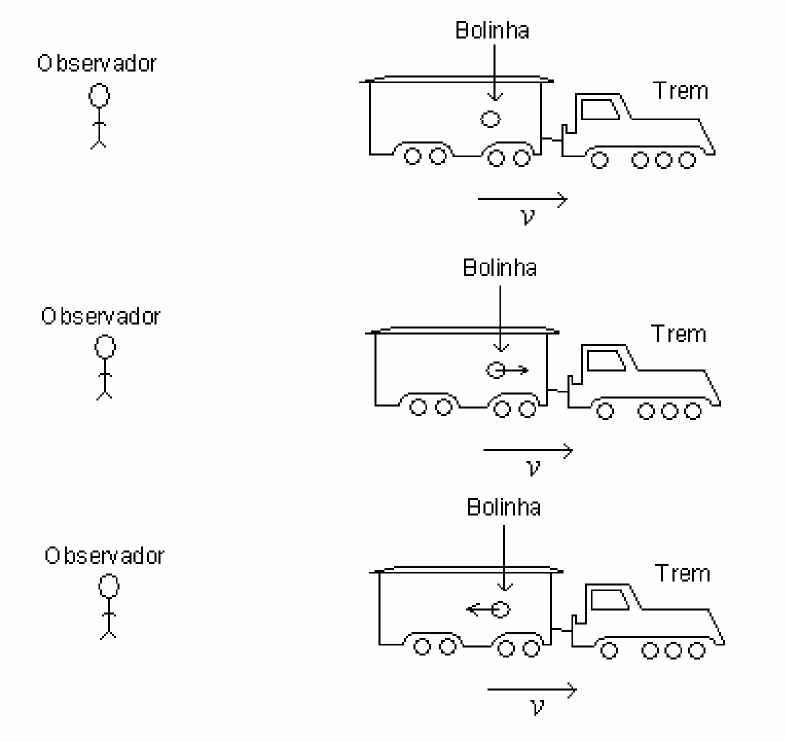


Figura B.24 – O observador parado, o trem em movimento e a bolinha dentro do trem.

Portanto, todas essas modificações de velocidade, deslocamentos e tempo de um referencial para outro caracterizam *operações de transformações*.

Esta descrição até agora é para velocidades baixas, com transformações nas coordenadas espaciais como da Figura B.25, mas a coordenada do tempo é uma sucessão linear. Esse tipo de transformação é denominado *transformação de Galileu*.

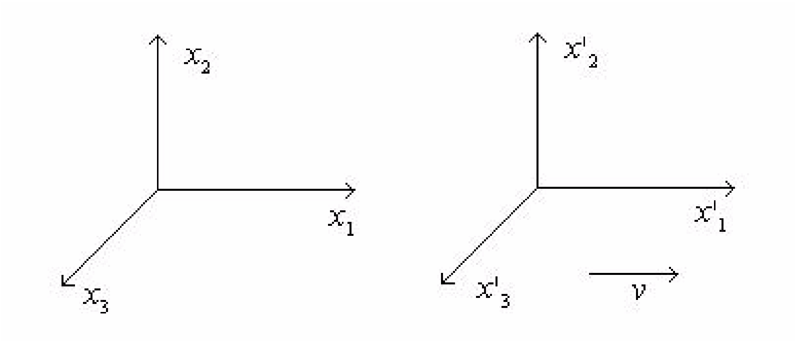


Figura B.25 – Sistemas de coordenadas cartesianas.

Quando a velocidade do trem está próxima à velocidade da luz no vácuo com valor de 100000000 metros por segundo, o observador fora do trem enxerga a bolinha dentro do trem com velocidade de 100000000,888 metros a cada segundo, mas o observador dentro do trem vê a bolinha com velocidade de 1 metro por segundo.

Quando a velocidade do trem está próxima à velocidade da luz com valor de 200000000 metros por segundo, o observador fora do trem enxerga a bolinha dentro do trem com velocidade de 200000000,553 metros a cada segundo, mas o observador dentro do trem vê a bolinha com velocidade de 1 metro por segundo.

