

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA, IF-UFRGS

Estrutura dos halos de matéria escura no modelo Λ CDM *

Angelo Fausti Neto

Tese realizada sob orientação do Professor Dr. Horacio Alberto Dottori e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre

Dezembro, 2008

*Trabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e LENAC (Latinoamerican-European Network for Astrophysics and Cosmology)

A minha filha, María.

Agradecimentos

Esta tese não existira se não fosse pelo apoio de pessoas incríveis às quais não poderia deixar de agradecer. Ao meu grande amigo Horacio, pelo apoio incondicional. À Isa, pelo carinho que sempre demonstrou à Dani, à María e a mim. Agradeço a minha querida mãe e ao meu pai pela formação dos meus valores, nessa etapa tão importante da vida que é a infância. E também às minhas queridas irmãs Carli e Bela pelo carinho na nossa relação que é única. Emocionado, quero agradecer a essa pessoinha que há dois anos enche nosso lar de risos e desafios - com a pureza de criança, María! E ao meu amor com quem compartilho tudo, Dani obrigado do fundo do meu coração.

Por fim, quero agradecer à Profa. Beatriz Barbuy, coordenadora do LENAC, e ao pessoal do ICC, Durham, pela experiência enriquecedora que culminou nesta tese.

Angelo Fausti Neto

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Dezembro 2008

Resumo

Caracterizamos estatisticamente a estrutura dos halos de matéria escura extraídos da *Simulação do Millennium*, uma das maiores simulações do modelo cosmológico Λ CDM realizadas até hoje, com 10 bilhões de partículas num volume de $500h^{-1}\text{Mpc}^3$. Nossos resultados confirmam que na época atual, $z = 0$, o parâmetro de concentração dos halos se correlaciona com a massa. Esta correlação é ajustada por uma lei de potência no intervalo de massas que corresponde a halos de galáxias ($10^{12}h^{-1}M_{\odot}$) até aglomerados de galáxias ($10^{15}h^{-1}M_{\odot}$), $\log_{10} c \propto -\alpha \log_{10} M$, com $\alpha = 0.1$. Comparamos a previsão de três modelos existentes na literatura para esta correlação. Medimos a distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração, que é ajustada com boa aproximação por uma função lognormal com dispersão $\sigma_{\log_{10} c} = 0.1$ em todo o intervalo de massas. Verificamos que o parâmetro de concentração é independente do spin do halo quando sistemas claramente fora de equilíbrio são removidos da análise. Comparamos modelos que relacionam o parâmetro de concentração com histórico de formação extraído da simulação. Mostramos que quando definimos a época de formação levando em conta a distribuição de progenitores do halo e não apenas o progenitor mais massivo, obtemos uma correlação melhor entre densidade média do universo nessa época e a densidade característica do halo. Finalmente, testamos a validade de dois modelos que predizem o parâmetro de concentração a $z = 0$ com base no histórico de acreção de massa do progenitor mais massivo do halo.

Abstract

We use the *Millennium Simulation* (*MS*) to study the statistics of Λ CDM halo concentrations at $z = 0$. Our results confirm that the average halo concentration declines monotonically with mass; the concentration-mass relation is well fit by a power-law over 3 decades in mass, up to the most massive objects that form in a Λ CDM universe ($\sim 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$). We compare this relation with three models in the literature. The large volume surveyed, together with the unprecedented numerical resolution of the *MS*, allow us to estimate with confidence the distribution of concentrations and, consequently, the abundance of systems with unusual properties. We find that halo concentrations are independent of spin once haloes manifestly out of equilibrium have been removed from the sample. The concentrations of out-of-equilibrium haloes tend to be lower and have more scatter, while their spins tend to be higher. A number of previously noted trends within the halo population are induced primarily by these properties of unrelaxed systems. Finally, we compare the result of predicting halo concentrations using the mass assembly history of the *main progenitor* with predictions based on simple arguments regarding the assembly time of *all progenitors*. The latter are typically as good or better than the former, suggesting that halo concentration depends not only on the evolutionary path of a halo's main progenitor, but on how and when *all* of its constituents collapsed to form non-linear objects.

Sumário

Agradecimentos	ii
Sumário	v
Lista de Figuras	vii
1 Introdução	1
2 A população de halos	7
2.1 As simulações	7
2.2 Identificando os halos	9
2.2.1 Definindo o centro do halo	10
2.2.2 A massa total e o raio limite	11
2.3 O parâmetro de concentração do halo	13
2.3.1 Ajuste do perfil de densidade	14
2.4 Histórico de formação	19
2.5 O parâmetro de spin	20
3 Selecionando halos em equilíbrio	23
3.1 Halos relaxados e não relaxados	26
3.2 Resolução de massa	31
4 Medindo a estrutura dos halos	35
4.1 Concentração vs. massa	36
4.1.1 O modelo de Navarro et al. (1997)	37
4.1.2 O modelo de Bullock et al. (2001)	39
4.1.3 O modelo de Eke et al. (2001)	40
4.1.4 Distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração	42

4.2	Época de formação dos halos	46
4.2.1	Diferentes definições para a época de formação	49
4.3	Correlação entre spin e concentração	50
5	Prevendo o parâmetro de concentração a $z=0$	55
5.1	O modelo de Wechsler et al. (2002)	56
5.2	O modelo de Zhao et al. (2003)	56
6	Conclusão	61
	Apêndice A Rotina para conversão de pares (M_{Δ}, c_{Δ})	64
	Apêndice B Valores de referência na <i>Simulação do Millennium</i>	66
	Referências	69

Lista de Figuras

1.1	Formação de um halo de matéria escura no modelo Λ CDM (Power et al., 2003). No presente ($z = 0$), a massa do halo é $3 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$ e o raio limite, indicado pela circunferência, é $145 h^{-1} \text{kpc}$. Os painéis mostram a evolução desde $z = 8.5$ até $z = 0$ no sistema de coordenadas comóvel.	2
1.2	Função de massa dos halos da <i>Simulação do Millennium</i> medida em diferentes épocas. As linha pontilhada mostra a previsão do modelo original de Press & Schechter (1974) e a linha contínua a previsão do formalismo EPS (Sheth et al., 2001). $h = 0.73$ é usado para parametrizar a constante de Hubble, como definido mais adiante.	5
2.1	Identificação de um halo na simulação. Em vermelho, as partículas extraídas da simulação pelo algoritmo de FOF. Em verde o raio limite do halo r_{Δ} , calculado a partir da definição de centro potencial. A massa e o número de partículas do halo são mostrados no topo da figura. As partículas além do raio limite são descartadas da análise.	11
2.2	Ajuste do perfil de densidade de NFW em quatro halos de massas diferentes (linha sólida). O intervalo radial ajustado $[r_{\text{min}}, r_{\text{vir}}]$ é representado pelos símbolos preenchidos. O parâmetro de concentração c e a massa do halo M_{200} resultantes do ajuste são mostrados em cada painel. A linha vertical indica a posição de r_{conv} , calculado como explicado no texto. Note a variação de r_{conv} com a massa (ou número de partículas) do halo. O ponto de máximo do perfil indica a posição do raio de escala r_s . Halos de mesma massa, porém mais concentrados, tem r_s menor.	16

2.3	Influência do parâmetro r_{\min} na relação $c(M_{200})$. Em cada painel mostramos o parâmetro concentração médio e os percentis 20 e 80 para halos no intervalo de massa $10^{11} < M_{200}/h^{-1}M_{\odot} < 10^{15}$. Os símbolos referem-se à <i>Simulação do Millennium</i> e as linhas à segunda simulação, descritas no texto. Halos de $10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ da <i>Simulação do Millennium</i> são resolvidos com o mesmo número de partículas, aproximadamente, que os halos de $10^{11}h^{-1}M_{\odot}$ da segunda simulação. No primeiro painel, temos o caso $r_{\min} < r_{\text{conv}}$, ou seja, o interior do halo não é resolvido com um número suficiente de partículas, distorcendo a relação $c(M_{200})$ no regime de baixas massas. No terceiro e quarto painéis, a dispersão dos valores de c é maior à medida em que se ajusta um intervalo radial menor. $r_{\min} = 0.05r_{\text{vir}}$ é caso com menor dispersão no parâmetro c e apresenta boa convergência entre os resultados das duas simulações.	17
2.4	Esquema da construção do <i>merger tree</i> de um halo identificado a $z = 0$ (<i>snapshot 63</i>).	19
2.5	Merger tree de um halo de $2.2 \times 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ identificado a $z = 0$ na simulação. Todos os progenitores identificados são mostrados. A linha pontilhada no topo da figura mostra o histórico de acreção de massa do progenitor mais massivo $M(z)/M_0$ enquanto a linha sólida mostra a massa contida em grupos resolvidos a cada instante. A escala inferior mostra o tempo em termos do fator de escala $-\log_{10} a = \log_{10}(1 + z)$ e o valor correspondente em redshift z	21
3.1	Imagens projetadas (em cima) e os perfis de densidade correspondentes (em baixo) para quatro halos de massas similares extraídos da simulação. A massa do halo, o parâmetro de concentração e os três parâmetros usados no critério de classificação, f_{sub} , s e $2T/ U $ são mostrados na legenda. . . .	28

3.2	Correlações entre os parâmetros usados para identificar halos relaxados. Cada ponto representa um halo no espaço de parâmetros N , f_{sub} , s , $2T/U$. As regiões hachuradas indicam halos <i>não-relaxados</i> segundo os critérios mostrados na legenda. O primeiro painel mostra a fração da massa em subestruturas f_{sub} vs. N , o número de partículas usado para representar o halo. A linha tracejada mostra o limite de detecção de subestruturas $N_{\text{min}} = 20$ pelo algoritmo SUBFIND e a linha sólida a fração de halos com nenhuma subestrutura detectada, $f_{\text{sub}} = 0$. Os critérios $f_{\text{sub}} < 0.1$ e $s < 0.07$ aplicados simultaneamente identificam corretamente halos <i>relaxados</i> , como mostra a correlação entre s e f_{sub} . Nos painéis inferiores, o critério $2T/ U < 1.35$ é usado para identificar halos que se afastam significativamente do equilíbrio virial. O número de pontos em cada painel foi reduzido por um fator 100 para melhor visualização.	30
3.3	Fração de halos <i>relaxados</i> segundo cada critério individualmente (em cima) e a combinação dos critérios (em baixo).	32
3.4	Relação entre a qualidade do ajuste, σ_{fit} , a resolução (número de partículas do halo) e o parâmetro de concentração c . Nesse diagrama de <i>box and whiskers</i> a mediana da distribuição é mostrada na linha horizontal dentro dos retângulos, os retângulos representam os percentís 25% e 75% enquanto as linhas representam as caudas da distribuição até os percentís 5% e 95%. Os painéis superiores mostram esses resultados para a população completa enquanto que os painéis inferiores mostram apenas os halos relaxados. Nos painéis da direita, o número de halos em cada intervalo é indicado.	34
4.1	Concentração vs. Massa para a população de halos relaxados (painel superior) e para a população completa (painel inferior). Os símbolos mostram a mediana e os percentís 5%, 25% e 75%, 95% do parâmetro de concentração em cada intervalo de massa. Os números na parte superior indicam a quantidade de halos em cada intervalo de massa. A lei de potência (linha contínua) descreve com boa aproximação a mediana do parâmetro de concentração. As demais linhas mostram a previsão de diferentes modelos para esta relação como discutido no texto.	38

4.2	Distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração para o intervalo de massa $11.75 < \log_{10} M_{200} < 12.25$ (em cima) e para o intervalo de massa $14.25 < \log_{10} M_{200} < 14.75$ (em baixo). O modelo descrito no texto ajusta a distribuição de concentração para a população de halos relaxados (linha contínua) para os halos não relaxados (linha pontilhada) e para a população completa (linha tracejada). Os valores médios do parâmetro de concentração e a dispersão são mostrados na figura para os dois intervalos de massa considerados.	43
4.3	Fração de halos com $c < 4.5$ e $c > 7.5$ para a população de halos relaxados (em cima) e para a população completa (no meio). Dependência da dispersão em $\log_{10} c$ com a massa (em baixo).	45
4.4	Dependência da época de formação $M = M_0/2$ (em cima) e do parâmetro de spin (em baixo) com a massa. Os símbolos mostram a mediana e os percentis 5%, 25% e 75%, 95% da época de formação em cada intervalo de massa. Os números na parte superior de cada painel indicam a quantidade de halos em cada intervalo de massa. A lei de potência (linha contínua) descreve bem a época de formação em função da massa. As cores indicam qualitativamente a dependência com o parâmetro de concentração, halos mais concentrados são mostrados em vermelho e halos menos concentrados em azul.	47
4.5	Correlação entre os resíduos $\Delta \log_{10} c$ e $\Delta \log_{10}(1 + z_f)$ para três intervalos de massa diferentes.	48
4.6	Diferentes definições para época de formação (eixo vertical) baseado no histórico de formação extraído da simulação. Apenas progenitores mais massivos que $M_0/100$ são mostrados na figura. A linha vermelha indica o progenitor mais massivo do halo. Os círculos em azul correspondem aos progenitores do halo incluídos no cálculo da época de formação, segundo a definição de Navarro et al. (1997) com $f = 0.1$	51
4.7	Correlação entre a densidade característica do halo e diferentes definições da época de formação. A linha mostra a dependência da densidade média do universo com o fator de escala $\propto (1 + z_f)^3$	52
4.8	Correlação entre os parâmetros de spin e concentração para a população completa (acima) e para a população de halos relaxados (abaixo). A subpopulação de halos pouco concentrados e com spin relativamente alto é removida na população de halos relaxados.	54

5.1	Implementação do método proposto por Zhao et al. (2003) (em baixo) para encontrar o <i>turning point</i> , z_{tp} , na curva de acreção de massa do progenitor mais massivo (em cima). A curva suave corresponde ao ajuste de uma curva de Beziér a $M(z)$ medida na simulação. Ambas curvas de acreção resultam em halos de massa $\sim 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ e ilustram um caso onde há duas fases de acreção distintas e outro caso onde a proposta de Zhao et al. (2003) não se aplica. Os parâmetro de concentração medido e previsto são mostrados nos painéis em cima e em baixo respectivamente.	59
5.2	Comparação entre os valores do parâmetro de concentração medidos nas simulação e as previsões dos modelos de Zhao et al. (2003) (em cima), Wechsler et al. (2002) (em baixo, à esquerda) e Navarro et al. (1997) (em baixo, à direita). Os contornos correspondem a 65%, 95% e 99% dos halos. σ é uma medida do espalhamento, dada pelo desvio quadrático médio em relação aos valores medido e previstos pelos modelos. Enquanto que $\sigma_{\lg M}$ é o desvio quadrático médio da relação $c(M)$ para os mesmos halos.	60
A.1	Rotina para conversão de pares (M_{Δ}, c_{Δ}) - http://www.icc.dur.ac.uk/~fausti	65

Capítulo 1

Introdução

Grupos e aglomerados de galáxias são sistemas de grande interesse em cosmologia. Em particular, a estrutura interna - em termos do perfil de densidade e momentum angular - e a época de formação, são propriedades fundamentais desses sistemas que na atualidade vêm sendo investigadas observacionalmente e teoricamente com grande sucesso.

Nesta tese, investigamos as questões acima através da análise de uma população de $\sim 10^6$ halos extraídos da *Simulação do Millennium* (Springel et al., 2005). A *Simulação do Millennium* representa o estado da arte em simulações cosmológicas de formação de estruturas no Universo. O termo *halo* refere-se à componente de matéria escura que, segundo o modelo cosmológico Λ CDM, compõe $\gtrsim 90\%$ da massa desses sistemas. No que se refere à estrutura interna dos halos, nossa análise restringe-se à época atual do Universo ($z = 0$) onde estudamos desde halos de galáxias como a Via-Láctea com $\sim 10^{12}M_{\odot}$, até halos de aglomerados de galáxias com $\sim 10^{15}M_{\odot}$.

A formação dos halos é um conceito central na teoria de *Cold Dark Matter*. Esses sistemas aumentam progressivamente sua massa através de *mergers* e colisões com outros halos, no chamado cenário de formação hierárquica *bottom up*. Esse processo de formação atua como um mecanismo de relaxação produzindo uma estrutura final de equilíbrio, independente das condições iniciais. A figura 1.1 ilustra a formação de um halo de massa $\sim 10^{12}M_{\odot}$ desde $z = 8.5$ até $z = 0$.

Na simulação, um halo identificado a $z = 0$ corresponde a um máximo local no campo de densidade de matéria escura. Quando a densidade média em torno desse

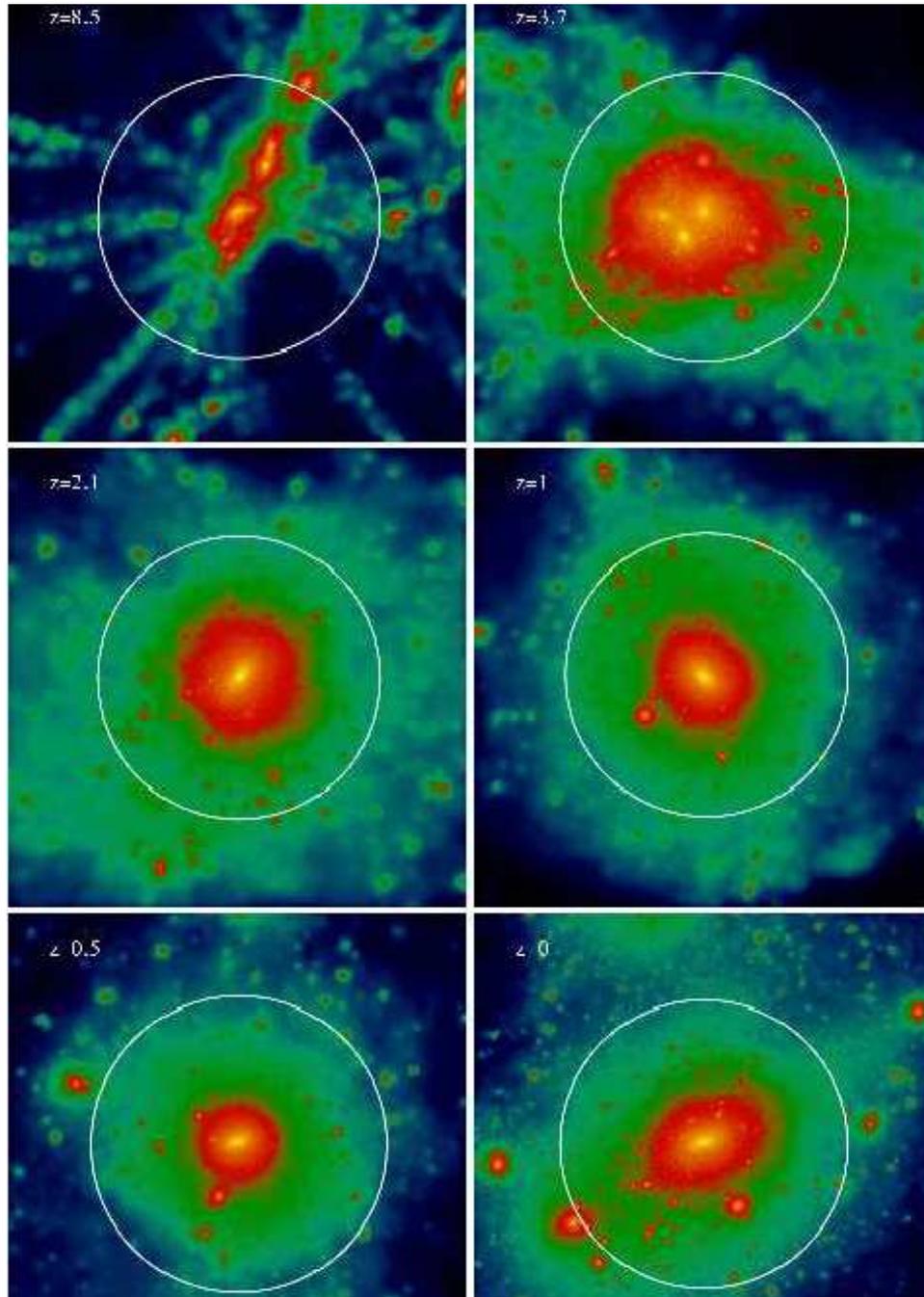


Figura 1.1: Formação de um halo de matéria escura no modelo Λ CDM (Power et al., 2003). No presente ($z = 0$), a massa do halo é $3 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$ e o raio limite, indicado pela circunferência, é $145 h^{-1} \text{kpc}$. Os painéis mostram a evolução desde $z = 8.5$ até $z = 0$ no sistema de coordenadas comóvel.

máximo atinge um valor limite, $\bar{\rho}(r) = \Delta\rho_{\text{crit}}$, define-se a massa (e conseqüentemente o raio) do halo

$$M_{\Delta} = \frac{4}{3}\pi\Delta\rho_{\text{crit}}r_{\Delta}^3 = 3.7 \times 10^{11}\Delta h^{-1}M_{\odot} \left(\frac{r_{\Delta}}{h^{-1}\text{Mpc}} \right)^3$$

onde $\rho_{\text{crit}} = 2.77 \times 10^{11}h^{-1}M_{\odot}/h^{-1}\text{Mpc}^3$ é densidade total de matéria e energia do Universo e Δ é o contraste de densidade não linear. O valor de Δ pode ser estimado por aproximações não-lineares, como o modelo de colapso esférico (ver, por exemplo, o livro texto de Peacock (1999)) ou medido diretamente nas simulações, assumindo que os halos satisfazem aproximadamente o teorema do virial, onde $\Delta \sim 100$.

A estrutura interna dos halos no regime não linear foi estudada por Gunn & Gott (1972) e posteriormente por Fillmore & Goldreich (1984), Bertschinger (1985), White & Zaritsky (1992) onde é tratado o caso com simetria esférica. Estas soluções teóricas prevêem um perfil de densidade caracterizado por uma única lei de potência, $\rho(r) \propto r^{\alpha}$. No entanto, a única forma de reproduzir completamente o cenário de formação hierárquica *bottom up*, e conseqüentemente, a estrutura interna dos halos, é através de simulações cosmológicas.

As simulações de Navarro et al. (1995, 1996, 1997) (NFW), apoiadas nos trabalhos pioneiros de Frenk et al. (1988), Dubinski & Carlberg (1991), Crone et al. (1994), mostraram que o perfil de densidade radial de halos em equilíbrio é universal, ou seja, independente da massa e dos parâmetros cosmológicos. Contrariamente às propostas anteriores, o perfil de densidade de NFW tem a forma $\rho \propto r^{\alpha}$ com $\alpha = -1$ na parte interna ($r < r_s$) e $\alpha = -3$ na parte externa ($r > r_s$). O perfil de densidade de NFW é similar ao de Hernquist (1990) para galáxias elípticas. Ambos, resultam de um mecanismo proposto por Lynden-Bell (1967) para explicar a regularidade observada na estrutura dessas galáxias, conhecido como relaxação violenta. Recentemente, Merritt et al. (2005) mostrou que o perfil de Sérsic deprojetado também ajusta com boa aproximação a estrutura dos halos de matéria escura. Simulações mais recentes mostram que a região interna dos halos ($r < 0.01r_{\Delta}$) é melhor ajustada pelos perfis de densidade de Moore et al. (1999), Navarro et al. (2004).

Na seção 2.3, apresentamos em detalhes o perfil de densidade de NFW, usado na nossa análise. Um perfil de densidade radial é interessante pela sua simplicidade e aplicação imediata em modelos que o utilizam para derivar a curva de rotação, o

perfil de temperatura do gás em aglomerados de galáxias, lentes gravitacionais, *colling flow*, etc. No entanto, as simulações mostram a presença de subestruturas no interior dos halos. Em muitos casos, quando o halo está longe do suposto equilíbrio, o perfil de densidade radial deixa de ser uma boa aproximação. Em consequência disso, os parâmetros que descrevem a estrutura dos halos, medidos através do ajuste do perfil de densidade, perdem seu significado. Alguns autores argumentam inclusive a existência de correlações entre os parâmetros derivados desse ajuste e a fração de massa em subestruturas (Gao et al., 2004) ou o parâmetro de spin dos halos (Bailin et al., 2005). No entanto, tais correlações devem ser interpretadas com cautela. Com esta motivação, desenvolvemos um conjunto de critérios para selecionar uma população de halos em equilíbrio. Esta metodologia têm sido adotada por outros autores (Zhao et al., 2003, Maccio' et al., 2006), mas os critérios de seleção apresentados no capítulo 3 permitem maior confiabilidade nos resultados. Uma aplicação desses critérios é mostrada no capítulo 4, onde interpretamos a correlação entre o parâmetro de concentração e o spin dos halos.