Quando o trem está com a velocidade da luz de 299000000 metros a cada segundo, um observador parado fora do trem enxerga a bolinha com uma velocidade de 299000000 metros a cada segundo, mas o observador dentro do trem vê a bolinha com uma velocidade de 1 metro a cada segundo.

O observador parado fora do trem poderia esperar que a velocidade da bolinha fosse a velocidade do trem mais a velocidade da bolinha, mas à medida que a velocidade do trem vai aumentando o acréscimo da velocidade da bolinha diminui e quando o trem chegar a velocidade da luz nenhum outro objeto do trem terá velocidade superior à velocidade da luz para um observador fora do trem.

A incapacidade de qualquer objeto ultrapassar a velocidade da luz foi postulada por Einstein. Seus postulados são:

1) as leis da natureza são as mesmas em todos os sistemas de referências que se movem com movimento uniforme relativo um ao outro;
2) a velocidade da luz no espaço vazio é a mesma em todos os sistemas de referência e é independente do movimento do corpo emissor.

Esta descrição relativística é para velocidades altas (para $\nu \cong c$), com transformações de coordenadas espaciais como da Figura B.25 e transformações da coordenada temporal. Contudo, a coordenada do tempo se transforma para frente ou para trás, esta coordenada na descrição relativística passa a ter a mesma importância das coordenadas espaciais e dimensão passa a ser quatro. No tratamento de Galileu a dimensão é três. As transformações das quatro coordenadas são denominadas *Transformações de Lorentz*.

Fonte de Consulta: HAWKING, Stephen W.. *Uma Breve História do Tempo* ( Do big bang aos buracos negros). Rio de janeiro, Rocco, 1988.

## Mecânica Quântica

A Mecânica Quântica trata do mundo microscópico, do uso de energia discreta, dos modelos interpretativos e é o que veremos a seguir.

## O Princípio

Maurice de Broglie em sua tese de doutorado de 1924 na Faculdade de Ciências da Universidade de Paris propôs a existência de ondas de matéria. (pág. 87, Eisenberg, R.; Resnick, R.) A energia de uma partícula é proporcional a freqüência da onda $E = \hbar \nu$ e do cientista Compton veio a defesa da radiação corpuscular. Dessas duas afirmações iniciais é que começou a Mecânica Quântica, pois passaram a usar essas duas afirmações para interpretar as partículas, sendo que partículas se movimentam como onda e interagem como corpúsculo. Subtende-se que quando a partícula interage como corpúsculo, ela colide com outros corpúsculos e também troca energia. Estes são pressupostos necessários para interpretar o comportamento físico dos elétrons ao redor de um núcleo atômico, pois por incrível que pareça podemos achar situações de simetria na quântica. Vejamos o caso mais simples, que é o átomo de hidrogênio, onde o núcleo é constituído por um nêutron e um próton, com um elétron ao redor deste núcleo.

## Átomo de Hidrogênio

O modelo atômico descreve que o núcleo é composto por prótons e nêutrons. Ao redor do núcleo estão os elétrons, quanto maior for a energia cinética dos elétrons mais distantes estarão do núcleo e menor será a energia de ligação ao núcleo. Quanto menor for a energia cinética dos elétrons mais próximos estarão do núcleo e a energia de ligação do elétron ao núcleo será maior. O elétron no estado fundamental apresenta a maior energia de ligação ao núcleo e só existe vaga para apenas dois elétrons. Os elétrons que têm mais energia cinética estão mais distantes do núcleo, e à medida que vão se distanciando ocupam regiões, onde existe maior número de vagas para os elétrons. Elétrons que adquirem energia cinética suficiente para se livrar da atração eletromagnética dos prótons existentes no núcleo passam a ser elétrons livres e o átomo fica com uma vaga ou vagas para capturar elétrons.

O elétron livre é fácil de ser descrito, basta determinar a sua energia de acordo com a sua freqüência de propagação e se houver colisões o problema será resolvido com o tratamento usado na Mecânica Clássica. Contudo, como interpretar os elétrons ligados ao núcleo de um átomo? Notem que o problema precisa de um modelo de interpretação, pois a descrição de movimento do elétron livre não serve para o elétron atraído pelo núcleo. Há também um agravante, o problema se torna maior devido à quantidade de elétrons envolvidos. Portanto, vamos simplificar, usaremos o átomo de hidrogênio que têm um elétron, um próton e um nêutron. O elétron do átomo está ao redor do núcleo, então está ligado ao núcleo por uma energia potencial, ou seja, o elétron está dentro de um posso potencial. Veja Figura B.26.

Para o elétron sair do poço terá que ter energia cinética superior à energia potencial do poço, que seria a energia necessária para que o elétron escape da atração eletrostática do próton do núcleo.

Como o elétron está se movimentando ao redor do núcleo, e o que descreve o movimento são as ondas, então dentro do poço de potencial, o movimento dos elétrons será descrito pelas ondas.

Na parte de baixo da Figura B.26 temos um poço de potencial com dois eixos, sendo que um representa a função de onda, o outro as posições x e nestes eixos serão descritos as ondas que regem os seus movimentos para cada tipo de energia cinética. Seguindo para cima, na Figura B.26 temos os tipos de funções de onda para cada elétron com determinada energia. A função de onda $\Psi_1(x)$

representa o estado onde o elétron tem a energia mais baixa (também é chamado de estado fundamental). A função de onda $\Psi_2(x)$ representa o estado em que o elétron está com uma energia acima da energia do estado fundamental. A função de onda $\Psi_3(x)$ representa os elétrons que apresentam energia um nível acima do estado dois e dois níveis acima do estado fundamental. Por isso se diz que as energias são quantizadas, pois existe uma quantidade específica de energia para cada estado.

Depois de um cálculo complicado é possível chegar a uma expressão para a energia $E = -\frac{mZ^2 e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$, sendo $Z = 1$ o número atômico do hidrogênio, $n = 1,2,3......$ os números atribuídos para cada nível, o nível um será $n = 1$, o nível dois será $n = 2$ e o nível três será $n = 3$.

Atribuindo a expressão da energia $Z = 1$, $n = 1$ na expressão da energia $E = -\frac{mZ^2 e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$ obtemos a energia do estado fundamental $E = -13,6eV$ para o elétron (EISBERG, RESNICK, p. 140). A energia de ligação é negativa, cada vez que o elétron adquire mais energia cinética, a energia de ligação ficará menos negativa até consiga escapar da atração do próton do núcleo.