O perfil de densidade de NFW é especificado por dois parâmetros livres, a massa total e o parâmetro de concentração do halo. Embora a estrutura dos halos em equilíbrio não dependa dos parâmetros cosmológicos, NFW mostrou que o parâmetro de concentração está relacionado com a densidade média do universo na época de formação do halo. Em particular, verificou-se a correlação entre a massa e o parâmetro de concentração. Esse resultado é interpretado no cenário de formação hierárquica onde os halos de baixa massa se formam primeiro e, portanto, são mais concentrados que os halos mais massivos. Trabalhos posteriores propuseram diferentes modelos para explicar a correlação média entre o parâmetro de concentração e a massa. Ao mesmo tempo, verificaram que o parâmetro de concentração em função da massa apresenta uma dispersão significativa (Bullock et al., 2001, Eke et al., 2001, Jing, 2000). Um dos principais resultados desta tese, apresentado no capítulo 4, é a medida desta correlação na população de halos da *Simulação do Millennium*. A quantidade de halos analisados, permitiu medir a probabilidade de encontrar um halo de massa M com concentração c maior (ou menor) que um certo valor. Além disso, comparamos os resultados dos modelos de Navarro et al. (1997), Bullock et al. (2001), Eke et al. (2001) para a correlação média entre massa e concentração.

Estatisticamente, a abundância de halos de massa M , numa dada época do universo, é resultado do cenário de formação hierárquica *bottom up*. A figura 1.2

mostra a função de massa, $n(M, z) = dn(> M, z)/dM$ normalizada pela massa do halo e pela densidade crítica, medida em diferentes épocas na *Simulação do Millennium*. Vemos, por exemplo, que a abundância de halos de massa $\sim 10^{14}M_{\odot}$ aumenta quatro ordens de grandeza desde $z = 3$ até $z = 0$, enquanto que abundância de halos de massa $\sim 10^{11}M_{\odot}$ a $z = 0$ é praticamente estabelecida a $z = 3$ (Springel et al., 2005).

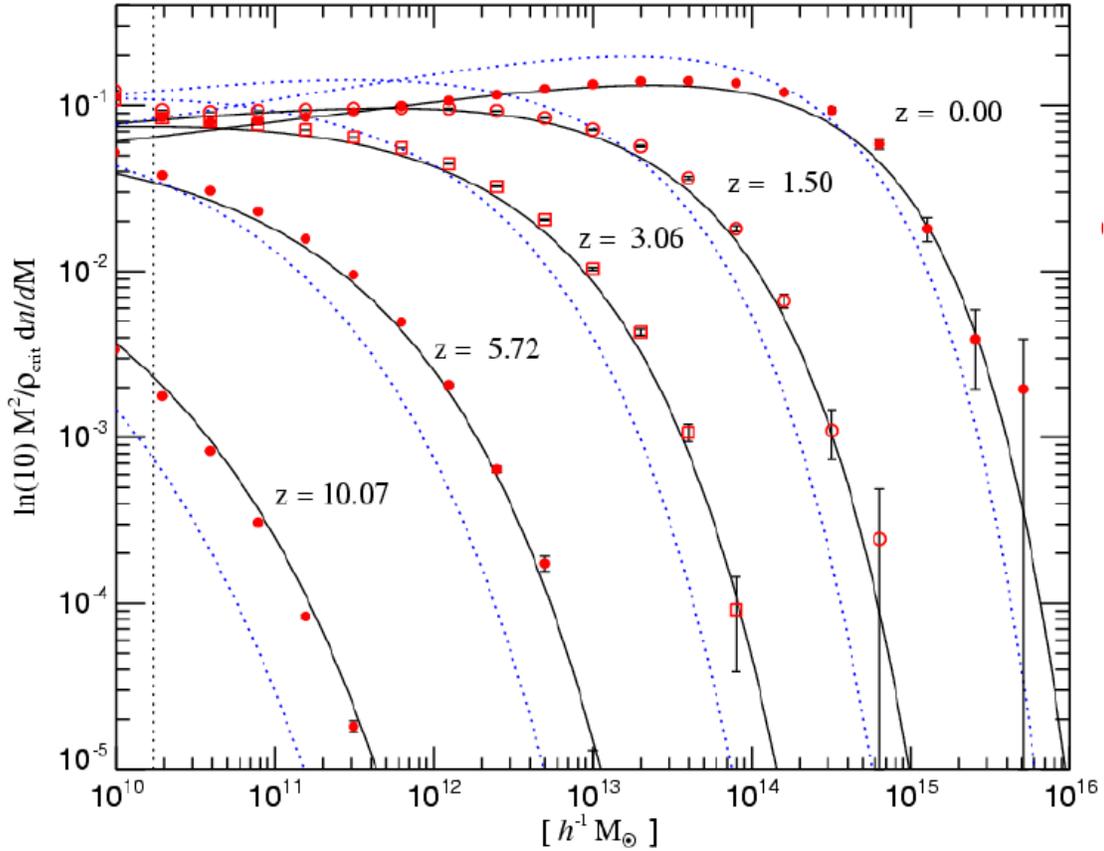


Figura 1.2: Função de massa dos halos da *Simulação do Millennium* medida em diferentes épocas. As linha pontilhada mostra a previsão do modelo original de Press & Schechter (1974) e a linha contínua a previsão do formalismo EPS (Sheth et al., 2001). $h = 0.73$ é usado para parametrizar a constante de Hubble, como definido mais adiante.

Nota-se também a excelente concordância entre a simulação e a previsão teórica da função de massa, dada pelo formalismo estendido de Press-Schechter (EPS) (Press & Schechter, 1974, Peacock & Heavens, 1990, Bond et al., 1991, Bower, 1991, Lacey & Cole, 1993, Sheth et al., 2001). A determinação observacional da função de massa, portanto, estabelece vínculos ao modelo cosmológico. Por exemplo, a abundância de

aglomerados massivos ($\sim 10^{14} - 10^{15} M_{\odot}$) a $z = 0$ é usada para determinar o parâmetro de densidade $\Omega_m = \rho_m / \rho_{\text{crit}}$ em função do parâmetro σ_8 , medida da amplitude *rms* das flutuações de densidade de matéria em esferas de 8Mpc (Henry et al., 2008).

O formalismo EPS também é utilizado para prever a distribuição dos progenitores de um halo de massa M numa dada época do universo (uma formulação alternativa e mais rigorosa é dada pela *Excursion Set Theory* (Bond et al., 1991)). A partir da função de massa em diferentes épocas, $N(M, z)$, a distribuição de progenitores de um halo de massa M_2 pode ser calculada pela probabilidade condicional $f(M_1, z_1 | M_2, z_2) M_1$, ou seja, a fração da massa de um halo de massa M_2 na época z_2 presente em halos de massa M_1 na época z_1 . Esta abordagem tem sido utilizada em modelos semi-analíticos de formação de galáxias (Cole et al., 2000, Baugh, 2006, Parkinson et al., 2008) e permite construir o histórico de formação dos halos (*merger tree*) e a curva de acreção de massa do progenitor mais massivo $M(z)$. Em particular, a época de formação de um halo é usualmente definida a partir de $M(z)$. No capítulo 4, investigamos se a dispersão no parâmetro de concentração para halos de mesma massa, pode ser explicada como uma diferença na época de formação desses halos. Para isso, usamos o *merger tree* construído para cada halo identificado a $z = 0$.

Finalmente, no capítulo 5, comparamos dois modelos que tentam prever o parâmetro de concentração a $z = 0$, a partir da função $M(z)$ (Wechsler et al., 2002, Zhao et al., 2003). Desta forma, pretendemos investigar definições mais adequadas para a época de formação dos halos e também testar suposições fundamentais formalismo EPS.

Capítulo 2

A população de halos

A análise apresentada neste trabalho foi realizada em uma população de $\sim 10^6$ halos extraídos da *Simulação do Millennium* (Springel et al., 2005). Neste capítulo, apresentamos a simulação, o procedimento utilizado para identificar os halos na simulação, o ajuste do perfil de densidade e as propriedades estruturais dos halos estudadas nos capítulos seguintes: o parâmetro de concentração c , a época de formação z_f e o parâmetro de spin λ .

2.1 As simulações

A *Simulação do Millennium* é uma das maiores simulações cosmológicas de N-corpos realizadas até hoje*. Vinte anos após a primeira simulação cosmológica de CDM (Davis et al., 1985), a *Simulação do Millennium* seguiu a trajetória de $N = 2160^3$ partículas numa caixa periódica de lado $L = 500h^{-1}\text{Mpc}$, o equivalente a 1/20 do tamanho do Universo observável. As partículas representam a matéria escura no Universo e o intervalo dinâmico da simulação permite estudar a formação de halos de galáxias anãs ($N \simeq 10^2$) até halos de aglomerados de galáxias ($N \simeq 10^6$). Os 25TB de dados da *Simulação do Millennium* registram a evolução temporal do universo desde $z = 127$ até $z = 0$ em 64 *snapshots*. Valores de referência para cada *snapshot*

*Esta simulação foi realizada pelo consórcio Virgo, formado principalmente pelo Instituto Max-Planck (Alemanha) e pelo Instituto de Cosmologia Computacional (Inglaterra) onde o autor teve a oportunidade de trabalhar durante o ano de 2005.

da simulação, como o valor do fator de escala do universo a , e a idade do universo $T(\text{Gyr})$, estão listados no apêndice B.

Os parâmetros cosmológicos escolhidos são consistentes com a análise conjunta dos dados do 2dFGRS (Colless et al., 2001, Percival, 2001) e do primeiro ano do WMAP (WMAP1) (Spergel et al., 2003). O parâmetro de densidade de matéria é $\Omega_m = \Omega_{\text{dm}} + \Omega_b = 0.25$, onde a contribuição do parâmetro de densidade da matéria bariônica é apenas $\Omega_b = 0.045$. Na simulação, a matéria bariônica é levada em conta apenas nas condições iniciais, como oscilações acústicas no espectro de potências linear da matéria escura. O valor da constante de Hubble é $H_0 = 100h\text{Km/s/Mpc}$, onde $h = 0.73$. O parâmetro de densidade de energia escura é $\Omega_\Lambda = 0.75$ e o índice do espectro de potências inicial é $n = 1$. De acordo com esse conjunto de parâmetros, a amplitude *rms* das flutuações de densidade na escala de $8h^{-1}h^{-1}\text{Mpc}$ é $\sigma_8 = 0.9$. Em comparação aos parâmetros cosmológicos aceitos atualmente, a partir da análise dos dados do quinto ano do experimento WMAP (WMAP5) (Nolta et al., 2008), a diferença principal é o valor de $\sigma_8 = 0.75$, usado para normalizar a amplitude do espectro de potências.

A resolução numérica da *Simulação do Millennium* é caracterizada pela massa da partícula $8.6 \times 10^8 h^{-1} M_\odot$ e pela resolução espacial $\epsilon = 5h^{-1}\text{kpc}$. Assim, um halo de matéria escura de uma galáxia como a Via-Láctea ($M \sim 10^{12} h^{-1} M_\odot$), por exemplo, é resolvido na *Simulação do Millennium* com aproximadamente $N = 10^3$ partículas e a simulação contém da ordem de $\sim 10^5$ halos com essa massa.

Uma dificuldade inerente a esse tipo de simulação é o fato de que halos de massas diferentes são resolvidos com um número de partículas diferentes, o que pode introduzir nos resultados uma falsa dependência com a massa dos halos. A fim de investigar esse efeito e também ampliar o intervalo de massas analisado, usamos uma segunda simulação de volume menor $L = 100h^{-1}\text{Mpc}$ e com menos partículas $N = 900^3$. Os parâmetros cosmológicos adotados são idênticos aos da *Simulação do Millennium*, porém a resolução numérica é melhor com $m_p = 9.5 \times 10^7 h^{-1} M_\odot$ e $\epsilon = 2.5h^{-1}\text{kpc}$. Nesta simulação, um halo de matéria escura de $M \sim 10^{12} h^{-1} M_\odot$ é resolvido com aproximadamente $N = 10^4$ partículas e a simulação contém da ordem de $\sim 10^3$ halos com essa massa.

2.2 Identificando os halos

Os halos são identificados na simulação através do algoritmo de agrupamento de partícula *friends-of-friends* (FOF) (Davis et al., 1985). Este algoritmo agrupa pares de partículas se a distância entre elas for menor que um múltiplo b da distância média (comóvel) entre partículas na simulação. O resultado são grupos de partículas cujo volume é envolto por uma superfície de densidade aproximadamente constante $\rho \propto 1/b^3$. O valor de b é escolhido de forma que o contraste de densidade não linear dos grupos seja aproximadamente 100. Do último *snapshot* da simulação ($z = 0$) usando $b = 0.2$, construiu-se um catálogo com 1.77×10^6 grupos FOF na *Simulação do Millennium* e 1.52×10^4 grupos na segunda simulação sendo que apenas grupos contendo no mínimo 20 partículas foram considerados.

A medida que simulações com maior resolução foram realizadas, o algoritmo FOF tornou-se inadequado para identificar as subestruturas no interior dos halos. O fato do algoritmo FOF usar apenas informação da posição das partículas faz com que grupos de partículas suficientemente próximos, mas não ligados gravitacionalmente, acabem sendo identificados como um único grupo. Por essa razão, algoritmos de pós processamento como o SUBFIND Springel et al. (2001) foram desenvolvidos. O SUBFIND foi utilizado na *Simulação do Millennium* para identificar subestruturas e separar grupos artificialmente ligados usando para isso considerações sobre a energia mecânica das partículas. Essencialmente, este algoritmo calcula a densidade local na posição de todas as partículas do grupo FOF identificando pontos de máximo no campo de densidade. As partículas são ordenadas de acordo com a densidade local, aquelas vizinhas a um máximo pertencerão a uma mesma subestrutura, até que um ponto de sela no campo de densidade seja encontrado. Assim, 'candidatos' a subestruturas de um grupo FOF são construídos e submetidos a um processo onde as partículas com energia mecânica positiva são sucessivamente removidas até que, finalmente, obtém-se uma subestrutura ligada gravitacionalmente. Da mesma forma que no algoritmo de FOF, consideram-se apenas subestruturas com no mínimo 20 partículas. A $z = 0$, o algoritmo SUBFIND gerou um catálogo com 1.82×10^7 subestruturas na *Simulação do Millennium*, sendo que o maior halo contém 2328 delas.

A diferenciação entre o que é um grupo e o que é subestrutura de um grupo às vezes é sutil, em particular, na periferia dos mesmos. Esse problema é resolvido pelo

seguinte critério: cada grupo FOF dá origem a um halo principal e as subestruturas identificadas pelo algoritmo SUBFIND, cujos centros estão contidos dentro do raio limite do halo (definido a seguir) são consideradas subestruturas.

A partir deste momento, consideramos apenas halos resolvidos com mais de 450 partículas, como um critério mínimo para resolver a estrutura interna dos halos. Esse critério reduz a população para $\sim 10^6$ halos. No capítulo 3, investigamos a dependência dos resultados com a resolução onde justificamos um critério mais adequado.

2.2.1 Definindo o centro do halo

A posição do centro do halo é um aspecto importante nesta análise. Em particular, quando o halo não tem simetria esférica, o centro não é uma quantidade bem definida, e diferentes escolhas resultam numa massa total e num raio limite diferentes.

O centro do halo \mathbf{r}_c - que chamamos de centro potencial para diferenciar do centro de massa \mathbf{r}_{cm} - é localizado na posição da partícula com menor energia potencial gravitacional da subestrutura mais massiva do halo. Embora esta definição tenha se mostrado bastante adequada, e de fato é a mais empregada na literatura, verificamos até que ponto outra escolha plausível fornece os mesmos resultados.

Comparamos a definição do centro potencial com o resultado do método *shrinking sphere* (Power et al., 2003). Este método é independente do algoritmo SUBFIND, do qual a definição de centro potencial depende fortemente. O ponto de partida são as partículas do grupo FOF. Na primeira iteração, calcula-se o centro de massa do grupo e a partir desse ponto a esfera que contém todas as partículas. A cada iteração, o raio da esfera diminui para $r_i = r_0(1 - 0.025)^i$ e calcula-se novamente o centro de massa das partículas dentro da esfera de raio r_i . Esse processo se repete até que a esfera final contenha 1% das partículas do grupo.

Realizamos esta comparação num sub-volume da *Simulação do Millennium* com 2000 grupos, cada um com $N_{\text{FOF}} > 450$ partículas. Para 93% destes grupos este método concorda com o método do centro potencial com uma diferença menor do que a resolução espacial da simulação, isto é $5h^{-1}\text{kpc}$. As discrepâncias entre os dois métodos ocorrem em grupos cujo centro de massa está relativamente afastado do centro da subestrutura mais massiva, ou em grupos duplos ou múltiplos. Dependendo da distribuição de massa do grupo, o segundo método pode convergir para o centro de

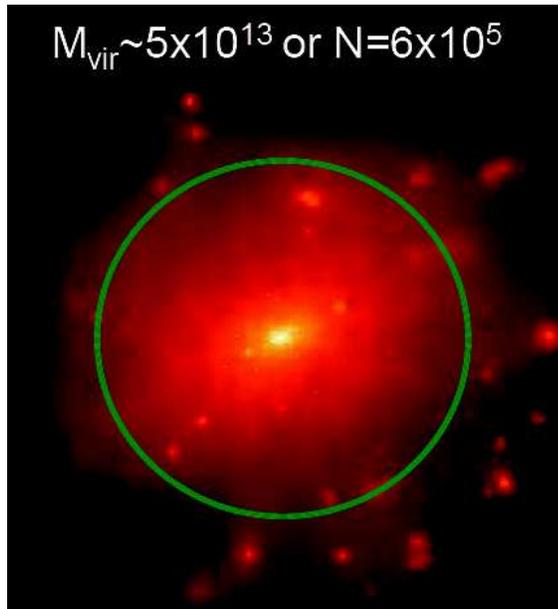


Figura 2.1: Identificação de um halo na simulação. Em vermelho, as partículas extraídas da simulação pelo algoritmo de FOF. Em verde o raio limite do halo r_{Δ} , calculado a partir da definição de centro potencial. A massa e o número de partículas do halo são mostrados no topo da figura. As partículas além do raio limite são descartadas da análise.

outra subestrutura menos massiva divergindo completamente da definição do centro potencial.

Concluimos que a definição do *centro potencial* é mais robusta do que o método de Power et al. (2003). No entanto, o segundo método releva sistemas cuja distribuição de massa se desvia significativamente da forma esférica. Este resultado indica que a população de halos pode ser refinada incluindo apenas halos aproximadamente esféricos, pela necessidade de ajustar um perfil de densidade com esta simetria. No capítulo 3 desenvolvemos um conjunto de critérios para selecionar halos em equilíbrio e investigamos como os resultados da nossa análise dependem desses critérios.

2.2.2 A massa total e o raio limite

Em geral, os halos de matéria escura não apresentam um limite natural, como, por exemplo, o raio de maré, observado em alguns sistemas gravitacionais. Contudo, existe a necessidade prática de cortar a distribuição de massa em algum ponto, o que determina a massa total e o raio limite do halo.

Comparando a densidade média do halo a $z = 0$ com a densidade crítica do universo,

$$\bar{\rho}(r) = \Delta \rho_{\text{crit}} \quad (2.1)$$

usamos o contraste de densidade não linear Δ , de forma que

$$M_{\Delta} = \frac{4}{3} \pi \Delta \rho_{\text{crit}} r_{\Delta}^3 \quad (2.2)$$

A expressão para o contraste de densidade não linear é dada pela da teoria do colapso esférico no modelo Λ CDM (Lacey & Cole, 1993, Eke et al., 1996)

$$\Delta = 178 \Omega_{\text{m}}^{0.45} \quad (2.3)$$

onde $\Omega_{\text{m}}(z) = \Omega_{\text{m},0}(1+z)^3$.

Na literatura, não há um consenso com relação ao valor do contraste de densidade e isso dificulta freqüentemente a comparação dos resultados de simulações e observações. (Navarro et al., 1995, 1996, 1997), por exemplo, adotam $\Delta = 200$, enquanto outros autores como (Bullock et al., 2001) usam $\Delta \simeq 100$, motivados pela teoria do colapso esférico. Além disso, o contraste de densidade tem algumas implicações ao definir a população de halos. Como a região interna do halo é, em geral, mais relaxada, quanto maior o valor de Δ adotado, mais relaxada em média será a população de halos. No entanto, quanto maior Δ menor será o número de partículas usado para resolver o perfil de densidade do halo.

Com os parâmetros cosmológicos adotados na *Simulação do Millennium*, a equação 2.3 fornece $\Delta = 95.4$ a $z = 0$. Como veremos mais adiante, no capítulo 3, este valor garante que o perfil de densidade de halos de massa $> 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ seja resolvido com um número de partículas suficientemente grande dada a resolução que dispomos nas simulações.

Para calcular o raio limite do halo, ordena-se as partículas de acordo com a distância r_i ao centro potencial, obtém-se a massa acumulada $M(r_i) = \text{imp}$ até satisfazer a equação 2.2. As partículas além do raio limite são descartadas da análise.

Usaremos c_{vir} , r_{vir} , M_{vir} para denotar essa escolha particular de Δ diferenciando-a do valor de Δ escolhido para truncar o perfil de densidade teórico, como veremos a seguir.

A figura 2.1 mostra um halo identificado na *Simulação do Millennium* a partir do grupo FOF, da escolha do centro potencial e do raio limite.

2.3 O parâmetro de concentração do halo

Navarro et al. (1995, 1996, 1997) (NFW) através de simulações cosmológicas, mostraram que o perfil de densidade de halos em equilíbrio é universal. Isto é, independentemente dos parâmetros cosmológicos adotados e da massa do halo, a mesma lei empírica descreve com boa aproximação o perfil de densidade. O perfil de NFW é especificado por dois parâmetros, por exemplo, em termos da densidade central ρ_0 e do raio de escala r_s .

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{r/r_s \left(1 + r/r_s\right)^2} \quad (2.4)$$

Esta expressão tem sido amplamente usada na literatura em diferentes aplicações. Nesse perfil de densidade, $\rho \propto r^{-1}$ para $r \ll r_s$ e $\rho \propto r^{-3}$ para $r \gg r_s$ e no raio de escala r_s , o perfil de NFW tem a mesma potência da esfera isotérmica, $\rho \propto r^{-2}$.

A massa do perfil de NFW é dada por

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = 4\pi \rho_0 r_s^3 \left[\ln\left(1 + \frac{r}{r_s}\right) - \frac{r/r_s}{1 + r/r_s} \right] \quad (2.5)$$

Para $r \gg r_s$, vemos que a massa é infinita, $M(r) \propto \ln(r)$. Como fizemos anteriormente para o halo identificado na simulação, truncamos o perfil de NFW num raio r_Δ de forma que a massa total é $M_\Delta = M(r_\Delta)$. Ao igualar as equações 2.2 e 2.5 definimos o parâmetro de concentração do halo

$$c = \frac{r_\Delta}{r_s} \quad (2.6)$$

e obtemos uma expressão para a densidade central, $\rho_0 = \delta_c \rho_{\text{crit}}$, onde δ_c é chamada de densidade característica

$$\delta_c = \frac{\Delta}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)} \quad (2.7)$$

A densidade característica pode ser interpretada como um 'contraste de densidade central'. Por exemplo, um halo de massa $M_{200} \sim 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ tem tipicamente $c = 8$ e densidade central $\rho_0 = 2.6 \times 10^4 \rho_{\text{crit}}$.