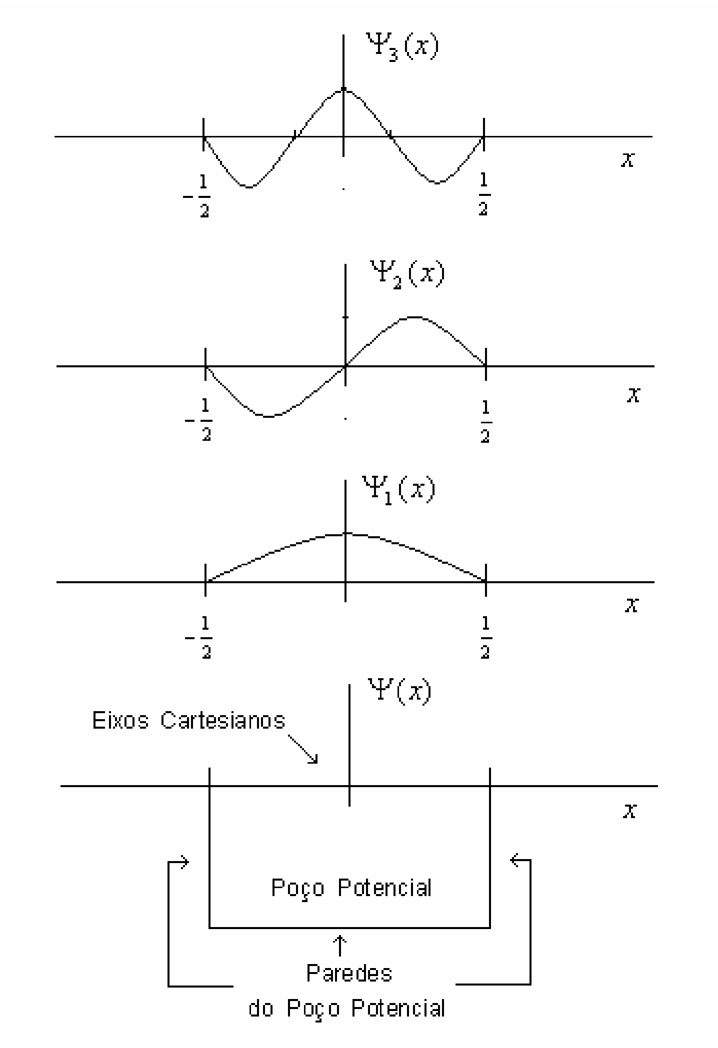


Figura B.26 – Função de onda dentro do poço potencial.

Ao observarmos as funções diretamente, notamos que a função $\Psi_1(x)$ apresenta o mesmo valor caso atribuirmos, por exemplo, o valor $x = \frac{1}{4}$ e $x = -\frac{1}{4}$. O mesmo acontece com a função $\Psi_3(x)$, podemos atribuir $x = \frac{1}{4}$ e $x = -\frac{1}{4}$ na função $\Psi_3(x)$, que o valor será o mesmo. Está troca de posição de $x = \frac{1}{4}$ para $x = -\frac{1}{4}$ chama-se *operação de inversão espacial* e caso após ter feito esta troca o valor da função continuar o mesmo, a função será considerada de *paridade par* em relação à origem. Já a função $\Psi_2(x)$, no momento que atribuímos o valor $x = \frac{1}{4}$ teremos o resultado da função diferente do resultado caso atribuíssemos o valor $x = -\frac{1}{4}$ (veja a Figura B.26 que tem a função $\Psi_2(x)$). Neste caso em que a função apresenta resultados diferentes para a *inversão espacial* dizemos que a função tem *paridade impar*. As funções que apresentam paridade par sob uma operação de inversão espacial são chamadas *simétricas* e as funções que tem paridade impar são chamadas *assimétricas*. Ou seja, $\Psi(-x) = +\Psi(x)$ (paridade par) e $\Psi(-x) = -\Psi(x)$ (paridade impar).

Uma idealização da posição dos elétrons em função de suas energias cinéticas na direção do eixo x é mostrada na Figura B.27. As funções de ondas $\Psi_1(x)$, $\Psi_2(x)$ e $\Psi_3(x)$ também estão indicadas nas figuras.