A partir dessas definições, o perfil de densidade de NFW pode ser escrito como

$$\frac{\rho(r)}{\rho_{\text{crit}}} = \frac{\delta_c}{cr/r_{\Delta} \left(1 + cr/r_{\Delta}\right)^2} \quad (2.8)$$

Outra quantidade característica do perfil de NFW é a densidade no raio de escala, $\rho_s \equiv \rho(r_s) = \rho_0/4$.

2.3.1 Ajuste do perfil de densidade

Para cada halo identificado na simulação, construímos o perfil de densidade medindo a densidade média ρ_i em camadas esféricas concêntricas, igualmente espaçadas em $\log_{10} r$, no intervalo radial $[r_{\text{min}}, r_{\text{vir}}]$. Quanto maior o número de camadas esféricas utilizadas N_{bin} , mais vínculos teremos para ajustar o perfil de densidade. O raio mínimo, r_{min} , depende principalmente da resolução numérica da simulação. Certamente, r_{min} , deve ser maior que a resolução espacial da simulação, $\epsilon = 5 \text{ kpc}$, no entanto, o desenvolvimento a seguir mostra que devemos ser mais conservadores para que o intervalo radial esteja realmente livre de efeitos provenientes da falta de resolução numérica.

A relaxação de 2-corpos, é um efeito indesejado em simulações não colisionais (por isso, às vezes, referida como relaxação numérica de 2-corpos) podendo distorcer o perfil de densidade principalmente no interior dos halos, onde a dispersão de velocidades é maior e o número de partículas interior a ao raio r menor. De acordo com Binney & Tremaine (1987), a escala de tempo característica da relaxação de 2-corpos é dada por

$$t_r = \frac{N}{8 \ln N} t_{\text{cross}}$$

onde $N(r)$ é o número de partículas interior ao raio r e $t_{\text{cross}} = \sqrt{3\pi/4G\bar{\rho}}$ é o tempo de cruzamento em função da densidade média interior ao raio r .

Identificando o tempo de relaxação de 2-corpos a uma escala de tempo característica da formação do halo, podemos estimar N , o número de partículas envolvidas nesse processo e conseqüentemente r , o raio que contém as N partículas. Este raio,

chamado de raio de convergência, r_{conv} , será usado para definir um intervalo radial $[r_{\text{conv}}, r_{\text{vir}}]$ livre da relaxação de 2-corpos.

Para efeito de cálculo, usamos como tempo característico o tempo de cruzamento do halo, $t_r = t_{\text{cross}}(\Delta\rho_{\text{crit}})$, que é aproximadamente 1/10 do tempo de Hubble ($t_H = 1/H_0$) (Power et al. (2003)). Assim, obtemos a expressão

$$\frac{N(r_{\text{conv}})}{8 \ln N(r_{\text{conv}})} = \sqrt{\frac{\bar{\rho}(r_{\text{conv}})}{\Delta\rho_{\text{crit}}}} \quad (2.9)$$

o valor de $N(r_{\text{conv}})$ é da ordem de 10^2 partículas e $r_{\text{conv}} \sim 50h^{-1}\text{kpc}$. Segundo esse critério, o raio de convergência é aproximadamente uma ordem de grandeza maior que a resolução espacial da simulação, $\epsilon = 5\text{kpc}$. Por exemplo, um halo resolvido com $N \sim 10^3$ partículas tem $r_{\text{conv}} = 0.1r_{\text{vir}}$, já um halo resolvido com $N \sim 10^6$ partículas terá $r_{\text{conv}} = 0.01r_{\text{vir}}$.

Dessa forma, um valor adequado para r_{min} deve satisfazer $r_{\text{min}} > r_{\text{conv}}$. Também decorre dessa estimativa que o ajuste do perfil de densidade recupera corretamente o raio de escala do halo somente se a condição $r_{\text{conv}} < r_s$ for satisfeita, veja a figura 2.2.

Inicialmente, havíamos ajustado erroneamente o perfil de densidade no intervalo radial $[r_{\text{conv}}, r_{\text{vir}}]$ aproveitando o fato de que temos melhor resolução em halos mais massivos. No entanto, percebemos que esta escolha introduzia uma dependência dos resultados com a massa dos halos. Com esta escolha a dispersão nos resultados é maior para halos de baixa massa (r_{conv} maior) do que para halos mais massivos (r_{conv} menor), pois o número de vínculos para ajustar o perfil de densidade é diferente em cada caso.

Após vários testes, levando em conta também a convergência dos resultados entre as duas simulações, concluímos que $r_{\text{min}} = 0.05r_{\text{vir}}$ e $N_{\text{bins}} = 32$ produzem resultados robustos. Na figura 2.3 mostramos como a relação entre os parâmetros resultantes do ajuste do perfil de NFW c e M_Δ (investigada no capítulo 4) dependem da escolha de r_{min} .

O ajuste recupera os parâmetros ρ_s e r_s do perfil de densidade minimizando o desvio quadrático médio entre o perfil teórico e o perfil medido na simulação,

$$\min \sum_{i=1}^{n_{\text{bins}}} \left[\log_{10} \rho_i - \log_{10} \rho(r_i) \right]^2 \quad (2.10)$$

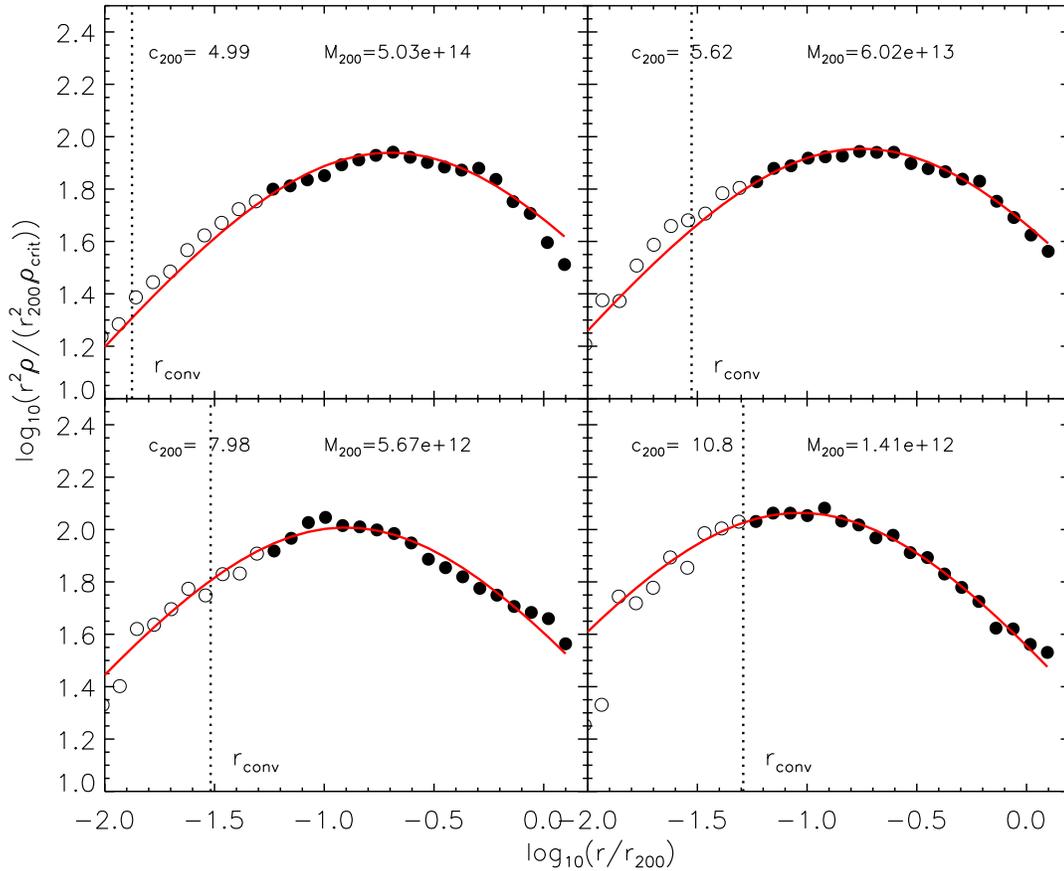


Figura 2.2: Ajuste do perfil de densidade de NFW em quatro halos de massas diferentes (linha sólida). O intervalo radial ajustado $[r_{\text{min}}, r_{\text{vir}}]$ é representado pelos símbolos preenchidos. O parâmetro de concentração c e a massa do halo M_{200} resultantes do ajuste são mostrados em cada painel. A linha vertical indica a posição de r_{conv} , calculado como explicado no texto. Note a variação de r_{conv} com a massa (ou número de partículas) do halo. O ponto de máximo do perfil indica a posição do raio de escala r_s . Halos de mesma massa, porém mais concentrados, tem r_s menor.

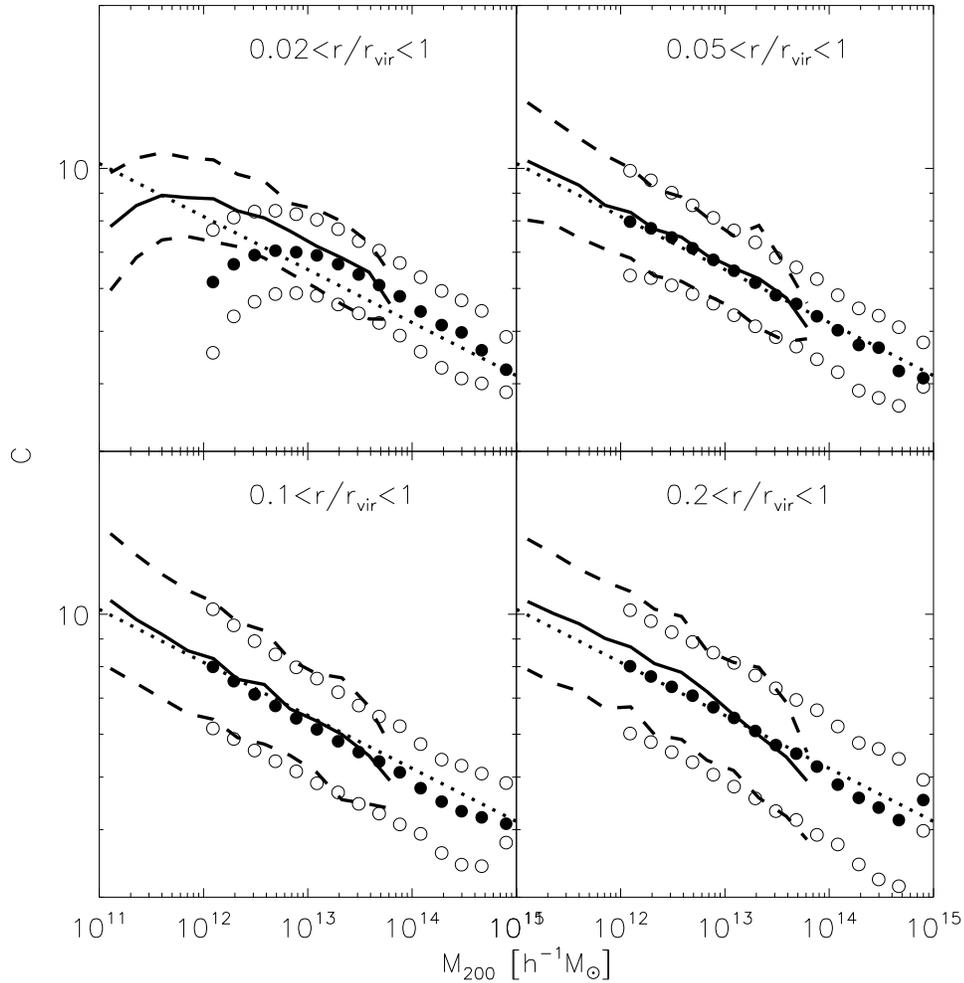


Figura 2.3: Influência do parâmetro r_{\min} na relação $c(M_{200})$. Em cada painel mostramos o parâmetro concentração médio e os percentis 20 e 80 para halos no intervalo de massa $10^{11} < M_{200}/h^{-1}M_{\odot} < 10^{15}$. Os símbolos referem-se à *Simulação do Millennium* e as linhas à segunda simulação, descritas no texto. Halos de $10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ da *Simulação do Millennium* são resolvidos com o mesmo número de partículas, aproximadamente, que os halos de $10^{11}h^{-1}M_{\odot}$ da segunda simulação. No primeiro painel, temos o caso $r_{\min} < r_{\text{conv}}$, ou seja, o interior do halo não é resolvido com um número suficiente de partículas, distorcendo a relação $c(M_{200})$ no regime de baixas massas. No terceiro e quarto painéis, a dispersão dos valores de c é maior à medida em que se ajusta um intervalo radial menor. $r_{\min} = 0.05r_{\text{vir}}$ é caso com menor dispersão no parâmetro c e apresenta boa convergência entre os resultados das duas simulações.

Uma vez encontrados ρ_s e r_s , podemos expressar o parâmetro de concentração e a massa do halo para qualquer valor de Δ . No apêndice A disponibilizamos uma rotina para essa finalidade. Para ser consistente com o trabalho original de NFW escolhemos $\Delta = 200$. Com essa escolha, os resultados são denotados por $c = r_{200}/r_s$ e M_{200} .

O procedimento para ajustar o perfil de densidade, com dois parâmetros livres, é descrito a seguir.

1. estima-se c através da equação 2.8, minimizando a equação 2.10, com $r_{\text{Delta}} = r_{\text{vir}}$, obtido da simulação
2. calcula-se ρ_s com c obtido no passo anterior
3. estima-se r_s minimizando a equação 2.10 com ρ_s obtido no passo anterior
4. estima-se ρ_s minimizando a equação 2.10 com r_s obtido no passo anterior
5. repetem-se os passos 3 e 4 até o ajuste convergir para um valor menor que $\text{eps}=0.1\%$ ou até o máximo de 10 iterações.
6. calcula-se r_{200} e M_{200} do perfil ajustado e finalmente $c = r_{200}/r_s$

A qualidade do ajuste é medida pela raiz quadrada do desvio quadrático médio

$$\sigma_{fit} = \sqrt{\frac{1}{N_{bins} - 1} \sum_{i=1}^{n_{bins}} [\log_{10} \rho_i - \log_{10} \rho(r_i)]^2} \quad (2.11)$$

Na figura 2.2 mostramos o ajuste do perfil de densidade para quatro halos de massas diferentes na simulação. A densidade no interior dos halos pode variar até 6 ordens de magnitude do centro até a periferia, por isso, no eixo vertical, mostra-se $\log_{10}(\rho r^2)$. Dessa forma, o ponto de máximo corresponde à posição do raio de escala r_s . Em particular, nota-se que o raio de escala e o raio mínimo do intervalo radial são sempre maiores que r_{conv} . Como discutimos na seção 2.3.1, um intervalo radial fixo (em unidades de r_{vir}) é necessário para que os resultados independam da diferença de resolução entre os halos.

2.4 Histórico de formação

A *Simulação do Millennium* registrou a evolução temporal dos halos desde $z = 127$ ($T = 0.01\text{Gyr}$) até $z = 0$ ($T = 13.6\text{Gyr}$). O histórico de formação de cada halo identificado ou *merger tree* é construído para cada halo identificado a $z = 0$. O *merger tree* contém informações sobre todos os progenitores identificados nos 63 *snapshots* da simulação, tais como o número de partículas, posição e velocidade do centro potencial, dispersão de velocidade, além da lista de subestruturas em cada progenitor e no halo final (Helly et al., 2003). A figura 2.4 é a representação de um possível *merger tree* nos últimos quatro *snapshots* da simulação.

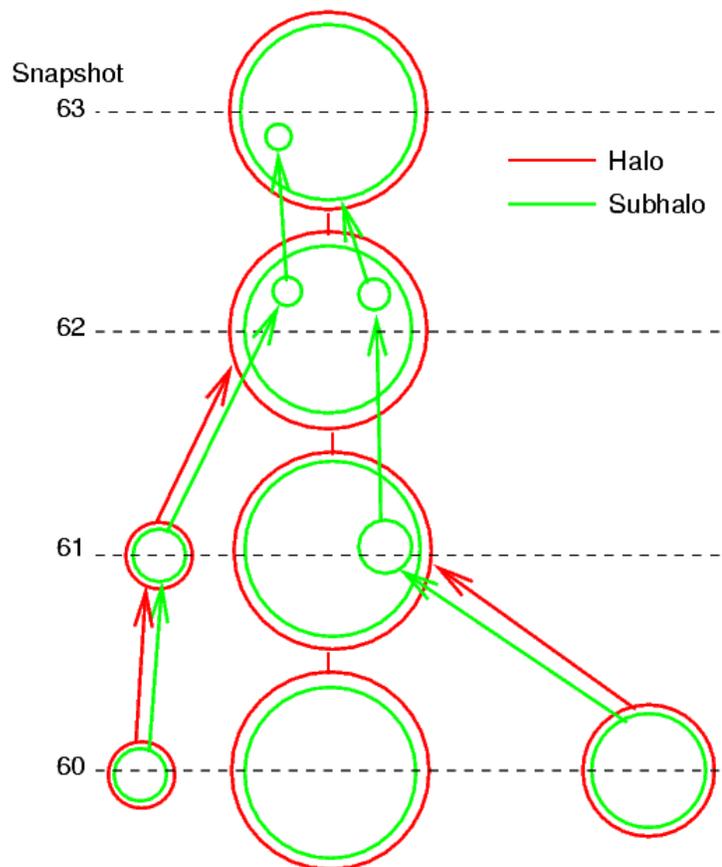


Figura 2.4: Esquema da construção do *merger tree* de um halo identificado a $z = 0$ (*snapshot* 63).

O halo final é mostrado no topo (no diagrama, o tempo aumenta de baixo para cima). Nesse exemplo, *mergers* ocorrem entre os *snapshots* 60 – 61 e 61 – 62.

Entre os *snapshots* 62 – 63 após se dissolver completamente no halo principal, uma das subestruturas não é mais identificada.

Os progenitores de um halo identificado no *snapshot* n são aqueles que no *snapshot* $n - 1$ contém uma fração da massa do halo final. Para cada *snapshot* haverá um progenitor mais massivo que define um 'caminho' na história de formação do halo, de onde se constrói a função $M(z)$. A partir dessa função define-se a época de formação do halo, como veremos na seção 4.2. A definição mais usual é quando o progenitor mais massivo tem metade da massa final do halo $M(z) = M_0/2$, mas definições que incluem outros progenitores também são possíveis. A figura 2.5 mostra o histórico de formação de um halo de $2.2 \times 10^{12} h^{-1} M_\odot$ e a função $M(z)$ do progenitor mais massivo.

2.5 O parâmetro de spin

No cenário de formação hierárquica, o atrito dinâmico é o mecanismo que provoca o decaimento orbital das subestruturas no halo principal. Nesse processo, as subestruturas transferem momentum angular orbital para halo como um todo. Outro mecanismo que contribui para o momento angular dos halos, são os torques de maré, causados pela assimetria da distribuição de matéria em grande escala. O parâmetro de spin do halo é definido como uma grandeza adimensional

$$\lambda = \frac{J|E|^{1/2}}{GM_{\text{vir}}^{5/2}}$$

onde J , E são o momento angular e a energia mecânica total respectivamente. As simulações cosmológicas indicam que $\lambda \sim 0.04$. Na formação de galáxias no interior dos halos, assume-se que o gás inicialmente tem o mesmo momento angular do halo. O perfil de densidade do halo determina a taxa com que o gás esfria e colapsa no interior dos halos. Pelo princípio de conservação do momento angular, após o colapso dissipativo, o resultado é um disco com suporte rotacional. O colapso dissipativo é interrompido na medida que o gás se fragmenta formando estrelas. O raio do disco pode ser 10 – 100 vezes menor que o raio do halo.

O spin dos halos na *Simulação do Millennium* foi calculado na população de halos definida anteriormente a partir das rotinas disponibilizadas por Bett et al. (2007).

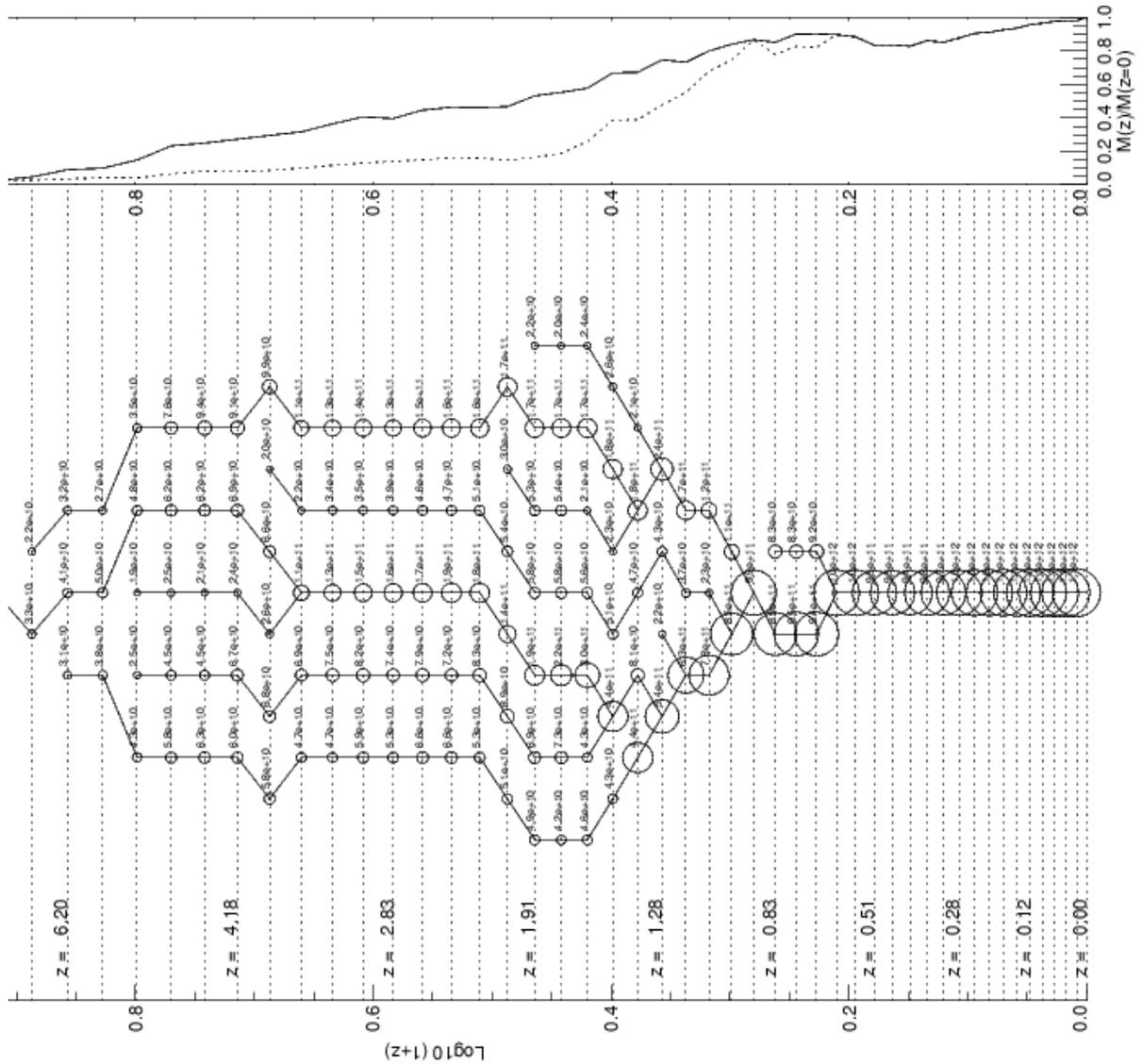


Figura 2.5: Merger tree de um halo de $2.2 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ identificado a $z = 0$ na simulação. Todos os progenitores identificados são mostrados. A linha pontilhada no topo da figura mostra o histórico de acreção de massa do progenitor mais massivo $M(z)/M_0$ enquanto a linha sólida mostra a massa contida em grupos resolvidos a cada instante. A escala inferior mostra o tempo em termos do fator de escala $-\log_{10} a = \log_{10}(1 + z)$ e o valor correspondente em redshift z .

Na seção 4.3 investigamos se existe algum tipo de correlação entre os parâmetros de concentração e o spin dos halos.

Capítulo 3

Selecionando halos em equilíbrio

A população de halos extraída da simulação contém sistemas em diversos estados dinâmicos, desde halos em equilíbrio - com simetria aproximadamente esférica - até sistemas completamente fora do equilíbrio, como no caso de um *merger* identificado, eventualmente, como halo pelo procedimento exposto no capítulo 2.

O objetivo deste capítulo é definir um conjunto de critérios capaz de selecionar uma população de halos em equilíbrio, dado que apenas nesta condição o ajuste do perfil de densidade de NFW é válido. Entende-se como equilíbrio o estado resultante do processo de relaxação violenta durante a formação hierárquica dos halos (White, 1996). Caracterizamos esse estado através de quantidades que, em princípio, também podem ser estimadas observacionalmente como a fração da massa do halo em subestruturas, o deslocamento do centro de massa em relação ao centro do halo e a razão virial, definidos a seguir.

Para justificar a metodologia que propomos neste capítulo - selecionar uma população de halos em equilíbrio - usamos um contra exemplo. Vamos supor que nossa análise considere halos fora de equilíbrio e que estejamos interessados em investigar como a estrutura dos halos é afetada estatisticamente por esses sistemas. Nesse caso, poderíamos definir a concentração do halo como $c = r_{\Delta}/r_{1/2}$ onde $r_{1/2}$ é o raio que contém metade da massa do halo, por exemplo. Essa definição de concentração aplica-se tanto a halos em equilíbrio quanto a halos ainda não relaxados. O resultado seria uma correlação entre a fração de subestruturas e a concentração do halo, tal que halos contendo muitas subestruturas são preferencialmente menos concentrados

segundo essa definição. No entanto, o parâmetro de concentração do perfil de NFW, especifica mais do que uma relação entre dois pontos da estrutura do halo, de fato o parâmetro de concentração (juntamente com a massa total) descreve a estrutura radial do halo como um todo. Como dissemos anteriormente, a importância disso é que a partir do perfil de densidade derivam-se outras quantidades, como o perfil de massa, a curva de rotação, o perfil de temperatura, etc. Portanto, quando a estrutura do halo se desvia da forma esférica, tanto a definição do centro do halo (como discutimos na seção 2.2.1) quanto o ajuste de um perfil de densidade esfericamente simétrico carecem de significado. Outro aspecto é a estabilidade do perfil de densidade medido a $z = 0$, se o halo contém muitas subestruturas as quantidades derivadas a partir do perfil de densidade num dado instante deixam de ser representativas. Pelas razões colocadas acima, estamos interessados numa população de halos em equilíbrio.

Contudo, um halo de matéria escura, como um sistema dinâmico auto-gravitante, não precisa ser necessariamente esférico para estar em equilíbrio. A forma dos halos de matéria escura é variada havendo preferência por esferóides prolatos a oblatos. Segundo Bett et al. (2007), halos mais massivos tendem a ser menos esféricos e mais prolatos. Nesse sentido também entendemos que o ajuste de um perfil com simetria esférica é uma primeira aproximação a estrutura dos halos. Nossa análise não inclui medidas da triaxialidade dos halos.

Vimos anteriormente, que os halos aumentam de massa por sucessivos *mergers* e que, apesar da complexidade desse processo, esses sistemas atingem o equilíbrio dinâmico através de um processo de relaxação. Naturalmente, uma questão interessante que surge nesse momento é: qual a fração de halos cujo perfil de densidade pode ser aproximado pelo perfil de NFW? sem dúvida, a *Simulação do Millennium* é ideal para responder essa pergunta. Dada a grande quantidade de halos extraídos da simulação, podemos selecionar uma população de halos em equilíbrio e ainda assim dispor de um número suficientemente grande de halos para uma análise com boa significância estatística. Na seção 3.1, descrevemos os critérios usados para selecionar a população de halos. A partir desse momento, o termo 'relaxado' designa um halo que satisfaça esses critérios.

Com relação ao spin dos halos, podemos argumentar que faz sentido medir essa quantidade numa população de halos relaxados, caso contrário estaríamos medindo o momento angular orbital das subestruturas do halo e não do halo como um todo. Da mesma forma, como vimos na seção 2.4 definições para a época de formação dos

halos dependem do histórico de acreção de massa, portanto não faria sentido definir a época de formação de um halo que sofreu um *merger* recente com outro halo de massa similar. Dito isso, a diferenciação entre os parâmetros estruturais numa população de halos relaxados e numa população de halos não relaxados é importante e deve-se ter em mente o tipo de aplicação.

Na literatura, encontramos alguns critérios para identificar halos 'relaxados' nas simulações cosmológicas, mas não há um critério universalmente aceito.

- Jing (2000) usam como critério para identificar halos em equilíbrio a qualidade do ajuste do perfil de NFW caracterizada pelo máximo desvio relativo entre perfil medido e o perfil teórico,

$$\max \left\{ \frac{|\rho(r_i) - \rho_{\text{NFW}}(r_i)|}{\rho_{\text{NFW}}(r_i)} \right\} \quad (3.1)$$

além disso, consideram que para ajustar o perfil de densidade no intervalo $[0.1, 1]r_\Delta$ é necessário resolver os halos individualmente com $\sim 10^4$ partículas. Procuraremos evitar um critério tão restritivo quanto este baseado na qualidade do ajuste do perfil de densidade teórico. Assim, podemos inclusive verificar a universalidade do perfil de NFW na população de halos, dado o volume cosmológico e o número de halos analisados na *Simulação do Millennium*.

- Thomas et al. (2001) e Gao et al. (2004) utilizam a quantidade

$$s = \frac{|\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_{\text{cm}}|}{r_\Delta} \quad (3.2)$$

como uma medida da assimetria na distribuição de massa no interior dos halos. O parâmetro s mede o deslocamento entre o centro de massa e o centro do halo, normalizado pelo raio do halo.

- Zhao et al. (2003) na sua análise, escolhe halos que estejam relativamente isolados, ou seja, um companheiro mais massivo, deve estar há uma distância maior que $3(r_{\text{vir},1} + r_{\text{vir},2})$, onde $r_{\text{vir},1}$ e $r_{\text{vir},2}$ são os raios de cada halo.
- Bullock et al. (2001) analisam todos os halos da simulação sem selecionar halos na amostra. Porém, ao ajustar o perfil de densidade, os autores definem um raio de truncamento, r_t , e se $d\rho(r)/dr > 0$ para $r < r_{\text{vir}}$ ajustam o perfil no intervalo

radial $[0.02r_{\text{vir}}, r_t]$. Assim, reduzem o efeito das subestruturas no ajuste do perfil teórico. Os halos resolvidos com um número insuficiente de partículas também participam da análise mas o tratamento de erro usado garante que estes tenham pouco peso nos resultados.

3.1 Halos relaxados e não relaxados

Neste trabalho, usamos as seguintes quantidades para selecionar uma população de halos relaxados:

a) **Fração da massa do halo em subestruturas:** calculamos a fração da massa do halo em subestruturas resolvidas na simulação

$$f_{\text{sub}} = \sum_{i \neq 0}^{n_{\text{sub}}} \frac{M_{\text{sub},i}}{M_{\text{vir}}} \quad (3.3)$$

onde n_{sub} é o número de subestruturas cujo centro está dentro do raio virial do halo principal, $i \neq 0$ significa que f_{sub} não inclui a subestrutura mais massiva que, por definição, é o que restaria halo se removêssemos as subestruturas.

b) **Deslocamento relativo do centro de massa:** calculamos o deslocamento relativo entre o centro de massa do halo e o centro potencial

$$s = \frac{|\mathbf{r}_{\mathbf{c}} - \mathbf{r}_{\mathbf{cm}}|}{r_{\text{vir}}} \quad (3.4)$$

c) **Razão virial:** calculamos $2T/|U|$, onde T é a energia cinética total das partículas do halo e U a auto-energia potencial gravitacional. O custo computacional para calcular U é alto, por isso estimamos o valor U sorteando uma amostra de 1000 partículas para halos com $N > 1000$. A velocidade peculiar das partículas é calculada com relação ao centro de massa do sistema.

Um halo relaxado deve satisfazer simultaneamente os critérios:

- $f_{\text{sub}} < 0.1$
- $s < 0.07$
- $2T/|U| < 1.35$

esses valores são obtidos dos histogramas dessas quantidades. A distribuição de cada uma delas é contínua e os critérios acima foram escolhidos para remover as caudas das distribuições. Correlações entre essas quantidades, como mostrado a seguir, também foram utilizadas na escolha desses valores.

A Figura 3.1 mostra halos de massas similares, escolhidos para exemplificar cada um dos critérios individualmente e como os mesmos se complementam para identificar halos relaxados. Halos cuja fração da massa em subestruturas (f_{sub}) é alta, são sistemas claramente fora de equilíbrio. A presença de subestruturas afeta as propriedades estruturais dos halos, tais como a concentração, o momentum angular e a forma espacial dos mesmos (Gao et al., 2004, Zentner et al., 2005, Shaw et al., 2005).

O primeiro halo na figura 3.1 tem $f_{\text{sub}} = 0.14$ mas como as subestruturas estão distribuídas quase simetricamente em torno do seu centro, o deslocamento relativo do centro de massa resulta pequeno, $s = 0.02$. No perfil de densidade correspondente, vê-se claramente um excesso de densidade que, na hora do ajuste, induz a um raio de escala, r_s , maior do que o esperado se o halo estivesse em equilíbrio com as subestruturas colapsadas. Portanto, o parâmetro de concentração $c = r_{\Delta}/r_s$ acaba sendo *artificialmente* menor, $c = 3.17$ do que o valor típico para um halo de mesma massa $c \simeq 5$. Já o segundo halo mostrado na figura 3.1 está em processo de *merger* com outro halo relativamente massivo. Como o centro do halo companheiro fica ligeiramente fora do raio de corte do halo principal, como mostra o pico no perfil de densidade correspondente, o valor de f_{sub} resulta pequeno. Porém, um número significativo de partículas do halo companheiro, estão dentro do raio limite do halo principal resultando num valor relativamente alto para o deslocamento do centro de massa, $s = 0.18$. Em particular, neste último exemplo vemos claramente que não faz sentido construir um perfil de densidade com simetria esférica quando a distribuição de massa é assimétrica devido a presença de uma ou mais subestruturas massivas.

Nos dois primeiros casos, os parâmetros f_{sub} e s se complementam para identificar halos *não-relaxados*. No entanto, essas quantidades fazem uso apenas da posição das partículas do halo. O terceiro critério, a razão virial $2T/U$, inclui a velocidade das partículas, para identificar halos que se afastam significativamente do equilíbrio, como no terceiro exemplo mostrado na figura 3.1.

Reforçamos a importância desta análise observando sob outro aspecto, o controle dos dados obtidos numa população de halos tão numerosa onde tanto a extração

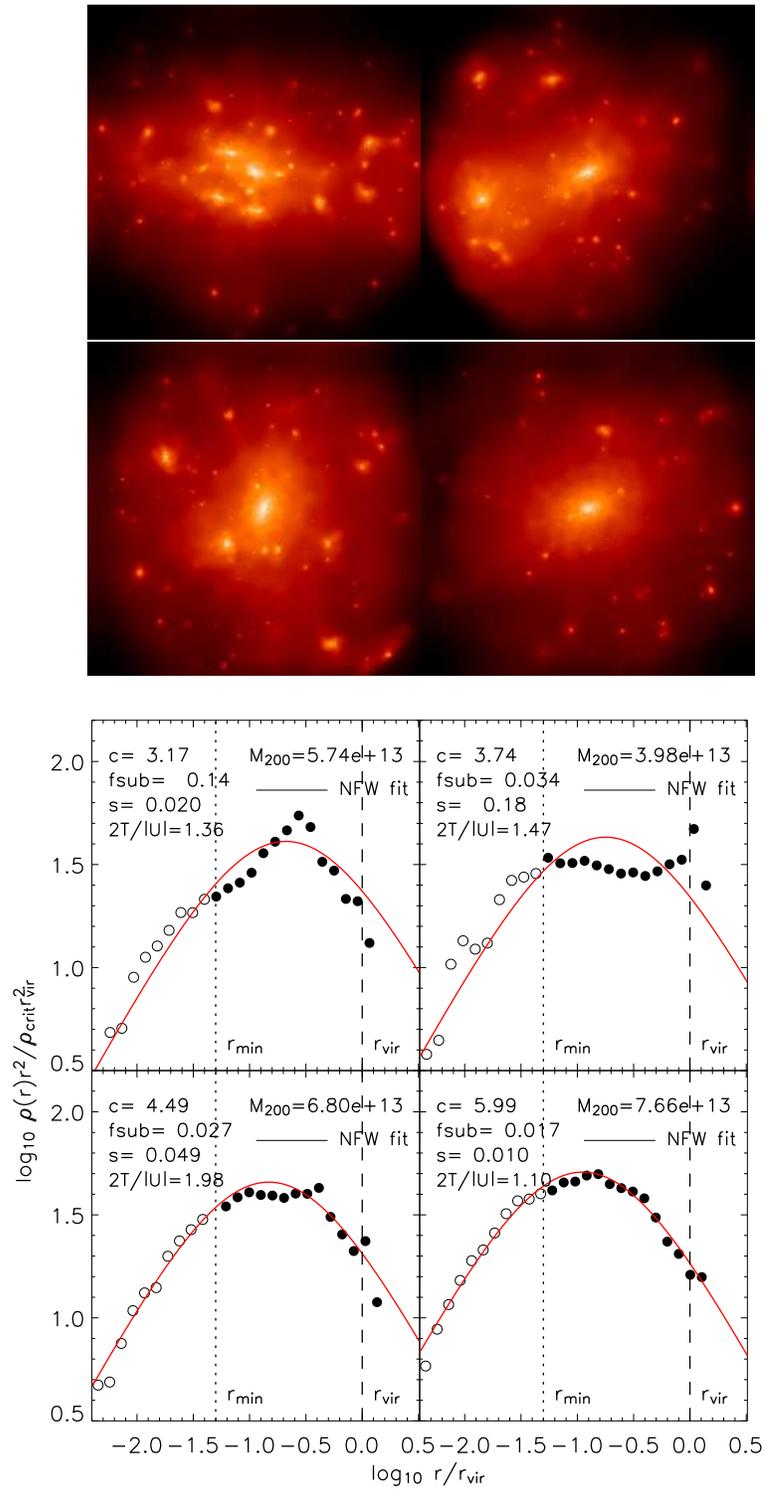


Figura 3.1: Imagens projetadas (em cima) e os perfis de densidade correspondentes (em baixo) para quatro halos de massas similares extraídos da simulação. A massa do halo, o parâmetro de concentração e os três parâmetros usados no critério de classificação, f_{sub} , s e $2T/|U|$ são mostrados na legenda.

das partículas da simulação pelos algoritmos de FOF e SUBFIND, quanto a construção do perfil de densidade e o ajuste do perfil teórico são automatizados.

Finalmente, o último halo mostrado na figura 3.1 é classificado como *relaxado* segundo os parâmetros descritos acima. Em geral, como mostrado nessa figura, halos relaxados têm o perfil de densidade bem descrito pelo perfil teórico de NFW.

A figura 3.2 mostra a correlação entre os parâmetros f_{sub} , s e $2T/|U|$ e os valores usados para definir quantitativamente a população de halos relaxados. As regiões hachuradas em cada um dos painéis da figura 3.2 indicam halos *não-relaxados*. A figura relaciona também um quarto parâmetro que joga uma papel crucial na qualidade dos resultados, N , o número de partículas usado para resolver um halo de massa M na simulação.

No primeiro e segundo painéis da figura 3.2 mostramos que o critério $f_{\text{sub}} < 0.1$ se aplica a todo o intervalo de massas e que há uma correlação positiva entre a fração da massa do halo em subestruturas, f_{sub} , e o deslocamento do centro de massa em relação ao centro do halo, como esperado intuitivamente. No segundo painel, nota-se que a medida que f_{sub} e s diminuem a distribuição dos pontos no espaço (s, f_{sub}) é cada vez mais uniforme, ou seja a correlação entre essas duas quantidades diminui gradualmente para sistemas relaxados. Ainda no primeiro painel, mostramos como a fração de halos com nenhuma subestrutura detectada, $f_{\text{sub}} = 0$, cresce a medida que N diminui. No intervalo de menor massa, 80% dos halos possuem $f_{\text{sub}} = 0$, já para halos resolvidos com cerca de 10^4 partículas apenas 20% têm $f_{\text{sub}} = 0$. Isso é reflexo de um problema das simulações numéricas de N-corpos conhecido como *over merging*. Na falta de resolução de massa as subestruturas são fracamente ligadas e, portanto, mais facilmente destruídas pelo campo de maré.

No terceiro painel, para N relativamente pequeno a razão virial pode apresentar valores bastante elevados evidenciando halos em processo de ruptura, ou sistemas duplos eventualmente identificados como um único pelos algoritmos de FOF e SUBFIND. Esses resultados indicam que um halo deve ser resolvido com pelo menos $N \sim 10^3$ a 10^4 partículas para minimizar os efeitos de resolução de massa.

No quarto painel, nota-se claramente um maior espalhamento na razão virial quando o centro de massa se desloca do centro do halo, $s > 0.07$. Cabe observar que um halo relaxado, segundo os critérios definidos acima, não é sinônimo de halo virializado. Na população de halos relaxados, espera-se que o equilíbrio virial seja

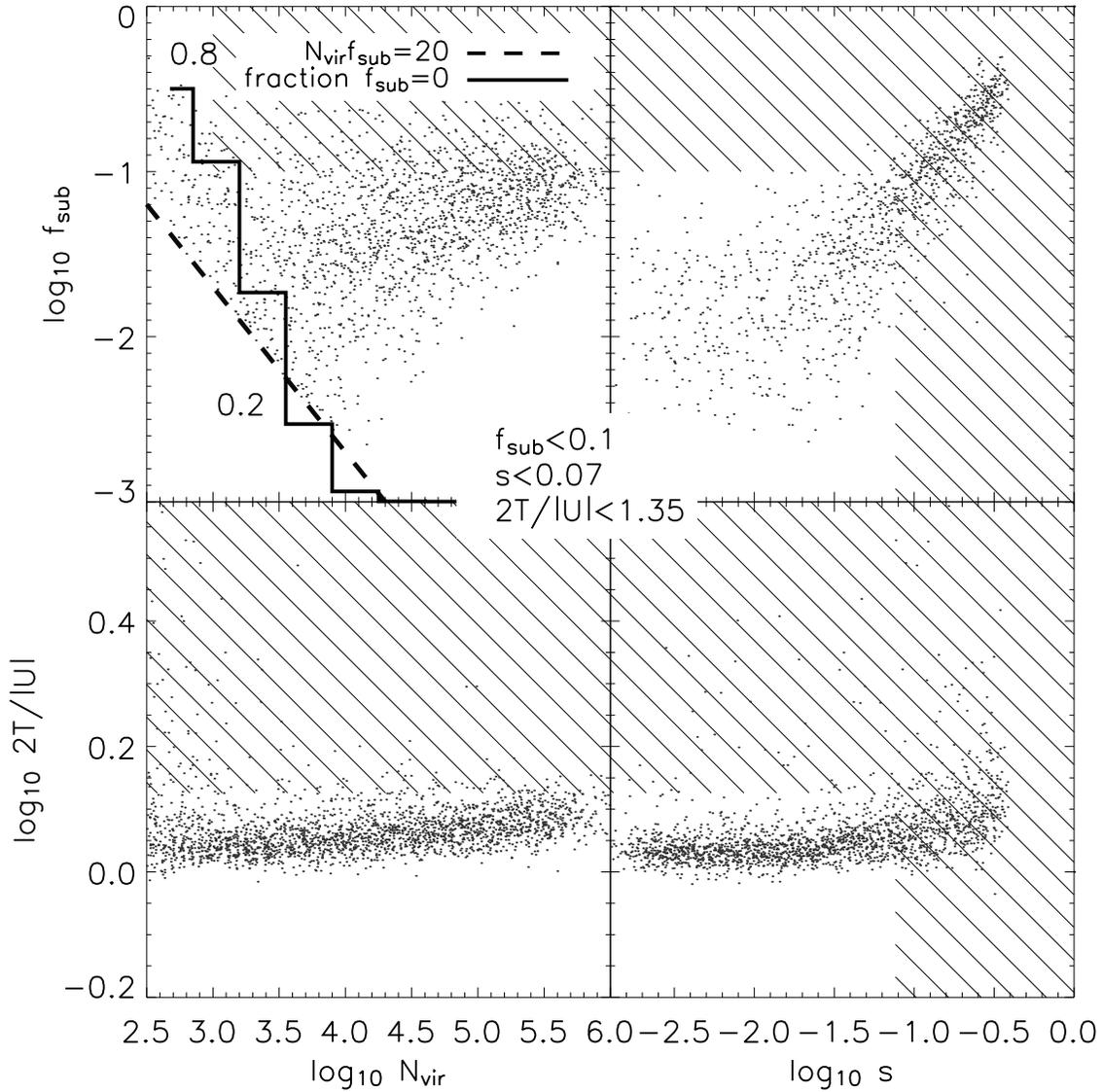


Figura 3.2: Correlações entre os parâmetros usados para identificar halos relaxados. Cada ponto representa um halo no espaço de parâmetros N , f_{sub} , s , $2T/U$. As regiões hachuradas indicam halos *não-relaxados* segundo os critérios mostrados na legenda. O primeiro painel mostra a fração da massa em subestruturas f_{sub} vs. N , o número de partículas usado para representar o halo. A linha tracejada mostra o limite de detecção de subestruturas $N_{\text{min}} = 20$ pelo algoritmo SUBFIND e a linha sólida a fração de halos com nenhuma subestrutura detectada, $f_{\text{sub}} = 0$. Os critérios $f_{\text{sub}} < 0.1$ e $s < 0.07$ aplicados simultaneamente identificam corretamente halos *relaxados*, como mostra a correlação entre s e f_{sub} . Nos painéis inferiores, o critério $2T/|U| < 1.35$ é usado para identificar halos que se afastam significativamente do equilíbrio virial. O número de pontos em cada painel foi reduzido por um fator 100 para melhor visualização.

satisfeito apenas aproximadamente em cada halo e que a condição $2T/U < 1.35$ identifique sistemas que se afastam significativamente do equilíbrio.

A fração de halos *não-relaxados*, varia com a massa, aumentando de 20% no intervalo de menor massa até 50% no intervalo mais massivo, como mostra a figura 3.3. Como esperado no cenário de formação hierárquica *bottom up*, a fração de halos não relaxados é maior entre os halos mais massivos, já que estes se formam mais tarde no universo e têm menos tempo para atingir o equilíbrio em comparação aos halos de baixa massa. Conclui-se também que o critério $s < 0.07$ é o mais eficiente, identificando a maioria dos halos *relaxados* como mostra a figura.

A população de halos relaxados ainda constitui a maioria dos halos da simulação. Sobre esta população podemos ajustar o perfil de densidade de NFW, que assume simetria esférica, e interpretar corretamente os parâmetros resultantes desse ajuste.

3.2 Resolução de massa

Definido o critério de classificação dos halos, queremos analisar a dependência dos resultados com a resolução de massa e assim certificarmo-nos de que os resultados da análise sejam independentes do número de partículas usado para representar halos de massas diferentes.

Na figura 3.4, como o número de partículas usado para resolver os halos, N , e o parâmetro de concentração, c , relacionam-se com qualidade do ajuste do perfil de densidade, σ_{fit} , como definido na seção 2.3.1. Os painéis superiores dessa figura incluem a população completa enquanto nos painéis inferiores apenas os halos relaxados. Na figura, vê-se claramente que a qualidade do ajuste piora para halos resolvidos com menos de $\simeq 10^4$ partículas, este resultado depende principalmente do valor de $r_{\text{min}}/r_{\text{vir}}$ que determina o intervalo radial onde o perfil de densidade teórico é ajustado. Nota-se que a qualidade do ajuste é melhor para a população de halos relaxados, tanto o valor médio quanto o espalhamento diminuem.