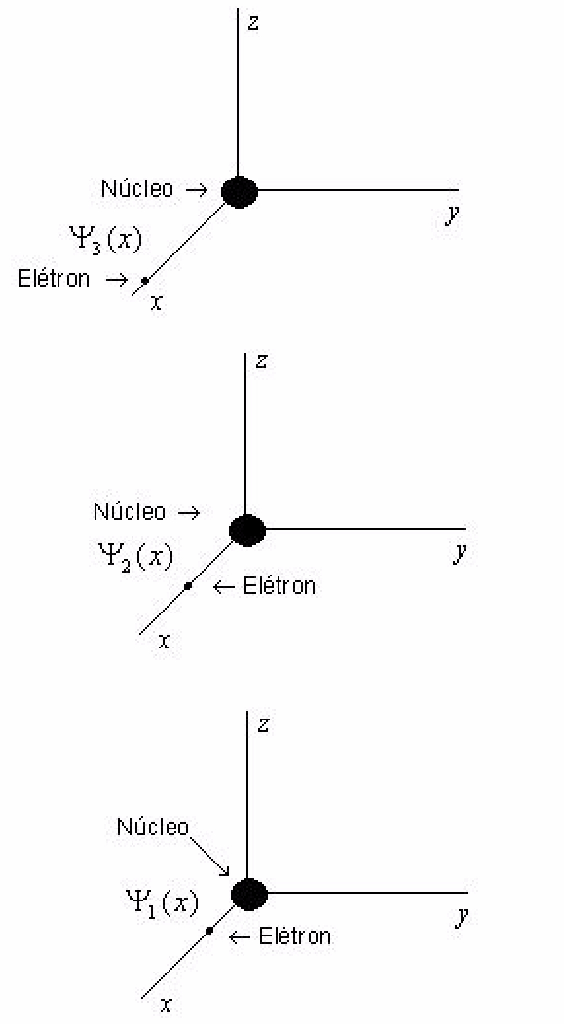


Figura B.27 – Átomo de hidrogênio.

Com a evolução dos estudos se descobriu que a energia do elétron dependia apenas da distância do núcleo. Portanto, em coordenadas esféricas, o elétron pode girar nas coordenadas angulares $\theta$ e $\varphi$, e manter a mesma distância do núcleo (o raio) ficando com a mesma energia. Esta situação pode ser vista na Figura B.28. Podemos dizer que para *operações de rotação* das coordenadas angulares $\theta$ e $\varphi$, a energia do elétron é a mesma (a energia é invariante sob transformações por operação de rotação), caracterizando uma situação de simetria.

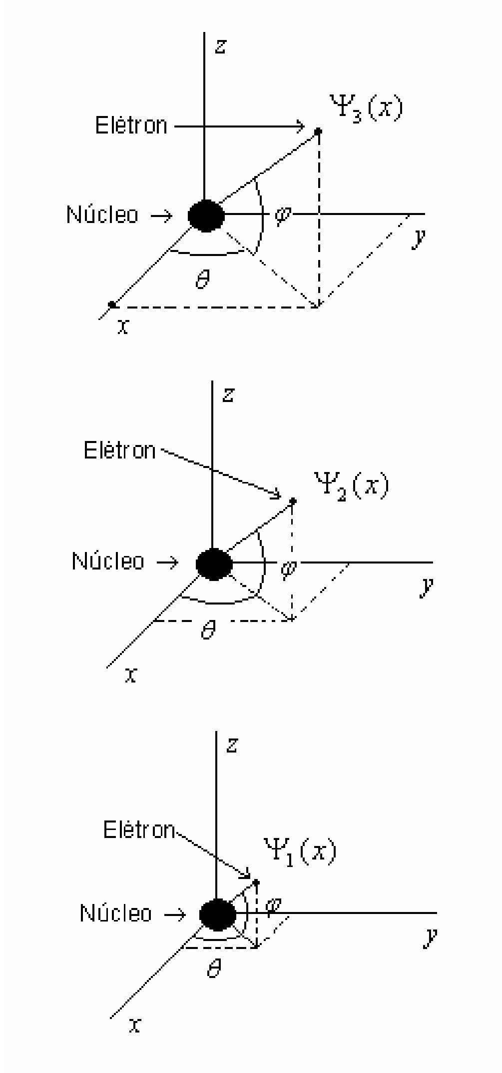


Figura B.28 – Átomo de hidrogênio em coordenadas esféricas.

Até agora usamos uma função de onda para uma partícula. Imaginemos agora uma função de onda para duas partículas. Quando as partículas são trocadas, mantendo a paridade, a função será simétrica se:

$$\Psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) + \Psi_\beta(1)\Psi_\alpha(2)]$$

Para a troca de partículas, cuja paridade seja ímpar a função será anti-simétrica.

$$\Psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(1)\Psi_\beta(2) - \Psi_\beta(1)\Psi_\alpha(2)]$$

O Princípio de Exclusão de Pauli é aplicável aos elétrons. Segundo este princípio dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado. Uma função de onda depende de três números quânticos relacionados nas coordenadas espaciais e mais um número relacionado ao spin. Imaginemos dois elétrons idênticos ocupando o mesmo estado 2 e verifiquemos essa condição para a função simétrica e anti-simétrica.