Os painéis da direita mostram a dependência entre o parâmetro de concentração c e σ_{fit} . Quando a população completa é considerada, há um número significativo de halos com concentração artificialmente baixa, $c < 4$, a qualidade do ajuste

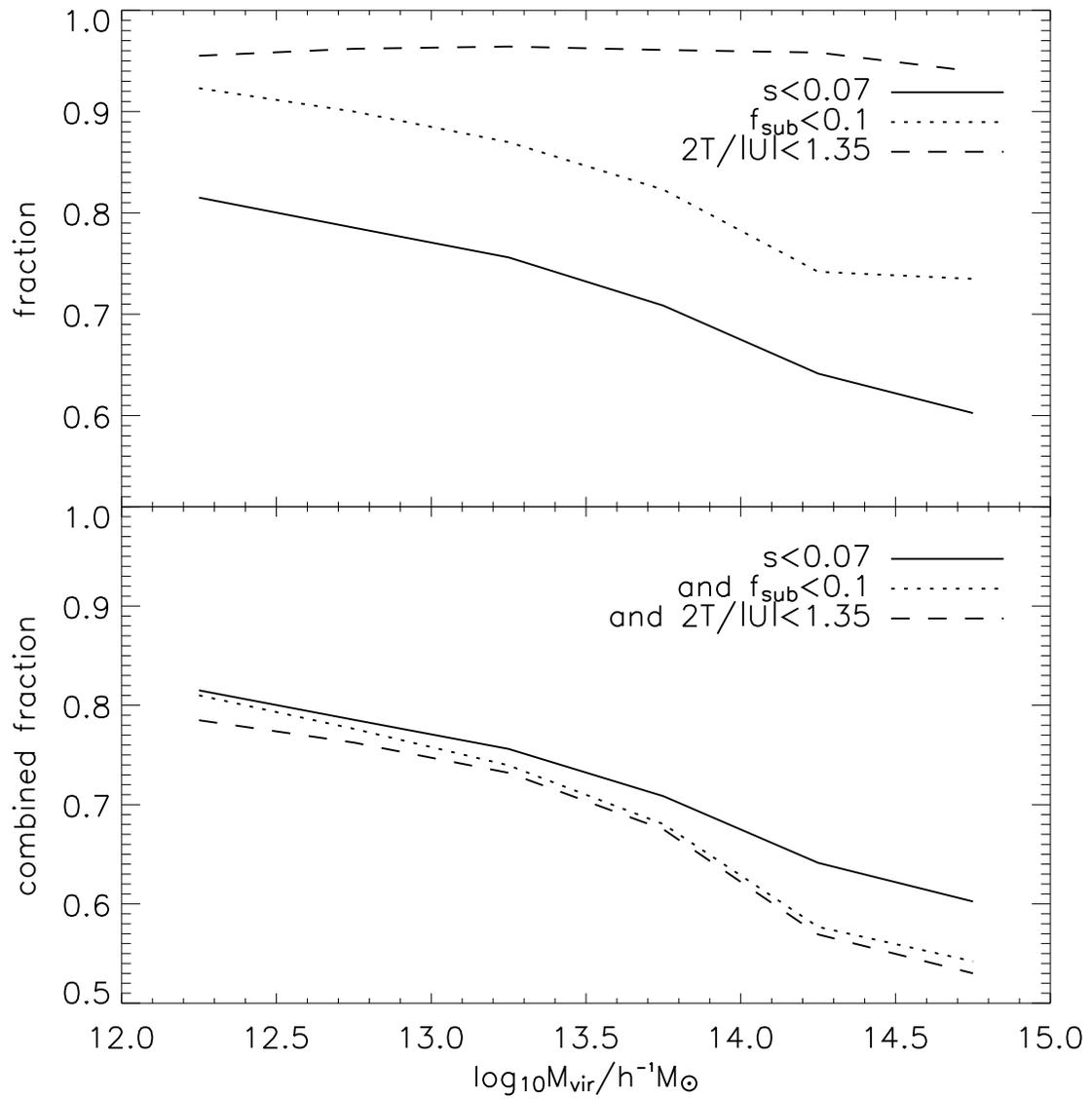


Figura 3.3: Fração de halos *relaxados* segundo cada critério individualmente (em cima) e a combinação dos critérios (em baixo).

para esses halos também é ruim $\sigma_{\text{fit}} > 0.1$. Esse efeito é sensivelmente reduzido na população de halos relaxados, embora uma fração pequena deles ainda esteja presente. Nota-se também a redução significativa do número de halos com $c > 10$ na população de halos relaxados, para eles o critério de convergência discutido na seção 2.3.1 é tal que $r_{\text{conv}} > r_{\text{min}}$. Nesse caso, o critério de resolução $N > 10^4$ é o responsável por eliminá-los população de halos relaxados.

A falta de resolução de massa acaba restringindo muito o intervalo de massa analisado, no conjunto de dados de baixa resolução com $m_p = 8.6 \times 10^8 h^{-1} M_{\odot}$ o limite inferior de massa é $M_{200} = 5.6 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$. A conclusão de que precisamos $N > 10^4$ partículas para resolver o halo, justifica incluir os dados de alta resolução, como discutido na seção 2.1. Nesse conjunto de dados a resolução de massa é $m_p = 9.5 \times 10^7$ e portanto podemos ampliar o intervalo de massa a ser analisado para $[10^{11.75} - 10^{14.75}] h^{-1} M_{\odot}$.

Concluimos neste capítulo que a população de halos relaxados juntamente com o critério de resolução de massa $N > 10^4$, o perfil de NFW é ajustado com boa aproximação ($\log_{10} \sigma_{\text{fit}} < -1.5$) na maioria dos halos ($> 50\%$) em cada intervalo de massa.

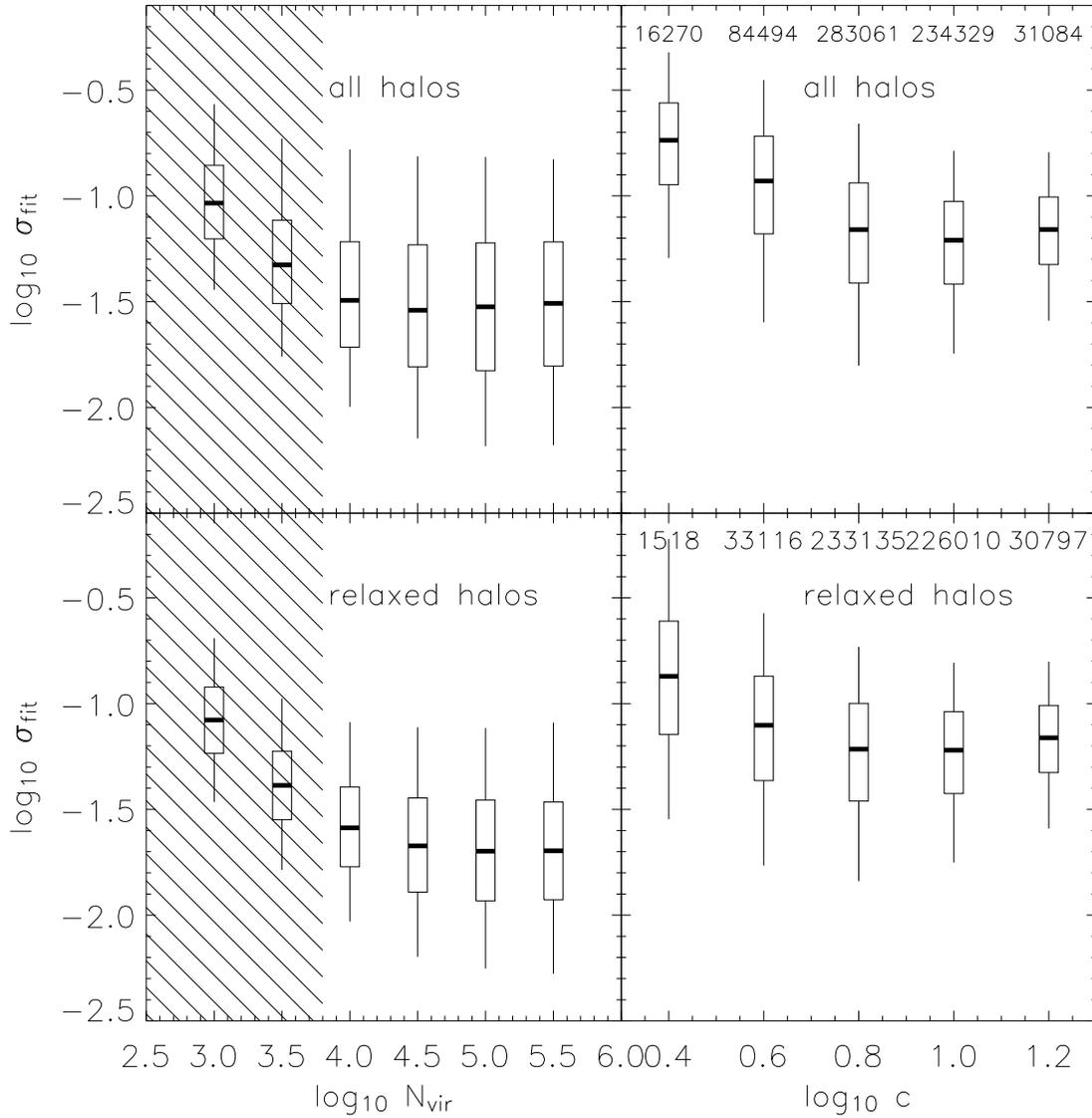


Figura 3.4: Relação entre a qualidade do ajuste, σ_{fit} , a resolução (número de partículas do halo) e o parâmetro de concentração c . Nesse diagrama de *box and whiskers* a mediana da distribuição é mostrada na linha horizontal dentro dos retângulos, os retângulos representam os percentís 25% e 75% enquanto as linhas representam as caudas da distribuição até os percentís 5% e 95%. Os painéis superiores mostram esses resultados para a população completa enquanto que os painéis inferiores mostram apenas os halos relaxados. Nos painéis da direita, o número de halos em cada intervalo é indicado.

Capítulo 4

Medindo a estrutura dos halos

A caracterização estatística do parâmetro de concentração, da época de formação e do parâmetro de spin da população de halos fornecem vínculos ao modelo Λ CDM no regime não linear, em escalas de tamanho $\lesssim 10h^{-1}\text{Mpc}$. Esses parâmetros podem ser diretamente comparados com medidas realizadas em grupos e aglomerados de galáxias a fim de testar as previsões do modelo cosmológico. Para entender como os parâmetros c , z_f e λ são afetados pelo critério de seleção que desenvolvemos - e também justificar *a posteriori* esse procedimento - mostraremos os resultados tanto para a população de halos relaxados quanto para a população completa.

Do ponto de vista da estrutura dos halos, o parâmetro de concentração e a massa são os dois parâmetros livres do perfil de densidade de NFW. A principal motivação por trás da relação $c(M)$ é buscar uma correlação que permitiria, em princípio, determinar completamente o perfil de densidade do halo com apenas um parâmetro.

NFW mostrou que halos de baixa massa têm, em média, um parâmetro de concentração (ou densidade característica) maior que halos mais massivos. Como mostrado pelos autores, esta correlação está presente em diferentes modelos cosmológicos, sendo mais fraca no modelo Λ CDM ($\Omega_m = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0.75$, $h = 0.75$ e $\sigma_8 = 1.3$).

Na prática, a correlação entre o parâmetro de concentração e a massa dos halos é importante nos modelos de formação semi-analítica de galáxias, a partir da massa total do halo obtém-se um valor de concentração típico e as quantidades que derivam do perfil de densidade. Recentemente, alguns trabalhos verificaram essa correlação

observacionalmente, a partir do perfil de massa dos halos inferido por raios-X (Voigt & Fabian, 2006) e lentes gravitacionais (Limousin et al., 2007).

Atualmente, existem três modelos semi-analíticos que tentam reproduzir a mediana da correlação $c(M)$ (Navarro et al., 1997, Bullock et al., 2001, Eke et al., 2001) *. Essencialmente, a idéia por trás desses modelos é que o parâmetro de concentração reflete a densidade média do universo na época de formação do halo. De acordo com o cenário de formação hierárquica, halos de baixa massa formam-se mais cedo e, portanto, são mais concentrados do que os halos mais massivos. Os modelos acima citados foram calibrados em simulações diferentes, com populações de halos selecionados segundo critérios diferentes e em intervalos de massas também diferentes, por isso, é importante confrontar suas previsões numa população de halos homogênea como a que construímos nos capítulos anteriores.

Além da correlação $c(M)$, o número de halos disponíveis na simulação permite medir a distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração em função da massa e com isso calcular a probabilidade de se encontrar um halo de massa M com concentração maior ou menor que um dado valor c num universo com esta cosmologia. Essa informação permite rapidamente saber se um halo observado com parâmetro de concentração c concorda com a previsão do modelo Λ CDM. Investigamos também se a dispersão medida para o parâmetro de concentração pode ser explicada por uma diferença na época de formação entre os halos de mesma massa. Para tanto, usaremos diferentes definições para esta quantidade.

No próximo capítulo, usaremos estes resultados em modelos que exploram outras características do histórico de formação dos halos, tais como a taxa de acreção de massa do progenitor mais massivo e a existência de fases distintas de acreção durante a formação dos halos.

Concluimos este capítulo analisando a correlação entre o parâmetro de concentração e o parâmetro de spin com um resultado que reforça os critérios desenvolvidos no capítulo 3 para selecionar uma população de halos relaxados.

*Ver também (Maccio' et al., 2008) e Gao et al. (2008) para uma revisão dos modelos de Bullock et al. (2001) e Navarro et al. (1997) respectivamente

4.1 Concentração vs. massa

A figura 4.1 mostra a relação $c(M)$ medida tanto na população de halos relaxados quanto na população completa. Os símbolos representam a mediana e os percentís 5%, 25% e 75%, 95% do parâmetro de concentração em cada intervalo de massa. Mesmo, para os halos mais massivos com massa $M_{200} > 10^{14}h^{-1}M_{\odot}$, raros no universo, a *Simulação do Millennium* contém um número significativo deles. No regime de baixas massas ($10^{12} < h^{-1}M_{\odot} < 10^{13}$) os halos são obtidos da segunda simulação, como descrito na seção 2.1. Mas, independentemente do número de objetos em cada intervalo de massa, observa-se aproximadamente o mesmo espalhamento no parâmetro de concentração, o que caracteriza uma amostra coerente.

Nos dois painéis, a correlação entre a massa do halo e o parâmetro de concentração, embora fraca, é bem definida. As medianas são bem ajustadas por uma única lei de potência:

$$c_{200} = 5.26(M_{200}/10^{14}h^{-1}M_{\odot})^{-0.10} \quad (4.1)$$

na população de halos relaxados, e

$$c_{200} = 4.67(M_{200}/10^{14}h^{-1}M_{\odot})^{-0.11} \quad (4.2)$$

na população completa.

A seguir apresentamos os modelos que tem tido mais sucesso ao reproduzir a mediana da correlação entre o parâmetro de concentração e a massa dos halos. Cabe salientar que esses modelos prevêem também esta relação para halos identificados em diferentes épocas $c(M, z_0)$, porém comparamos seus resultados apenas para $z = 0$. Recentemente, o parâmetro de concentração dos halos da *Simulação do Millennium* a $z > 0$ foi caracterizado por Gao et al. (2008). Uma descrição completa desses modelos, está fora do escopo desta tese. Algumas grandezas apresentadas nas próximas seções precisariam ser introduzidas a partir da teoria linear de formação de estruturas (e.g., Peacock (1999), Dodelson (2003)) e de aproximações não lineares como o modelo de colapso esférico (Lahav et al., 1991). No entanto, pretendemos reproduzir as características principais de cada modelo, de forma que o leitor interessado possa referir-se aos trabalhos originais com mais facilidade.

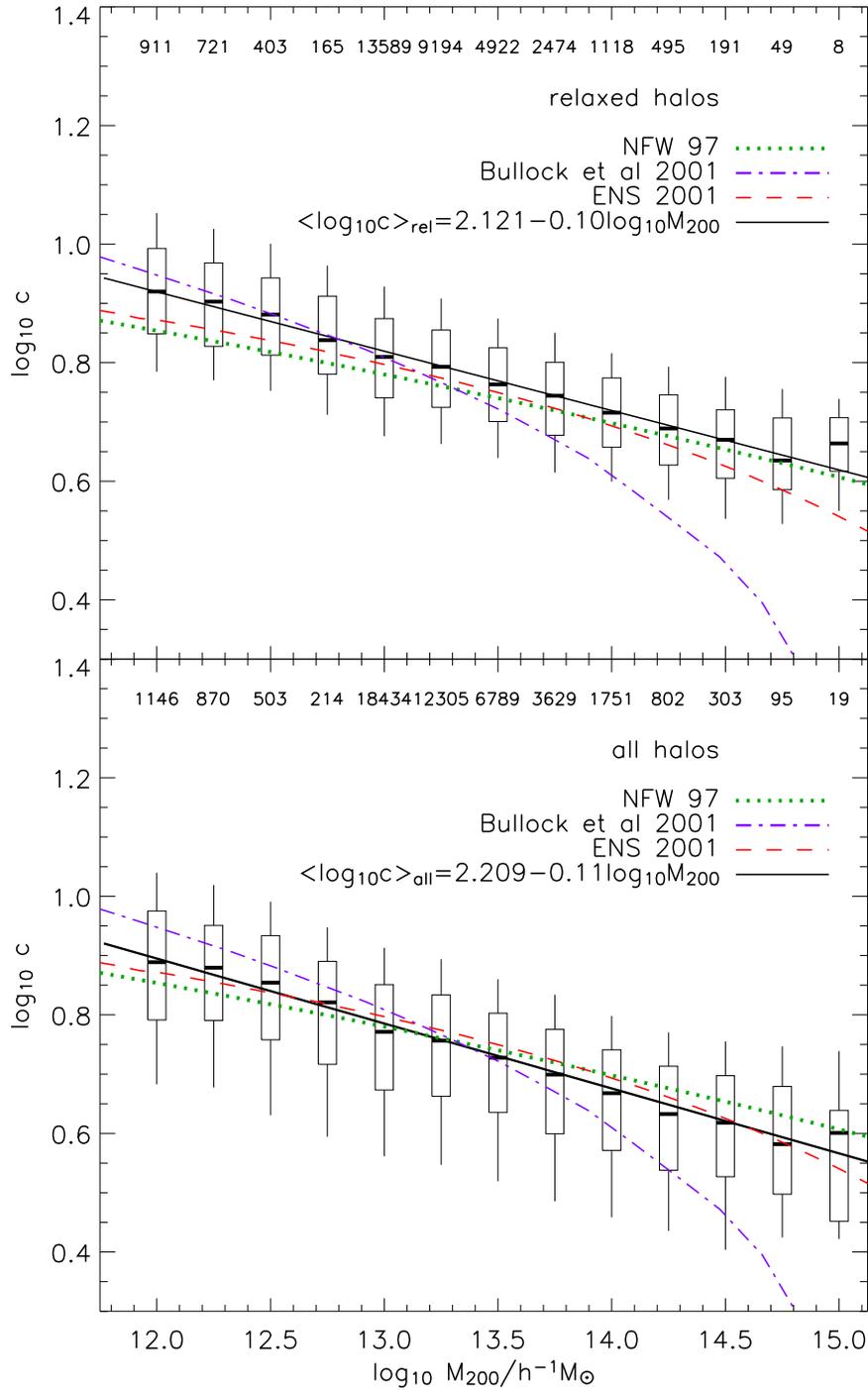


Figura 4.1: Concentração vs. Massa para a população de halos relaxados (painel superior) e para a população completa (painel inferior). Os símbolos mostram a mediana e os percentis 5%, 25% e 75%, 95% do parâmetro de concentração em cada intervalo de massa. Os números na parte superior indicam a quantidade de halos em cada intervalo de massa. A lei de potência (linha contínua) descreve com boa aproximação a mediana do parâmetro de concentração. As demais linhas mostram a previsão de diferentes modelos para esta relação como discutido no texto.

4.1.1 O modelo de Navarro et al. (1997)

No modelo de NFW [†] a densidade característica (equação 2.7) é proporcional ao parâmetro de densidade de matéria quando o halo se forma

$$\delta_c(M) = C\Omega_m \left(\frac{1+z_f}{1+z_0} \right)^3 \quad (4.3)$$

onde $z_f(M, f)$ é a época de formação calculada segundo o formalismo EPS. Como discutido na seção 2.4, a definição mais usual para a época de formação de um halo é quando o progenitor mais massivo adquire metade da massa final. Outras definições, contudo, são possíveis. No modelo de NFW um halo de massa M se forma quando *metade da massa do halo estiver contida em progenitores mais massivos que uma fração f da massa final*, dado pelo valor mais provável de z_f na expressão (Lacey & Cole, 1993)

$$\text{erfc} \left\{ \frac{\Delta(z_f) - \Delta(z_0)}{\sqrt{2[\sigma_0^2(fM) - \sigma_0^2(M)]}} \right\} = \frac{1}{2}$$

onde z_0 corresponde a época em que o halo é identificado, $\Delta(z)$ é valor do contraste de densidade (equação 2.3) e $\sigma_0^2(M)$ a amplitude quadrática média das flutuações de densidade linear na escala correspondente a massa M na época atual.

O modelo de NFW recupera a densidade característica do halo em função da massa, e tem dois parâmetros livres: a fração de massa f (que determina o progenitor de menor massa no cálculo da época de formação) e a constante de proporcionalidade C (que, em princípio depende de f e também de $\sigma_0^2(M)$). Em simulações realizadas pelos autores, determinaram-se os valores $f = 0.01$ e $C = 3000$.

4.1.2 O modelo de Bullock et al. (2001)

Bullock et al. (2001) verificou que o modelo de NFW não reproduz a relação $c(M, z)$ obtida nas simulações para $z > 0$. No modelo de Bullock et al. (2001) [‡] a época de formação, z_f , é calculada simplesmente quando a massa característica é igual a uma fração F da massa do halo identificado a z_0 ,

[†]O modelo de NFW foi calculado utilizando a rotina disponível no endereço: <http://www.astro.uvic.ca/~jfn/charden/>

[‡]O modelo de Bullock et al. (2001) foi calculado utilizando a rotina disponível no endereço: <http://www.physics.uci.edu/~bullock/CVIR/>

$$M_*(z_f) = FM(z_0)$$

A massa característica (ou a massa quando um halo entra no regime não-linear) é tal que $\sigma_0(M_*(z)) = \delta_{\text{crit}}(z, \Omega_m, \Omega_\Lambda)$ onde δ_{crit} é o contraste de densidade linear estimado pela teoria de colapso esférico e vale $\delta_{\text{crit}} = 1.69$ a $z = 0$.

Ao invés da densidade característica do perfil de NFW, os autores definem

$$\rho_b(z_0) = \frac{M(z_0)}{4/3\pi r_s^3(z_0)} = c^3(z_0)\Delta(z_0)\rho_{\text{crit}}(z_0)$$

ou seja, a densidade média de uma esfera de r_s que contém a massa total do halo. Os autores identificam ρ_b com a densidade crítica do universo quando o halo se forma

$$\rho_b = K^3\Delta(z_0)\rho_{\text{crit}}(z_f)$$

onde K é ajustado nas simulações. Como $\rho_{\text{crit}}(z_f) = \rho_{\text{crit}}(z_0)(1+z_f)^3/(1+z_0)^3$, o parâmetro de concentração do halo é dado por

$$c(M, z_0) = K \frac{(1+z_f)}{(1+z_0)} = K \frac{a_0}{a_f} \quad (4.4)$$

ou seja, o parâmetro de concentração de um halo identificado a $z_0 = 0$, é inversamente proporcional ao fator de escala do universo na época de formação do halo.

Nas simulações de Bullock et al. (2001), $F = 0.01$ e $K = 4$ são os parâmetros do modelo. O valor $K = 3.4$ foi sugerido a partir de simulações realizadas por Zhao et al. (2003), Macciò et al. (2007).

4.1.3 O modelo de Eke et al. (2001)

O modelo de Eke et al. (2001)[§] explora a dependência entre o parâmetro de concentração e o espectro de potências linear postulando que o parâmetro de concentração

[§]O modelo de Eke et al. (2001) foi calculado utilizando a rotina disponível no endereço: <http://www.astro.uvic.ca/simjfn/cens/>

do halo é controlado pela amplitude σ_8 , e o parâmetro de forma $\Gamma = \Omega_m h^2$, dessa função.