Para os dois elétrons no estado 2 a função de onda simétrica será:

$$\Psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_2(1)\Psi_2(2) + \Psi_2(1)\Psi_2(2)] = \frac{2}{\sqrt{2}}\Psi_2(1)\Psi_2(2)$$

Para os dois elétrons no estado 2 a função de onda anti-simétrica será:

$$\Psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_2(1)\Psi_2(2) - \Psi_2(1)\Psi_2(2)] = 0$$

A função de onda simétrica diz que temos elétrons neste estado e a função anti-simétrica diz que não temos elétrons neste estado. Como apenas a função de onda anti-simétrica corresponde ao Princípio da Exclusão de Pauli, então a função de onda anti-simétrica é que descreve o movimento do elétron e se diz que o elétron tem característica anti-simétrica.

**Interferência**

Há interferência onde existe superposição de ondas, podendo ter como resultados ondas construtivas e ondas destrutivas. Quando duas ondas (onda 1 e onda 2) de mesma amplitude e freqüência tem diferença de fase igual a zero, as duas ondas se somam em amplitude, mantendo a mesma freqüência de propagação e teremos como resultado uma onda resultante igual a da Figura B.29.

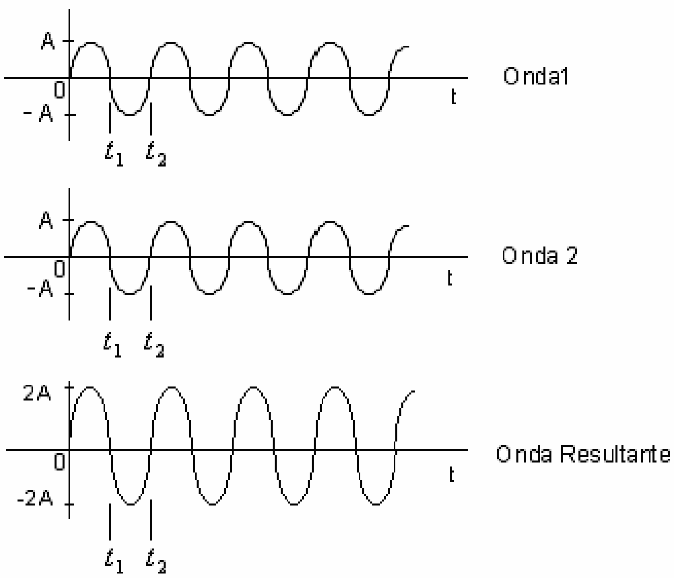


Figura B.29 – Interferência construtiva.

Quando duas ondas de mesma amplitude e freqüência se superpõem com diferença de fase de 180°, a soma das amplitudes das ondas se anulará, pois no mesmo intervalo de tempo de oscilação $t_1$ e $t_2$ uma amplitude é positiva e a outra negativa. Este fenômeno é chamado de interferência destrutiva, como é mostrado na Figura B.30.

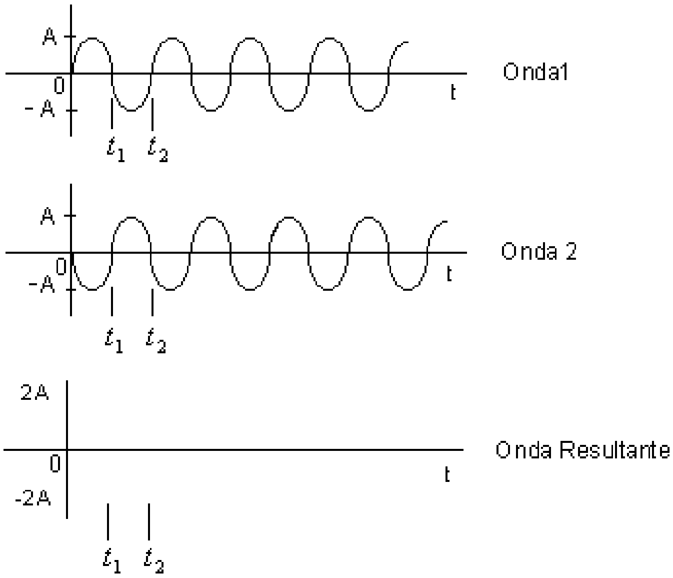

Figura B.30 – Interferência destrutiva.