A densidade do halo é definida da mesma forma que em Bullock et al. (2001),

$$\rho_b(z_0) = c^3(z_0)\Delta(z_0)\rho_{\text{crit}}(z_0)$$

Porém os autores identificam essa quantidade com a densidade média do halo na época de formação, $\bar{\rho} = \Delta(z_f)\rho_{\text{crit}}(z_f)$, assim obtém-se uma expressão para o parâmetro de concentração em função de z_f

$$c^3 = \frac{\Delta(z_f)\Omega_m(z_0)}{\Delta(z_0)\Omega_m(z_f)}\left(\frac{1+z_f}{1+z_0}\right)^3$$

A época de formação, z_f é calculada por

$$D(z_f)\sigma_0(M_s) = \frac{1}{C_\sigma}$$

onde a escala de massa M_s , escolhida pelos autores, é a massa interior ao raio cuja velocidade circular do modelo de NFW é máxima, $2.17r_s$. O fator de amplificação $D(z_f)$ ¶ simplesmente relaciona a amplitude rms das flutuações de densidade no presente e na época de formação z_f . Segundo Eke et al. (2001), o parâmetro $C_\sigma = 28$ reproduz com boa aproximação tanto os resultados de NFW quanto os resultados de Bullock et al. (2001).

Na figura 4.1 vemos que o modelo de Bullock et al. (2001) desvia-se bastante da lei de potência para halos mais massivos que $10^{14}h^{-1}M_\odot$ (equações 4.1 e 4.2). Portanto, esse modelo não serve para reproduzir o parâmetro de concentração dos halos nesse regime. Cabe salientar que o regime de massas não foi analisado pelos autores, cuja simulação resolveu halos no intervalo de massas $10^{11}h^{-1}M_\odot - 10^{13.6}h^{-1}M_\odot$. O modelo de NFW é o que melhor reproduz p parâmetro de concentração para os halos mais massivos. Porém, na prelax, tanto o modelo de NFW quanto o modelo de Eke et al. (2001) prevêem concentrações significativamente abaixo da mediana para halos de massa $< 10^{13}h^{-1}M_\odot$. Portanto nenhum dos modelos analisados é capaz de reproduzir completamente a relação $c(M)$ medida na *Simulação do Millennium*.

¶O fator de amplificação é normalizado a um no presente. A expressão de $D(z)$ no modelo Λ CDM é dada por Lahav et al. (1991)

Esses resultados justificam a realização de simulações cada vez maiores e com melhor resolução a fim de testar a validade dos modelos em regimes cada vez mais amplos. Recentemente, Maccio' et al. (2008) propôs uma modificação no modelo de Bullock et al. (2001) capaz de reproduzir a relação $c(M)$ com boa aproximação no intervalo de massas de $10^{10} < M_{200}/h^{-1}M_{\odot} < 10^{15}$ a $z_0 = 0$ em suas simulações.

Comparando os painéis da figura 4.1 é evidente a redução na dispersão do parâmetro de concentração na população de halos relaxados. Em particular, há uma tendência para valores mais baixos de $\log_{10}c$ até o primeiro quartil da população completa. Isso também afeta a relação mediana, ligeiramente mais baixa que na população de halos relaxados. No capítulo 3, justificamos a remoção de halos não relaxados da análise, porque o ajuste do perfil de densidade nesses objetos resulta em concentrações artificialmente baixas. Este efeito é claramente visível estatisticamente na dispersão do parâmetro de concentração na população completa, comparativamente que a dispersão na população de halos relaxados, embora esta ainda seja significativa. Na próxima seção, medimos a distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração dos halos em função da massa.

4.1.4 Distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração

Na figura 4.2, mostramos a função de densidade de probabilidade (f.d.p) do parâmetro de concentração. A assimetria na f.d.p da população completa é evidente, mostrando um excesso de valores inferiores à concentração média. Já na população de halos relaxados, a f.d.p é simétrica e tem a forma de uma log-normal

$$P_{\text{rel}}(\log_{10} c) = \frac{1}{\sigma_{\text{rel}}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log_{10} c - \langle \log_{10} c \rangle_{\text{rel}}}{\sigma_{\text{rel}}}\right)^2\right] \quad (4.5)$$

onde $\sigma_{\text{rel}} = \sigma_{\log_{10} c, \text{rel}}$ é o desvio padrão da distribuição e $\langle \log_{10} c \rangle_{\text{rel}}$ é o valor médio do parâmetro de concentração.

Nos intervalos de massa extremos mostrados na figura 4.2, o valor médio do parâmetro de concentração é respectivamente $\langle c \rangle = 8.3$ e $\langle c \rangle = 4.6$.

É interessante notar que a f.d.p da população de halos não relaxados também é uma função log-normal mas. Como esperado, o parâmetro de concentração médio é menor e a dispersão maior comparativamente à população de halos relaxados.

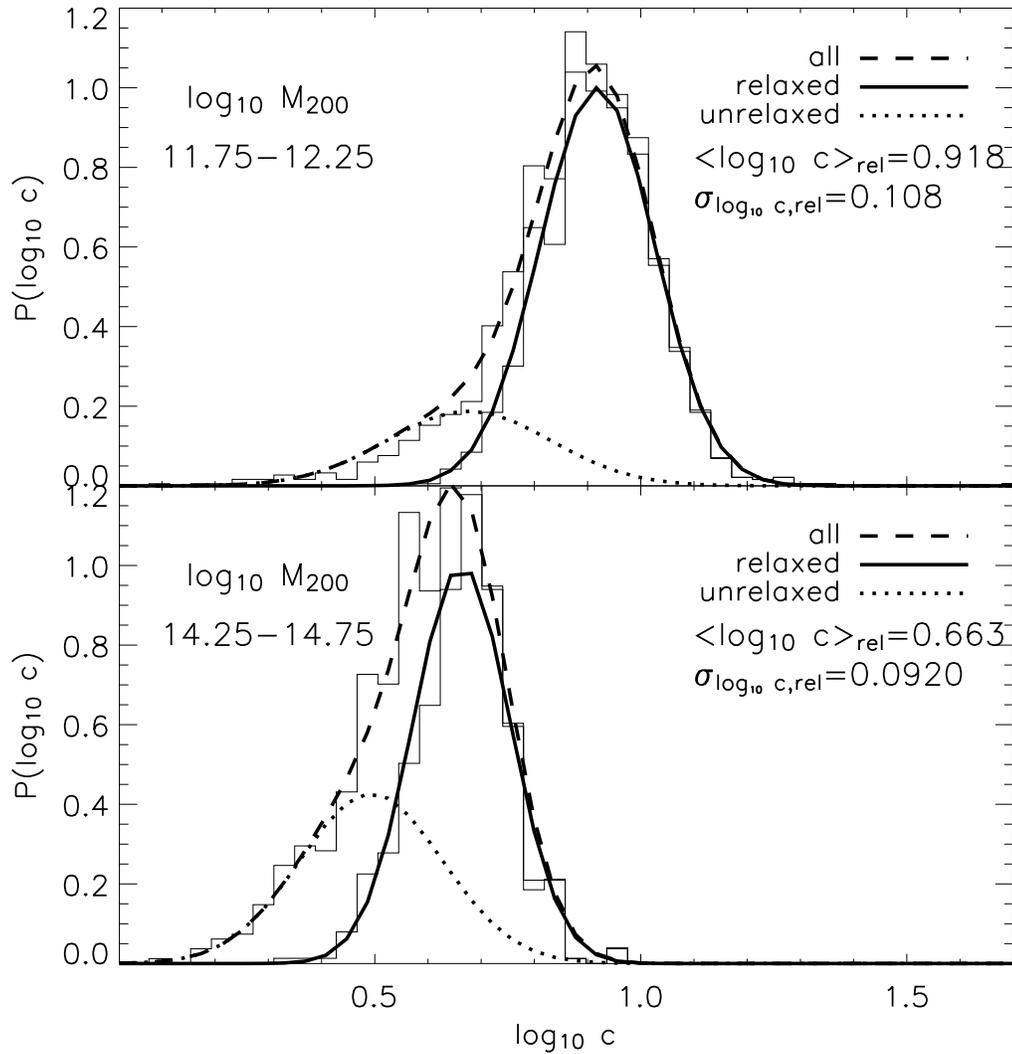


Figura 4.2: Distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração para o intervalo de massa $11.75 < \log_{10} M_{200} < 12.25$ (em cima) e para o intervalo de massa $14.25 < \log_{10} M_{200} < 14.75$ (em baixo). O modelo descrito no texto ajusta a distribuição de concentração para a população de halos relaxados (linha contínua) para os halos não relaxados (linha pontilhada) e para a população completa (linha tracejada). Os valores médios do parâmetro de concentração e a dispersão são mostrados na figura para os dois intervalos de massa considerados.

Tabela 4.1: Parâmetros do modelo log-normal apresentado no texto. Os intervalos de massa na tabela são os mesmos mostrados na figura 4.1. O intervalo de massa e o número de halos relaxados são mostrados nas duas primeiras colunas. As duas colunas seguintes mostram o valor médio do parâmetro de concentração e a dispersão: $\langle \log_{10} c_{200} \rangle$, e $\sigma_{\log_{10} c}$ para a população de halos relaxados. As últimas três colunas mostram respectivamente a fração de halos não relaxados, f_{unrel} , a média e a dispersão para essa população.

$\log_{10} M_{200}$ [$h^{-1} M_{\odot}$]	N_{haloes} [relaxed]	$\langle \log_{10} c \rangle$ [relaxed]	$\sigma_{\log_{10} c}$ [relaxed]	f_{unrel}	$\langle \log_{10} c \rangle$ [unrelaxed]	$\sigma_{\log_{10} c}$ [unrelaxed]
11.875 - 12.125	911	0.92	0.106	0.20	0.68	0.147
12.125 - 12.375	721	0.90	0.108	0.17	0.65	0.150
12.375 - 12.625	403	0.88	0.099	0.20	0.64	0.139
12.625 - 12.875	165	0.84	0.101	0.23	0.60	0.158
12.875 - 13.125	13589	0.81	0.100	0.26	0.60	0.136
13.125 - 13.375	9194	0.79	0.099	0.25	0.59	0.140
13.375 - 13.625	4922	0.76	0.095	0.27	0.57	0.142
13.625 - 13.875	2474	0.74	0.094	0.32	0.54	0.140
13.875 - 14.125	1118	0.72	0.088	0.36	0.53	0.131
14.125 - 14.375	495	0.69	0.095	0.38	0.51	0.121
14.375 - 14.625	191	0.67	0.094	0.37	0.49	0.133
14.625 - 14.875	49	0.63	0.091	0.48	0.52	0.121
14.875 - 15.125	8	0.66	0.061	0.58	0.49	0.094

A soma da f.d.p das duas populações fornece uma boa aproximação para a f.d.p da população completa.

$$P_{\text{all}}(\log_{10} c) = f_{\text{rel}} P_{\text{rel}}(\log_{10} c) + (1 - f_{\text{rel}}) P_{\text{unrel}}(\log_{10} c) \quad (4.6)$$

onde, P_{unrel} tem a mesma expressão de P_{rel} porém depende de $\langle \log_{10} c \rangle_{\text{unrel}}$ e σ_{unrel} . A fração de halos relaxados num dado intervalo de massa é dada pelo fator f_{rel} , usado para ajustar a altura relativa das distribuições (ver também figura 3.3). Assim, podemos construir as distribuições de probabilidade a partir do conjunto de parâmetros $\langle \log_{10} c \rangle_{\text{rel}}$, $\langle \log_{10} c \rangle_{\text{unrel}}$, σ_{unrel} e f_{unrel} em cada intervalo de massa. Os respectivos valores estão listados na tabela 4.1.

Uma forma prática de comparar a previsão do modelo Λ CDM com o parâmetro de concentração medido em grupos e aglomerados de galáxias é graficar a fração de halos com c maior ou menor que um dado valor. Obtemos esta fração da distribuição de probabilidade cumulativa, integrando a f.d.p (equações 4.5 e 4.6). A figura 4.3

mostra esse resultado para dois valores ilustrativos, $c < 4.5$ e $c > 7.5$, onde lê-se, por exemplo, que apenas 1% dos halos de $\sim 10^{14.5}h^{-1}M_{\odot}$ tem $c > 7.5$. Em contrapartida, 63% dos halos de $\sim 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ tem $c > 7.5$. Esses resultados também podem ser convertidos para outro valor de Δ (ver apêndice A).

No painel inferior da figura 4.3, embora exista uma pequena dependência da dispersão σ_{rel} com a massa, atribuímos este resultado à diferença de resolução entre os halos. Esta conclusão basei-se nos dados de baixa resolução da *Simulação do Millennium*, $M_{200} < 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, onde observamos que $\sigma_{\text{rel}} = 0.15$ no intervalo de mais baixa massa. A figura mostra que nos dados de alta resolução esse feito é reduzido, o que nos permite extrapolar que a dispersão independe da massa e vale $\sigma_{\text{rel}} \simeq 0.1$ no caso em que não haja diferença de resolução entre os halos.

4.2 Época de formação dos halos

Mostramos na seção anterior que o parâmetro de concentração se correlaciona com a massa do halo. Discutimos modelos que tentam reproduzir essa correlação em função da época de formação dos halos. Caracterizamos estatisticamente a dispersão do parâmetro de concentração, mas a causa dessa dispersão permanece desconhecida. Será que, fixada a massa, a dispersão σ_{rel} pode ser explicada apenas pela diferença na época de formação dos halos? Nas simulações, halos de mesma massa tem histórico de formação diferentes. Portanto, diferentemente da abordagem estatística do formalismo de Press-Schechter - onde para cada massa M_0 atribui-se a época de formação mais provável - medindo a época de formação a partir do *merger tree* podemos relacionar a época de formação e o parâmetro de concentração dos halo individualmente.

Assim, medimos a época de formação da população de halos relaxados onde o parâmetro de concentração é melhor definido. Inicialmente, usamos a definição padrão de época de formação, isto é, quando o progenitor mais massivo do halo tem metade da massa final $M(z_f) = 1/2M_0$.

Como esperado no cenário de formação hierárquica *bottom-up*, a época de formação dos halos de baixa massa é anterior a dos halos mais massivos, em média, como mostra a figura 4.4. A dispersão na época de formação também é sensivelmente maior para halos de baixa massa do que para halos mais massivos, simplesmente porque esses objetos tiveram um período de tempo maior para ser formar no universo.

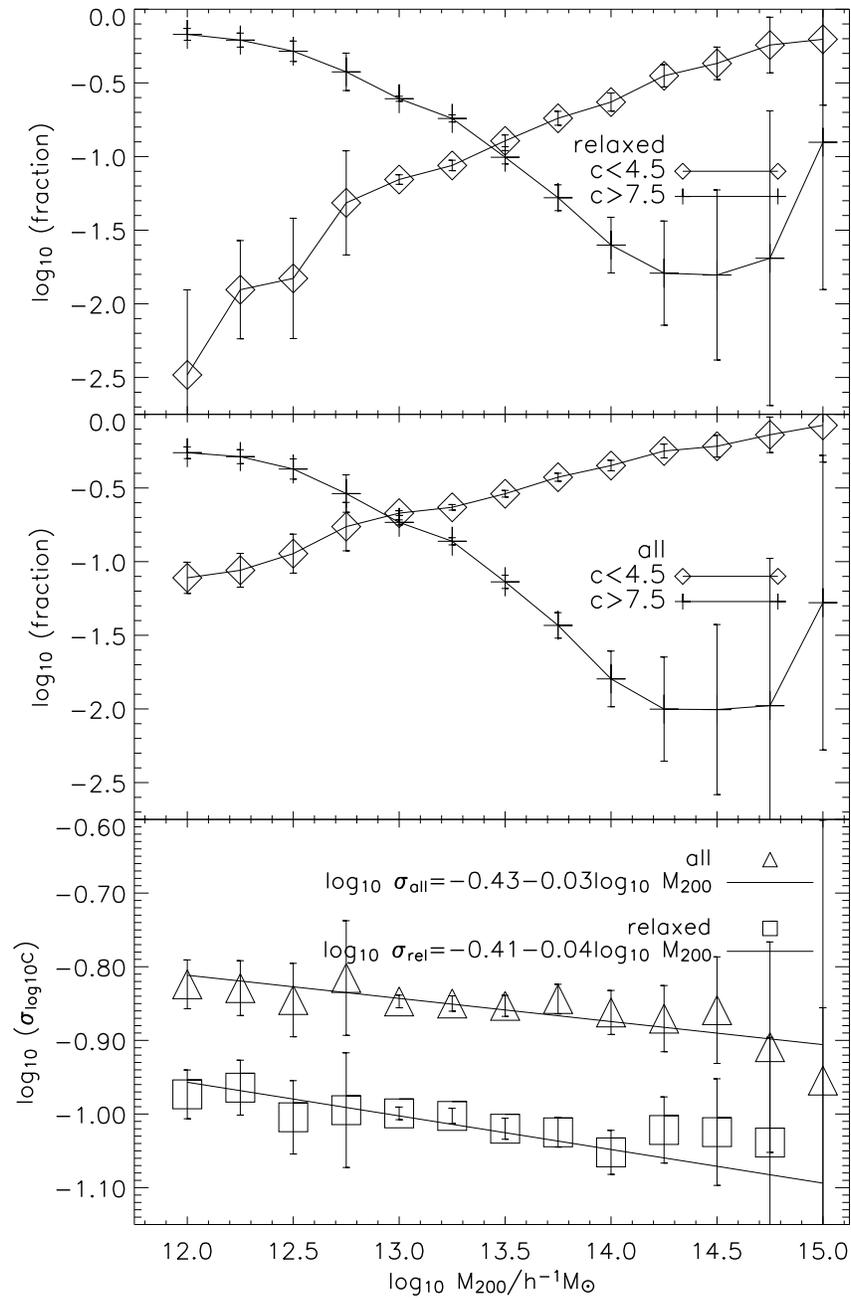


Figura 4.3: Fração de halos com $c < 4.5$ e $c > 7.5$ para a população de halos relaxados (em cima) e para a população completa (no meio). Dependência da dispersão em $\log_{10} c$ com a massa (em baixo).

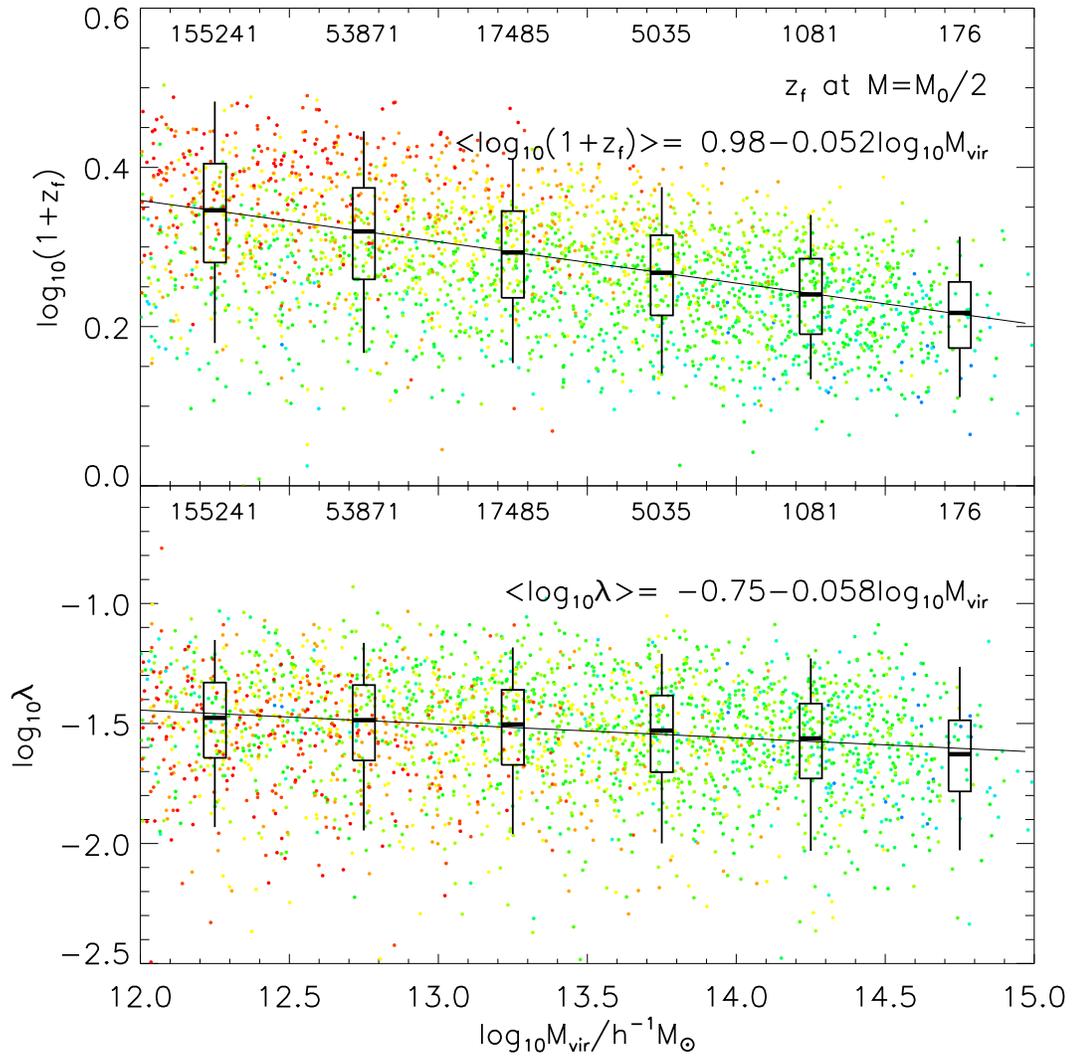


Figura 4.4: Dependência da época de formação $M = M_0/2$ (em cima) e do parâmetro de spin (em baixo) com a massa. Os símbolos mostram a mediana e os percentis 5%, 25% e 75%, 95% da época de formação em cada intervalo de massa. Os números na parte superior de cada painel indicam a quantidade de halos em cada intervalo de massa. A lei de potência (linha contínua) descreve bem a época de formação em função da massa. As cores indicam qualitativamente a dependência com o parâmetro de concentração, halos mais concentrados são mostrados em vermelho e halos menos concentrados em azul.

As cores na figura representam valores de concentração e mostram qualitativamente a dependência com a época de formação. Para uma determinada massa, os halos mais concentrados (em vermelho) são mais velhos, em geral, que os halos menos concentrados (em azul).

A fim de quantificar a dependência entre o parâmetro de concentração e a época de formação num dado intervalo de massa, mostramos na figura 4.5 a correlação entre os resíduos $\Delta \log_{10} c = \log_{10} c - \langle \log_{10} c \rangle$ com os resíduos $\Delta \log_{10}(1 + z_f) = \log_{10}(1 + z_f) - \langle \log_{10}(1 + z_f) \rangle$ para três intervalos de massa diferentes. Na figura, o desvio quadrático médio (rms) em relação a identidade 1:1 sugere que, além da época de formação, outros mecanismos contribuem para $\sigma_{\log_{10} c}$.

Wechsler et al. (2006), Harker et al. (2006) propõe que a densidade local do 'ambiente' onde o halo se forma também se correlaciona com o parâmetro de concentração. Em escalas $< 150\text{Mpc}$ o universo é claramente não homogêneo e, portanto, as variações de densidade local devem contribuir para que se formem halos de mesma massa com concentrações diferentes. Os autores concluem que existe correlação entre o parâmetro de concentração e o ambiente sendo este efeito mais forte para halos de baixa massa $\sim 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$. Além disso, a taxa de *mergers* também é maior em 'ambientes' mais densos. Gao et al. (2005) mediu a função de correlação espacial e mostrou que a população de halos mais 'velha' está mais agrupada do que a população mais 'jovem', sendo este efeito perceptível em halos de massa $< 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$.

4.2.1 Diferentes definições para a época de formação

Outra possibilidade seria encontrar uma definição mais adequada para a época de formação. A definição padrão usa como critério metade da massa final do halo e podemos investigar variações dessa definição como $M(z_f) = M_0/4$ ou $M(z_f) = M_0/10$.

No entanto, as definições acima levam em conta apenas o progenitor mais massivo através da função $M(z)$ medida a partir do *merger tree*. A terceira definição que investigamos é a implementação numérica da época de formação usada no modelo de NFW. Obtemos z_f da simulação quando

$$\sum_i M_i(z_f) = \frac{M_0}{2} \quad (4.7)$$

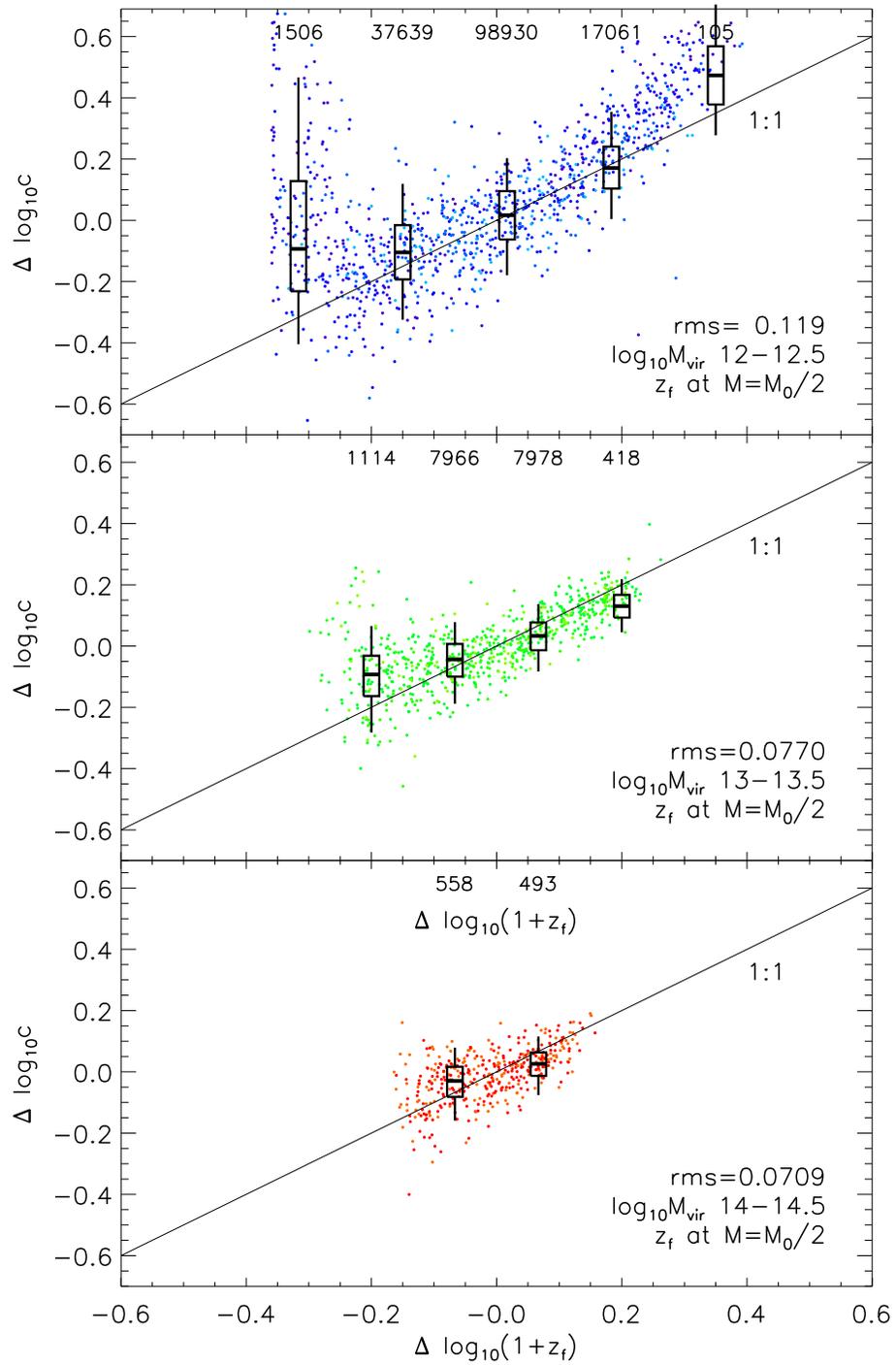


Figura 4.5: Correlação entre os resíduos $\Delta \log_{10} c$ e $\Delta \log_{10}(1+z_f)$ para três intervalos de massa diferentes.

onde $M_i(z) > M_0/10$ inclui todos os progenitores do halo cuja massa é maior que $M_0/10$ no instante z . Por razões de resolução numérica nos *merger trees* dos halos de baixa massa, usamos $f = 0.1$ ao invés de $f = 0.01$ como sugerido originalmente no modelo de Navarro et al. (1997).

A figura 4.6 ilustra cada uma das definições num *merger tree* típico da simulação.

A figura 4.7 mostra a correlação entre a densidade característica do halo $\delta_c(c)$ e as diferentes definições para a época de formação, como discutido acima. A definição de Navarro et al. (1997) é aquela que melhor reproduz a densidade do universo na época de formação (equação 4.3). Este resultado sugere que o espectro de massas dos progenitores, e não apenas o progenitor mais massivo, determina do parâmetro de concentração do halo.

4.3 Correlação entre spin e concentração

Se o parâmetro de concentração dos halos depende das órbitas dos progenitores durante sua formação ou do momento angular total do halo, esperaríamos uma correlação entre o parâmetro de concentração, c , e o spin, λ (definido na seção 2.5).

A figura 4.4 mostra que o valor médio do parâmetro de spin ^{||} é $\lambda \sim 0.03$ e que há uma fraca dependência com a massa para a população de halos relaxados. As cores representando o parâmetro de concentração, não mostram nenhuma dependência clara com λ , apenas a dependência com a massa, discutida anteriormente.

Bailin et al. (2005) e Maccio' et al. (2006) argumentam que há uma anti-correlação entre os parâmetros de spin e concentração. Bailin et al. (2005) usam o formalismo de Mo et al. (1998) de formação de discos de galáxias concluindo que halos pouco concentrados mas com spin alto, seriam o local natural de formação de galáxias de baixo brilho superficial (LSB) concordando com o valor de c inferido das observações (de Blok & Bosma, 2002). Embora o intervalo de massas analisado aqui inclua marginalmente halos de galáxias LSB, tipicamente com massa entre $10^{11} < M/h^{-1}M_\odot < 2 \times 10^{12}$, vimos anteriormente que o parâmetro de concentração em halos não relaxados é artificialmente baixo, por outro lado, e espera-se que o valor de λ seja relativamente alto em halos não relaxados devido ao momento angular

^{||}O parâmetro de spin dos halos foi calculado por Bett et al. (2007).

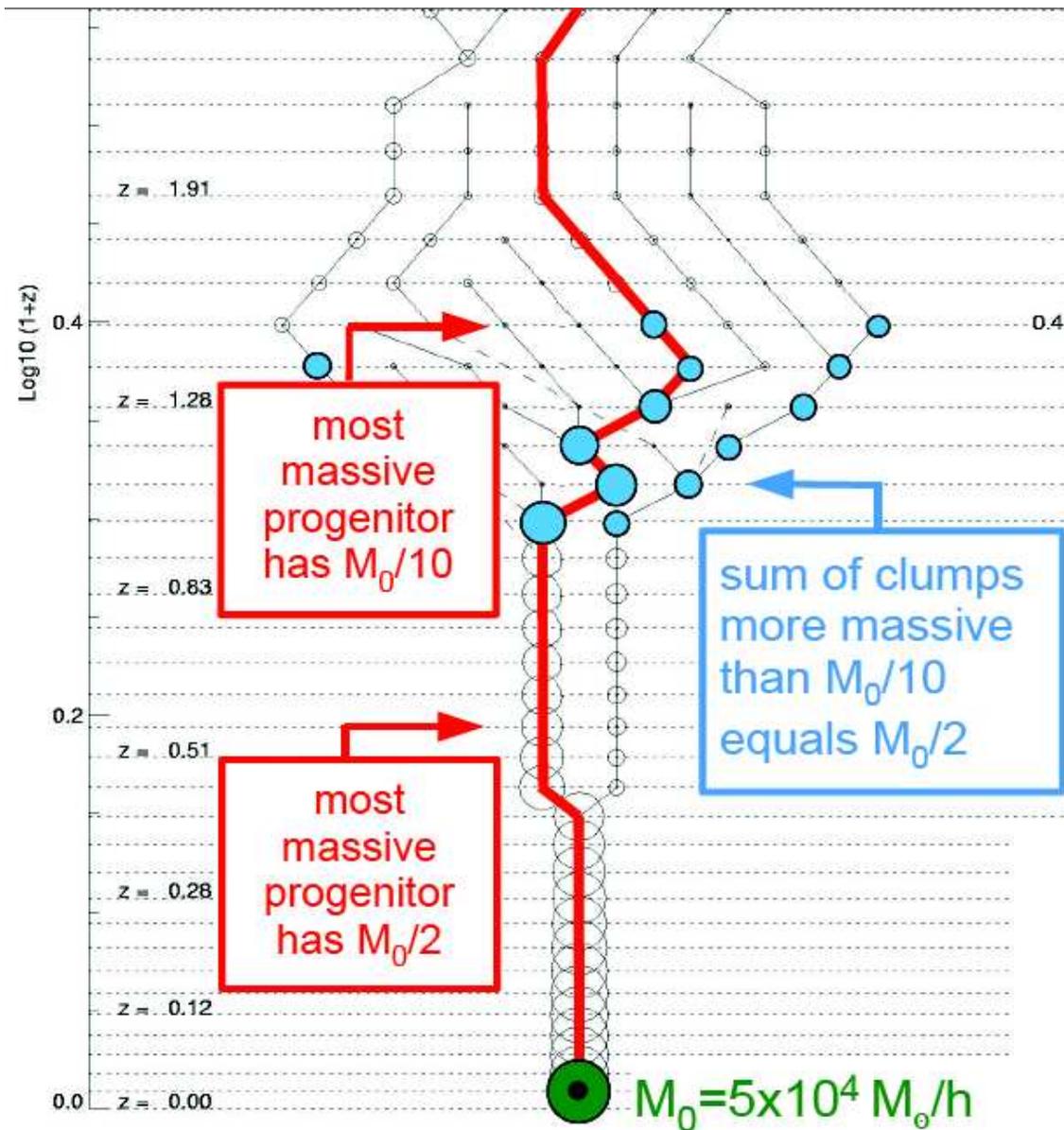


Figura 4.6: Diferentes definições para época de formação (eixo vertical) baseado no histórico de formação extraído da simulação. Apenas progenitores mais massivos que $M_0/100$ são mostrados na figura. A linha vermelha indica o progenitor mais massivo do halo. Os círculos em azul correspondem aos progenitores do halo incluídos no cálculo da época de formação, segundo a definição de Navarro et al. (1997) com $f = 0.1$

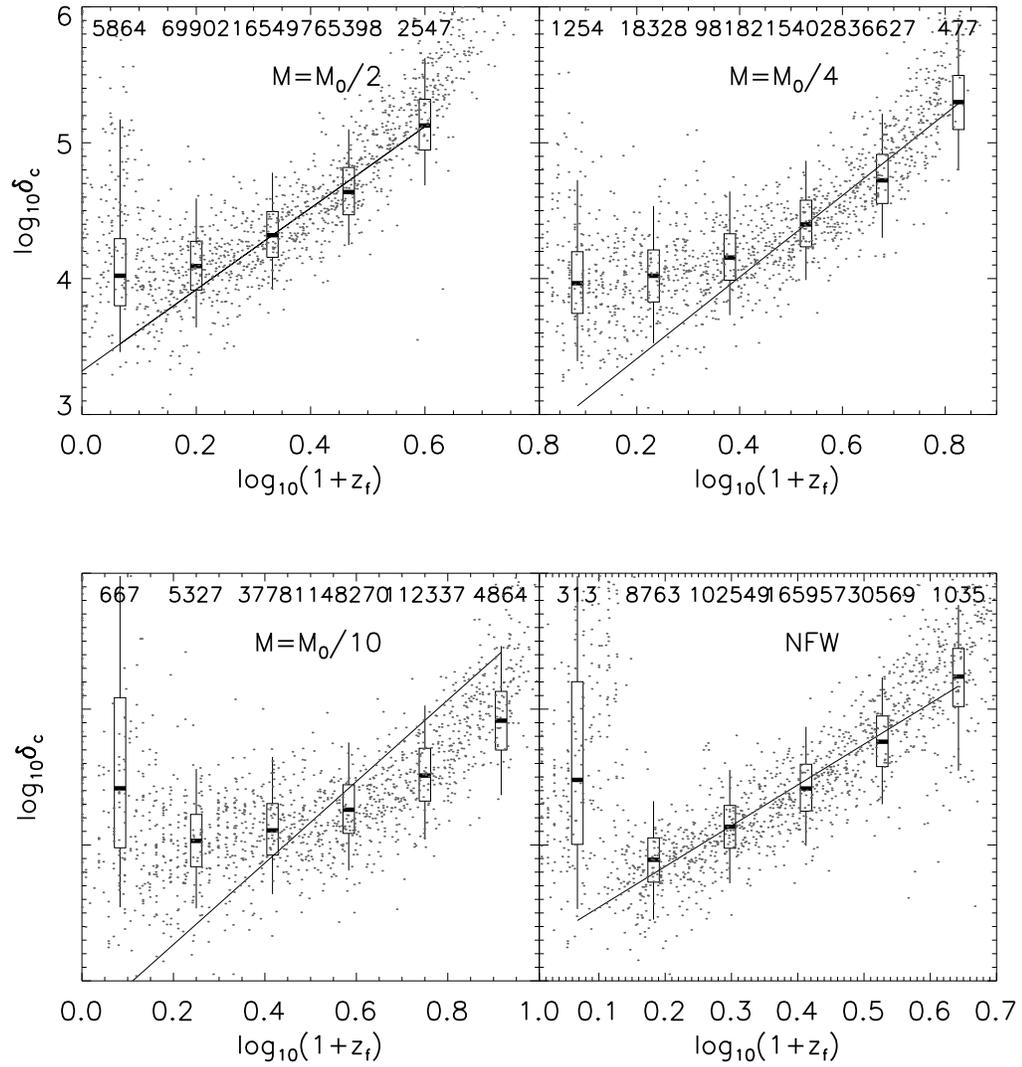


Figura 4.7: Correlação entre a densidade característica do halo e diferentes definições da época de formação. A linha mostra a dependência da densidade média do universo com o fator de escala $\propto (1+z_f)^3$.

orbital das subestruturas. Em função disso, há uma subpopulação de halos na região correspondente do diagrama c vs. λ mostrado na figura 4.8 o que os autores chamam de correlação entre os parâmetro de concentração e spin. No entanto, vimos que o perfil de densidade de NFW não descreve a estrutura interna de halos não relaxados. No caso investigado por Bailin et al. (2005) a aplicação de interesse é a formação de galáxias no centro dos halos, portanto, apenas os resultados estatísticos da população de halos relaxados devem ser considerados. Esse resultado demonstra a importância do critério de seleção desenvolvido no capítulo 3 a fim de interpretar corretamente dados estatísticos da estrutura dos halos.

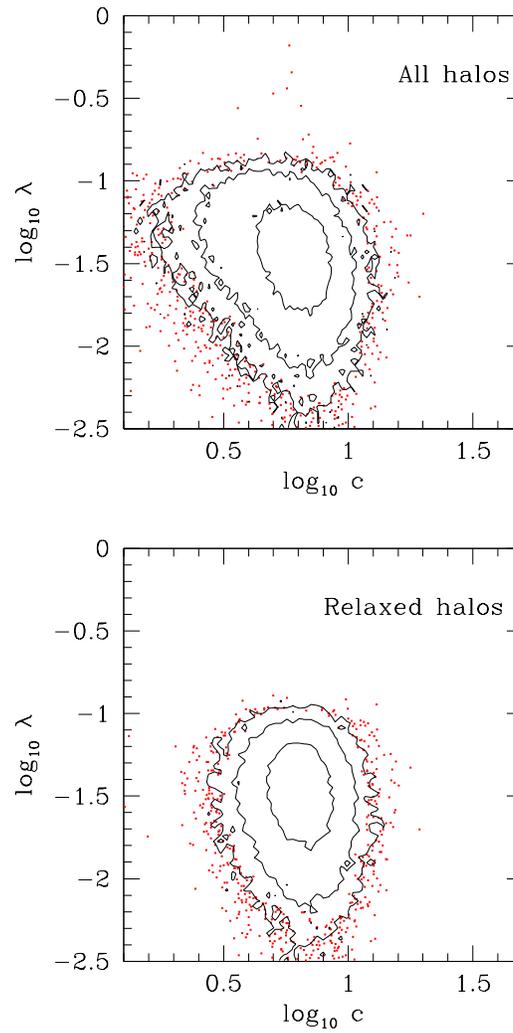


Figura 4.8: Correlação entre os parâmetros de spin e concentração para a população completa (acima) e para a população de halos relaxados (abaixo). A subpopulação de halos pouco concentrados e com spin relativamente alto é removida na população de halos relaxados.

Capítulo 5

Prevendo o parâmetro de concentração a $z=0$

No capítulo 4, investigamos diferentes definições para a época de formação dos halos. A definição que melhor reproduz a proposta de NFW, onde a densidade característica do halo é proporcional ao parâmetro de densidade do universo na época de formação (equação 4.3), leva em conta o espectro de massa dos progenitores do halo e não apenas a curva de acreção de massa do progenitor mais massivo (seção 4.2.1). Portanto a época de formação, sendo definida em termos do histórico de acreção de massa, recupera características do *merger tree* que determinam a estrutura final dos halos. Correlações entre a estrutura dos halos e quantidades que caracterizam o entorno onde os halos se formam também estão codificadas no *merger tree* (Wechsler et al., 2006, Harker et al., 2006). Se é possível medir essa característica pode-se, em princípio, prever a estrutura final dos halos a partir do histórico de acreção de massa.

Wechsler et al. (2002) e Zhao et al. (2003) propuseram modelos para prever o parâmetro de concentração a $z = 0$ a partir da curva $M(z)$ do progenitor mais massivo. Esses modelos relacionam a taxa de acreção de massa com o parâmetro de concentração, como mostramos a seguir. Neste capítulo, implementamos os dois modelos utilizando o *merger tree* da população de halos relaxados e comparamos a previsão do parâmetro de concentração com o valor medido para os mesmos halos no capítulo 4.

Também comparamos o modelo de Navarro et al. (1997) com os modelos estudados neste capítulo.

5.1 O modelo de Wechsler et al. (2002)

Wechsler et al. (2002) mostrou que o histórico de acreção de massa do progenitor mais massivo no plano $\log_{10} M(z)$ vs. z , pode ser aproximado por uma reta com coeficiente angular $-\alpha$ (veja também van den Bosch et al. (2002))

$$\ln M(z) = \ln M_0 - \alpha z \quad (5.1)$$

Portanto, a taxa de acreção de massa $d \ln M(z)/dz$ é considerada constante ao longo de todo o histórico de formação do halo e $\alpha > 0$. Os autores definem a 'época de formação' identificando

$$a_f = \frac{\alpha}{2}$$

Os autores mostram que a_f se correlaciona bem com o parâmetro de concentração c_{vir} medido nas simulações de Bullock et al. (2001) para $z = 0$. Esta correlação é ajustada com a equação

$$c_{\text{vir}} = \frac{c_1}{a_f} \quad (5.2)$$

onde o parâmetro c_1 é calibrado a partir das simulações e pode ser interpretado como a concentração típica de um halo que se forma na época atual. Nas simulações de Bullock et al. (2001), os autores encontram $c_1 = 4.1$. A equação 5.2 permite então prever o parâmetro de concentração do halo a $z = 0$ a partir da taxa de acreção de massa do progenitor mais massivo.

Na implementação do modelo de Wechsler et al. (2002) encontramos $c_1 = 2.26$. Na figura 5.2, comparamos o valor do parâmetro de concentração previsto por esse modelo c_{pred} , com o valor medido a partir do ajuste do perfil de densidade a $z = 0$. O espalhamento medido é $\sigma = \langle (\log_{10}(c/c_{\text{pred}}))^2 \rangle^{1/2} = 0.078$. Como apontado pelos autores, parte do espalhamento observado é causado por incertezas na determinação de α , em particular para 10% dos halos o *merger tree* é relativamente curto estendendo-se de $z = 0$ até $z = 2$ o que dificulta o ajuste da equação 5.1.

5.2 O modelo de Zhao et al. (2003)

Zhao et al. (2003) identificam duas fases com taxa de acreção distintas na curva de acreção de massa $\log_{10} M$ vs. $\log_{10}(1+z)$, uma fase inicial de rápida acreção seguida de uma fase onde a taxa de acreção é menor até a época atual, $z = 0$. A transição entre as duas fases ou *turn point* ocorre numa época característica, z_{tp} .

Os autores mostraram através das simulações, que há uma forte correlação entre o raio de escala, r_s , e a massa interior a esse raio, dada por:

$$\frac{M_s}{M_{s,tp}} = \left(\frac{r_s}{r_{s,tp}} \right)^{3\beta}$$

onde encontraram $\beta = 0.64$ na fase de rápida acreção e $\beta = 0.52$ na fase de acreção mais lenta. Como mostrado pelos autores, esta correlação pode ser usada para encontrar $c(z)$ a partir da equação

$$\frac{[\ln(1+c) - c/(1+c)]c^{-3\beta}}{[\ln(1+c_{tp}) - c_{tp}/(1+c_{tp})]c_{tp}^{-3\beta}} = \left[\frac{(1+z)}{(1+z_{tp})} \right]^{3\beta} \left[\frac{M(z)}{M_{tp}} \right]^{1-\beta}$$

Como estamos interessados no valor de c a $z = 0$, devemos usar $\beta = 0.52$ na equação anterior.

Ao contrário de Wechsler et al. (2002), o modelo de Zhao et al. (2003) não faz suposições sobre a forma da curva de acreção de massa, mas presupõe a existência de duas fases de acreção distintas. Os autores também fornecem um método para encontrar o *turn point*, dado pelo ponto de máximo da função $\ln V_c(z) - \gamma \ln H(z)$ onde $V_c(z) = \sqrt{GM(z)/r(z)}$ é a velocidade circular do halo e $\gamma = -1/4$ como sugerido pelos autores. Com um pouco de álgebra obtemos a seguinte expressão para o *turn point*

$$\max \left\{ \frac{1}{3} \ln M(z) + \frac{1}{2} \ln(1+z) - \frac{\gamma}{2} \ln[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda] \right\} \quad (5.3)$$

Na figura 5.1 mostramos a implementação do método proposto por Zhao et al. (2003) para encontrar o *turning point*, z_{tp} , na curva de acreção de massa do progenitor mais massivo. As curvas mostradas na figura são para halos com massas similares $\sim 10^{12}h^{-1}M_\odot$ e ilustram um caso onde há duas fases de acreção distintas e outro

caso onde essa suposição não se aplica. O parâmetro de concentração medido e o parâmetro de concentração previsto por esse modelo são mostrados na figura 5.2. Em aproximadamente 15% dos casos o ponto de máximo da equação 5.3 é um extremo e, portanto, z_{tp} não pode ser identificado por esse algoritmo. Esses halos não são mostrados na figura 5.2. Em geral, trata-se de halos de baixa massa com $M(z=0) < M(z=z_{\text{tp}})$, ou seja, onde ocorre perda de massa na fase final (ao invés de acreção de massa). Em outros casos, a equação 5.3 apresenta mais de um máximo local, indicando a existência de dois ou mais *turn points* na curva de acreção de massa, contrariamente à proposta do modelo (ver figura 5.1). Outro aspecto que introduz incerteza na determinação de z_{tp} é fato da curva $M(z)$, medida na simulação, ser ruidosa. Para minimizar esse efeito, ajustou-se uma curva de Beziér de grau 2 à curva $M(z)$.