Um dos experimentos que evidenciam a interferência de ondas é o experimento de fenda única (Figura B.31). Uma fonte emite luz coerente que difrata nas bordas da fenda, sendo que as ondas vindas de diferentes pontos a partir da fenda interferirão construtivamente e destrutivamente. As ondas que incidem no ponto $p_1$ apresentam superposição construtiva e é o ponto onde a intensidade luminosa é mais intensa. O ponto $p_2$ apresenta interferência destrutiva e portanto não tem intensidade de luz. Na sucessão temos mais uma interferência construtiva, e quanto mais distanciado do centro menor será a intensidade de luz e teremos uma projeção com franjas de luz com diferentes intensidades.

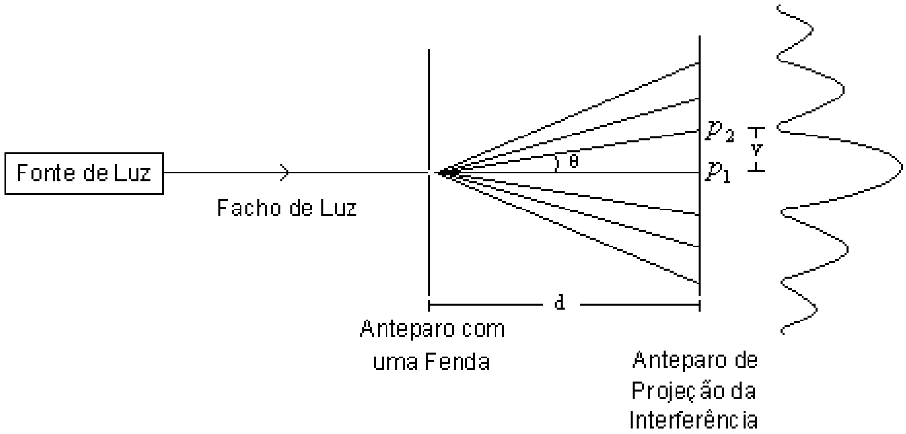


Figura B.31 – Interferômetro de fenda única.

As ondas construtivas podem ser descritas por esta equação: $d\,\text{sen}\,\theta = n\lambda$, onde $\lambda$ é o comprimento de onda, $n = 1,2,3,...$ são os números que indicam a interferência construtiva. O número 1 corresponde à superposição construtiva máxima, o número dois apresenta uma superposição construtiva um pouco menos intensa e assim sucessivamente.

As ondas destrutivas são descritas pela equação: $d\,\text{sen}\,\theta = (n + \frac{1}{2})\lambda$, onde $\lambda$ é o comprimento de onda, $n = 0,1,2,3,...$ são os números que indicam a interferência destrutiva. O número zero corresponde a primeira superposição destrutiva, o número 1 segunda superposição destrutiva e assim sucessivamente.

As primeiras experiências foram feitas com a luz, mais tarde foram usados feixes de elétrons ou de nêutrons, e observou-se o mesmo fenômeno de interferência, comprovando que a matéria também se propaga como onda.

Observando as franjas no anteparo, notamos que a maior intensidade de luz está no centro e diminui para as laterais. Então, podemos dizer que no centro existe maior probabilidade de encontrar a maior parte da luz que incide da fenda e nas laterais menor probabilidade. O mesmo acontece com as partículas, existe maior probabilidade de encontrar uma partícula no centro do que nas laterais. Desta variação de intensidades de luz e quantidade de incidência de partículas surgiu uma curva de distribuição probabilística de partículas, como é mostrado na Figura B.32.

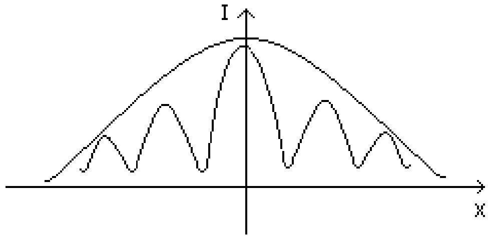


Figura B.32 – Curva de distribuição.

Desta curva vemos que na Figura B.33, a chance de encontrar a partícula na posição $x_1$ ou $x_2$ são as mesmas, pois as duas apresentam a mesma intensidade. Portanto, existe uma simetria por inversão espacial de encontrar a partícula, pois $|x_1| = |-x_2|$ tem a mesma intensidade e a curva apresenta *paridade par* (um caso *simétrico*).

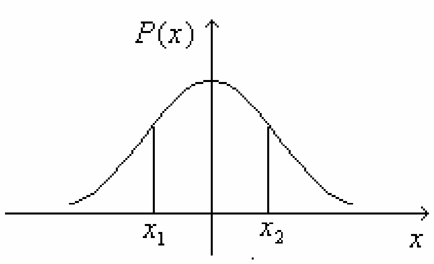


Figura B.33 – Curva probabilística com paridade par.

Fonte de Consulta: EISENBERG, R.; RESNICK, R.. *Física Quântica*. Rio de Janeiro, Editora Campus, 1994, 8ª. ed.

**Recapitulando**

Encontramos nas seções anteriores situações que apresentavam simetrias.

Tipos de operações de simetria que verificam as invariâncias físicas.

1. *Identidade*: onde uma operação de giro de 360 graus é o mesmo que não girar;
2. *Rotação*: onde a operação consiste de girar um objeto ao redor do eixo que passa pela origem do objeto;
3. *Reflexão*: onde a operação consiste em identificar a imagem de um objeto, como que se a imagem fosse igual ao reflexo de um objeto colocado na frente de um espelho;
4. *Inversão Espacial:* consiste em obter o mesmo resultado invertendo-se a posição, por exemplo, de x=1 para x= -1;
5. *Translação Espacial*: consiste em verificar se houve alteração do item físico após um deslocamento espacial. Para objetos usa-se o deslocamento numa certa direção, verificando se a imagem do objeto permanece a mesma. Um experimento também pode ser realizado em locais diferentes, e se uma quantidade física se conservar, a translação espacial não altera esta quantidade;
6. *Translação Temporal*: consiste em verificar se houve alteração da quantidade física após um deslocamento temporal. A operação de translação temporal pode ser feita realizando-se a mesma experiência num tempo posterior;
7. *Transformação de Galileu*: consiste em modificar o referencial de uma equação de movimento para outro referencial que esteja parado ou com velocidade baixa. Este tipo de transformação é aplicável apenas em Mecânica Clássica, pois as velocidades são baixas e constantes;

8. *Transformação de Lorentz*: consiste em modificar o referencial de uma equação de movimento para outro referencial que esteja parado ou com velocidade baixa (caso anterior) ou com velocidade próxima a velocidade da luz. Esta transformação é uma generalização, pois a transformação de Galileu pode ser visualizada ao restringir a transformação de Lorentz para velocidades baixas, sempre considerando referenciais com velocidades constantes;
9. *Operação de Permutação:* ocorre quando os elementos são trocados e, entretanto suas propriedades permanecem as mesmas. Vejamos o caso de um triângulo eqüilátero que em um vértice tenha o número um, em outro vértice tenha o número dois e o vértice restante o número três. Ao trocarmos o número um pelo dois, a condição de triângulo eqüilátero continua. Ao trocarmos o número três pelo um, a condição de triângulo eqüilátero continua o mesmo e teremos um total de seis permutações.

Então, após esta recapitulação sobre as operações de simetrias podemos dizer que simetria é uma invariância física que pode ser constatada após uma operação de transformação e é a *invariância* que caracteriza a *simetria*.