Finalmente, na figura 5.2 comparamos os resultados dos modelos de Wechsler et al. (2002) e Zhao et al. (2003) com o modelo de Navarro et al. (1997). Apesar de cada modelo medir uma característica diferente do histórico de acreção de massa dos halos, o espalhamento entre c_{pred} e o valor de c medido é semelhante nos três casos.

Comparando esse espalhamento com o desvio quadrático médio da relação $c(M)$ medida para os mesmos halos $\sigma_{\text{lg}M} = 0.092$ nenhum dos modelos consegue explicar mais do que $(\sigma_{\text{lg}M}^2 - \sigma^2) / \sigma_{\text{lg}M}^2 \sim 30\%$ da dispersão do parâmetro de concentração em função da massa.

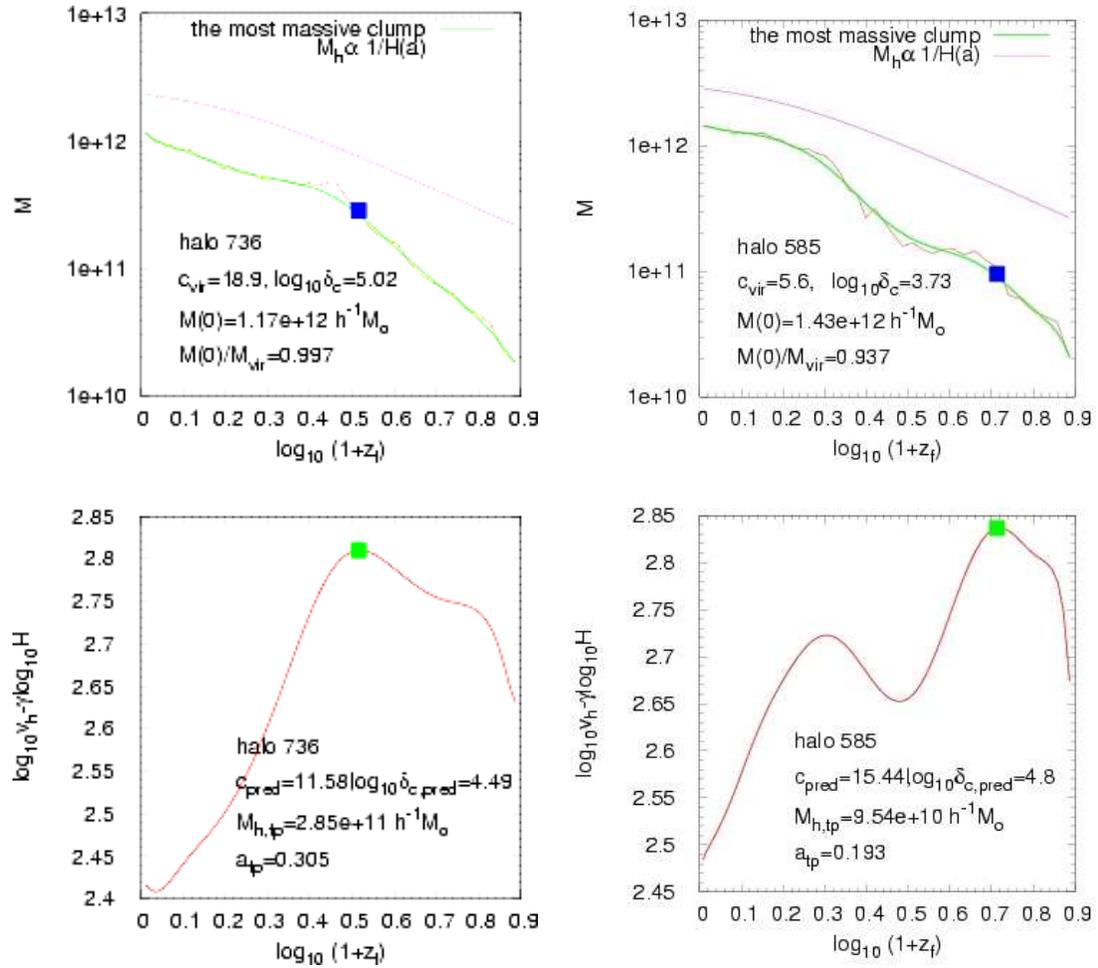


Figura 5.1: Implementação do método proposto por Zhao et al. (2003) (em baixo) para encontrar o *turning point*, z_{tp} , na curva de acreção de massa do progenitor mais massivo (em cima). A curva suave corresponde ao ajuste de uma curva de Beziér a $M(z)$ medida na simulação. Ambas curvas de acreção resultam em halos de massa $\sim 10^{12} h^{-1} M_\odot$ e ilustram um caso onde há duas fases de acreção distintas e outro caso onde a proposta de Zhao et al. (2003) não se aplica. Os parâmetro de concentração medido e previsto são mostrados nos painéis em cima e em baixo respectivamente.

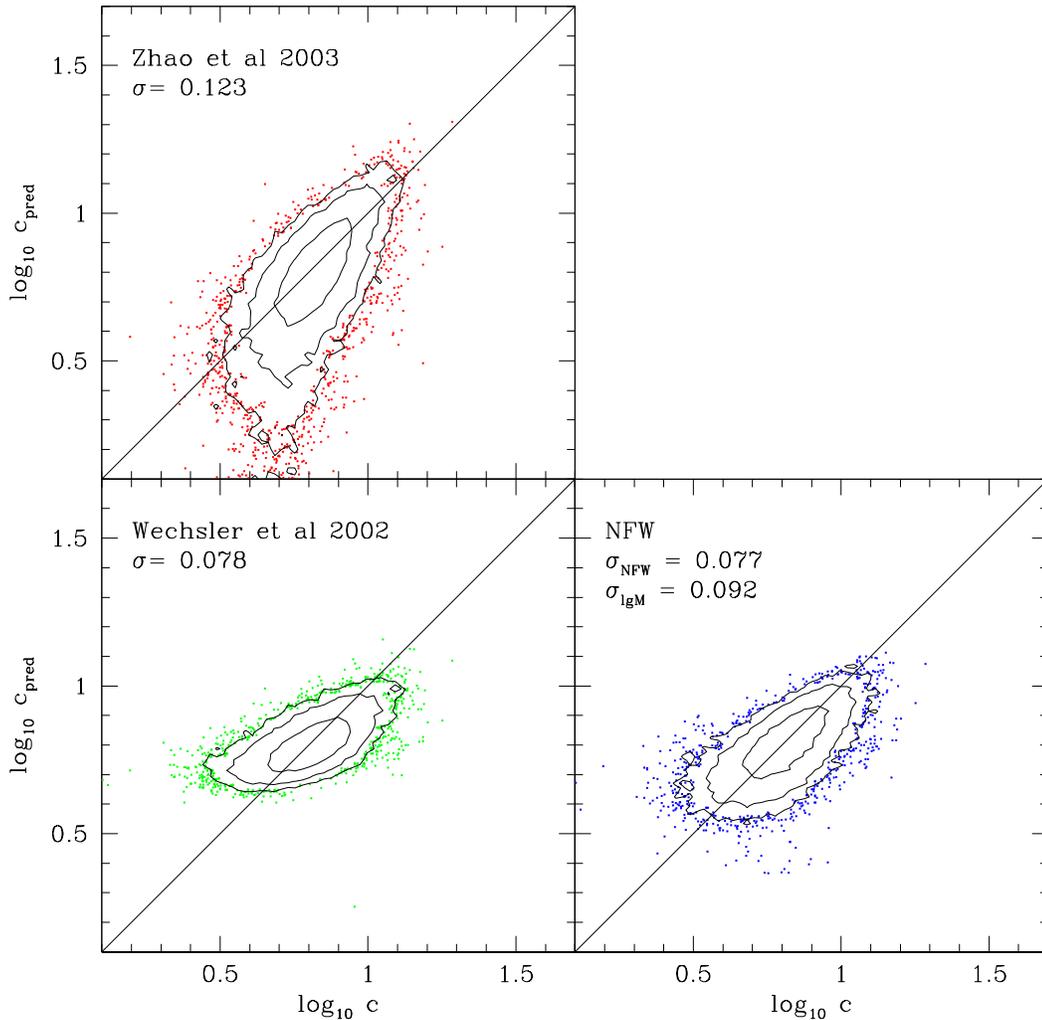


Figura 5.2: Comparação entre os valores do parâmetro de concentração medidos na simulação e as previsões dos modelos de Zhao et al. (2003) (em cima), Wechsler et al. (2002) (em baixo, à esquerda) e Navarro et al. (1997) (em baixo, à direita). Os contornos correspondem a 65%, 95% e 99% dos halos. σ é uma medida do espalhamento, dada pelo desvio quadrático médio em relação aos valores medido e previstos pelos modelos. Enquanto que $\sigma_{\text{lg}M}$ é o desvio quadrático médio da relação $c(M)$ para os mesmos halos.

Capítulo 6

Conclusão

Usamos a *Simulação do Millennium* para investigar a estrutura dos halos de matéria escura formados no modelo Λ CDM. O volume do universo simulado com a resolução numérica da simulação permitiu medir o parâmetro de concentração, o parâmetro de spin, e a época de formação dos halos no intervalo de massa $10^{12} - 10^{15}h^{-1}M_{\odot}$ com alta significância estatística, inclusive no regime onde esses objetos são mais raros. Os dados da *Simulação do Millennium* possibilitaram testar diferentes modelos existentes na literatura para a correlação $c(M)$ bem como diferentes definições para a época de formação através do *merger tree* de cada halo. As principais conclusões desta tese são:

- De acordo com estudos anteriores, o perfil de densidade da população de halos relaxados é ajustado pelo perfil de NFW com boa aproximação. No que diz respeito à resolução, vimos que pelo menos 10^4 partículas são necessárias para ajustar o perfil de densidade no intervalo radial $0.05 - 1r_{\text{vir}}$ minimizando a dispersão no parâmetro de concentração em função da massa dos halos.
- Estudamos a correlação entre o parâmetro de concentração e a massa dos halos, resultantes do ajuste do perfil de NFW. O intervalo de massa analisado se estende a $10^{15}h^{-1}M_{\odot}$ complementando estudos similares. O ajuste da lei de potência para a população de halos relaxados concorda muito bem com o ajuste realizado por Macciò et al. (2007), a saber

$$c_{200} = 5.6(M_{200}/10^{14}h^{-1}M_{\odot})^{-0.098}$$

A combinação dos resultados deste trabalho com os resultados de Macciò et al. (2007) sugere que uma lei de potência com expoente -0.1 descreve a concentração média dos halos num intervalo que varia *seis* ordens de grandeza em massa. Esta concordância é ainda mais surpreendente se considerarmos que os autores analisam halos no intervalo $2 \times 10^9 \ll h^{-1}M_{\odot} \ll 2 \times 10^{13}$. A pequena diferença entre os dois resultados, no que diz respeito à normalização desta correlação, pode ter origem nos critérios usados para selecionar a população de halos relaxados em cada trabalho.

Mostramos que o modelo de Bullock et al. (2001) não reproduz a correlação $c(M)$ no regime de $M \sim 10^{14} - 10^{15}h^{-1}M_{\odot}$, prevendo concentrações menores por um fator dois, pelo menos. Já os modelos de Eke et al. (2001) e NFW97 prevêm concentrações menores no regime de $M \sim 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ por um fator 1.25.

- A dependência entre massa e concentração, apesar de bem estabelecida, é fraca e a dispersão no parâmetro de concentração é significativa, $\sigma_{\log_{10}c} = 0.1$. A distribuição de probabilidade do parâmetro de concentração, fixada a massa, é ajustada por uma função lognormal com boa aproximação para a população de halos relaxados. Este resultado nos permite estimar com boa significância estatística a fração de halos com parâmetro de concentração não usuais para o modelo Λ CDM.
- Mostramos que na população de halos relaxados, não há correlação entre o parâmetro de concentração e o parâmetro de spin contrariamente ao resultado de Bailin et al. (2005).
- Investigamos formas de explicar a dispersão no parâmetro de concentração a partir da diferença na época de formação entre halos de massas similares. Testamos algumas definições plausíveis para a época de formação dos halos. Concluimos que a definição que leva em conta a distribuição de progenitores, e não apenas o progenitor mais massivo, concorda melhor com a idéia de que a densidade característica do halo é proporcional a densidade média do universo na época de formação.
- Comparamos os modelos de Zhao et al. (2003) e Wechsler et al. (2002) e uma variação do modelo de NFW97. Concluimos que, apesar de haver uma correlação forte entre o parâmetro de concentração medido na simulação e o parâmetro

de concentração previsto pelos modelos, ainda há uma dispersão significativa. Nenhum desses modelos é capaz de explicar mais que 30% da dispersão medida na correlação entre massa e concentração. Este resultado sugere que grande parte dessa dispersão é intrínseca às simplificações que fizemos. Ao considerar um perfil de densidade radial e ao supor que a curva de acreção de massa do progenitor mais massivo apresenta determinadas características, não conseguimos recuperar todos os aspectos da formação do halo. No entanto, a riqueza de detalhes presente no histórico de formação extraído das simulações, nos desafia a propor modelos cada vez melhores. Em particular, constatamos que algumas suposições presentes na teoria EPS não são válidas. A curva de acreção de massa do progenitor mais massivo não é sempre crescente e o histórico de formação depende do entorno onde o halo se forma, caracterizado, por exemplo, pela densidade média local nessa escala de tamanho.

A precisão com que os parâmetros cosmológicos são determinados atualmente, requer simulações cada vez maiores e com maior resolução a fim de quantificar as previsões do modelo Λ CDM no regime não-linear. A principal contribuição da *Simulação do Millennium* neste trabalho é no sentido de fornecer um grande número de halos, com boa resolução numérica. Isso permitiu investigar estatisticamente a estrutura dos halos, principalmente no regime de altas massas, pouco explorado em trabalhos anteriores. A *Simulação do Millennium* utilizou os parâmetros cosmológicos obtidos da análise conjunta dos dados do primeiro ano do experimento WMAP (WMAP1) e do 2dFGRS. Recentemente, Maccio' et al. (2008) investigou a dependência da estrutura dos halos com pequenas variações nos parâmetros cosmológicos a partir dos resultados dos experimentos WMAP1, WMAP3 e WMAP5. Assim, estabelecem-se vínculos cada vez mais robustos ao modelo Λ CDM à medida que estes resultados são comparados às observações astronômicas.

Apêndice A

Rotina para conversão de pares (M_{Δ}, c_{Δ})

Com o intuito de facilitar a comparação dos resultados com trabalhos que utilizam outro valor para o contraste de densidade não linear Δ , dispomos de uma rotina para conversão dos pares (M_{Δ}, c_{Δ}) obtidos a partir do ajuste do perfil de densidade de NFW (ver seção 2.3.1).

A rotina, bem como valores da relação média $c(M_{200})$, para a população de halos relaxados e para a população completa (equações 4.1 e 4.2) encontram-se disponíveis no endereço eletrônico <http://www.icc.dur.ac.uk/~fausti>, como reproduzido a seguir.

The Statistics of LCDM Halo Concentrations

Angelo F. Neto, Liang Gao, Philip Bett, Shaun Cole, Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, Simon D.M. White, Volker Springel, Adrian Jenkins

[arXiv:0706.2919](https://arxiv.org/abs/0706.2919)

Supplementary material

Mass-Concentration relation for the relaxed and complete halo samples:

[neto07_rel.dat](#)
[neto07_all.dat](#)

These data files were obtained from equations 4 and 5 and are valid within the mass range analysed in the paper.

CM Code - converting mass-concentration pairs in one density contrast to another.

In simulations, a dark matter halo is identified by a density contrast $\Delta = \bar{\rho}(r)/\rho_{\text{crit}}$ about its centre position. This defines implicitly the halo mass and limiting radius r_Δ ,

$$M(r) \Big|_{r=r_\Delta} = \frac{4}{3}\pi\Delta\rho_{\text{crit}}r_\Delta^3$$

Thus the mass-concentration relation depends on the arbitrary choice of Δ .

Assuming a NFW profile CM code uses the following procedure for converting from density contrast Δ to Δ' :

1. compute $r_s = r_\Delta/c$
2. solve $\bar{\rho}(r; c, r_\Delta) = \Delta'\rho_{\text{crit}}$ for r'_Δ
3. then $c' = r'_\Delta/r_s$

Unpack [cm.tar.gz](#) file. Run `make` for compiling and `cm -h` for help.

Example 1: convert [neto07_rel.dat](#) from $\Delta = 200$ to $\Delta = 100$ and write the result to [neto07_rel_100.dat](#) file

```
% ./cm -i 200 -o 100 < neto07_rel.dat > neto07_rel_100.dat
```

Example 2: convert a m, c pair at command line from $\Delta = 200$ to $\Delta = 100$:

```
% ./cm -i 200 -o 100
Input density contrast = 200
Output density contrast = 100
1e14 4
<Ctrl+d>
```

Figura A.1: Rotina para conversão de pares (M_Δ, c_Δ) - <http://www.icc.dur.ac.uk/~fausti>

Apêndice B

Valores de referência na *Simulação do Millennium*

A tabela a seguir lista para cada *snapshot* da simulação os valores correspondentes do fator de escala do universo a , do *redshift* $z = 1/a - 1$, da idade do universo T_{age} , da distância comóvel D_c , da distância angular D_A , da distância de luminosidade D_L e a diferenças entres dois *snapshots* de ΔT e ΔD_c .

A idade do universo é calculada a partir das equações de Friedman pela expressão (Lahav et al., 1991),

$$T_{\text{age}} = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{a^{1/2} da}{[\Omega_{\Lambda,0} a^3 + (1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0})a + \Omega_{m,0}]^{1/2}}$$

D_c é a distância entre um objeto na época atual do universo ($a = 1$) e um objeto observado quando o fator de escala do universo é a (e.g, Dodelson (2003))

$$D_c(a) = \int_a^1 \frac{da}{a^2 H(a)}$$

O ângulo subtendido por um objeto de tamanho comóvel l/a à distância comóvel $D_c(a)$ é $\theta = (l/a)/D_c(a)$. Dado que $\theta \ll 1$, a distância angular é dada por $D_A = l/\theta = aD_c(a)$.

APÊNDICE B. VALORES DE REFERÊNCIA NA SIMULAÇÃO DO MILLENNIUM 67

A distância de luminosidade é definida como $D_L = D_c/a$ relacionando a luminosidade intrínseca emitida por objeto com o fluxo recebido levando em conta a expansão do universo.

APÊNDICE B. VALORES DE REFERÊNCIA NA SIMULAÇÃO DO MILLENNIUM 68

Snapshot	a	z	T_{age} [Gyr]	D_c [Mpc]	D_A [Mpc]	D_L [Mpc]	ΔT [Gyr]	ΔD_c [Mpc]
0	0.0078	127.0000	0.0124	13159.442	102.808	1684408.578		
1	0.0123	79.9979	0.0246	12786.155	157.858	1035651.667	0.0122	373.287
2	0.0196	49.9996	0.0491	12311.159	241.397	627864.111	0.0246	474.996
3	0.0323	30.0001	0.1037	11661.059	376.162	361493.550	0.0546	650.101
4	0.0478	19.9157	0.1871	11019.618	526.859	230482.905	0.0834	641.441
5	0.0520	18.2437	0.2120	10866.859	564.696	209118.820	0.0249	152.759
6	0.0564	16.7245	0.2399	10709.717	604.231	189824.643	0.0278	157.143
7	0.0612	15.3431	0.2709	10548.204	645.423	172390.073	0.0310	161.513
8	0.0663	14.0859	0.3054	10382.348	688.215	156627.216	0.0345	165.856
9	0.0717	12.9408	0.3438	10212.157	732.538	142365.425	0.0384	170.192
10	0.0775	11.8966	0.3864	10037.619	778.317	129450.857	0.0426	174.537
11	0.0837	10.9439	0.4335	9858.828	825.430	117752.497	0.0471	178.792
12	0.0903	10.0735	0.4856	9675.737	873.777	107143.900	0.0521	183.091
13	0.0973	9.2779	0.5430	9488.481	923.191	97521.800	0.0574	187.256
14	0.1047	8.5499	0.6062	9297.062	973.523	88786.131	0.0632	191.419
15	0.1126	7.8832	0.6756	9101.570	1024.582	80851.103	0.0694	195.492
16	0.1209	7.2722	0.7517	8902.122	1076.151	73640.027	0.0761	199.449
17	0.1297	6.7116	0.8349	8698.764	1128.012	67081.274	0.0833	203.358
18	0.1389	6.1968	0.9259	8491.621	1179.911	61112.780	0.0909	207.143
19	0.1487	5.7239	1.0249	8280.859	1231.562	55679.369	0.0991	210.762
20	0.1590	5.2888	1.1327	8066.579	1282.683	50729.374	0.1078	214.279
21	0.1698	4.8884	1.2496	7848.990	1332.947	46218.381	0.1169	217.589
22	0.1812	4.5196	1.3763	7628.218	1382.035	42104.375	0.1266	220.772
23	0.1931	4.1795	1.5131	7404.506	1429.588	38351.407	0.1368	223.712
24	0.2055	3.8657	1.6606	7178.076	1475.245	34926.241	0.1475	226.430
25	0.2185	3.5759	1.8192	6949.149	1518.639	31798.645	0.1586	228.927
26	0.2321	3.3081	1.9895	6717.998	1559.389	28941.795	0.1702	231.150
27	0.2463	3.0604	2.1717	6484.930	1597.109	26331.535	0.1822	233.068
28	0.2610	2.8312	2.3662	6250.264	1631.419	23945.902	0.1945	234.667
29	0.2763	2.6189	2.5734	6014.346	1661.944	21765.084	0.2072	235.918
30	0.2922	2.4220	2.7934	5777.522	1688.325	19770.934	0.2200	236.824
31	0.3087	2.2395	3.0265	5540.208	1710.212	17947.422	0.2330	237.314
32	0.3257	2.0700	3.2726	5302.812	1727.285	16279.778	0.2461	237.396
33	0.3433	1.9126	3.5318	5065.790	1739.248	14754.786	0.2592	237.022
34	0.3615	1.7663	3.8038	4829.586	1745.842	13360.258	0.2721	236.204
35	0.3802	1.6303	4.0886	4594.683	1746.848	12085.259	0.2847	234.904
36	0.3994	1.5036	4.3856	4361.554	1742.088	10919.747	0.2970	233.128
37	0.4192	1.3857	4.6944	4130.714	1731.434	9854.720	0.3088	230.840
38	0.4394	1.2758	5.0144	3902.645	1714.811	8881.821	0.3200	228.069
39	0.4601	1.1734	5.3448	3677.841	1692.193	7993.483	0.3305	224.804
40	0.4813	1.0779	5.6849	3456.778	1663.612	7182.750	0.3401	221.064
41	0.5028	0.9887	6.0337	3239.904	1629.150	6443.224	0.3488	216.873
42	0.5248	0.9055	6.3901	3027.680	1588.948	5769.130	0.3564	212.224
43	0.5471	0.8277	6.7531	2820.478	1543.185	5154.985	0.3630	207.202
44	0.5698	0.7550	7.1215	2618.687	1492.099	4595.889	0.3683	201.791
45	0.5927	0.6871	7.4940	2422.622	1435.961	4087.227	0.3725	196.065
46	0.6159	0.6236	7.8694	2232.570	1375.082	3624.778	0.3754	190.052
47	0.6393	0.5642	8.2464	2048.767	1309.805	3204.633	0.3770	183.803
48	0.6629	0.5086	8.6238	1871.410	1240.502	2823.194	0.3774	177.356
49	0.6865	0.4566	9.0004	1700.642	1167.561	2477.117	0.3766	170.768
50	0.7103	0.4079	9.3750	1536.568	1091.391	2163.334	0.3745	164.074
51	0.7340	0.3623	9.7463	1379.245	1012.409	1879.001	0.3713	157.323
52	0.7577	0.3197	10.1133	1228.707	931.048	1621.529	0.3670	150.538
53	0.7814	0.2798	10.4750	1084.930	847.733	1388.496	0.3617	143.777
54	0.8048	0.2425	10.8303	947.881	762.901	1177.713	0.3553	137.049
55	0.8281	0.2075	11.1783	817.488	676.981	987.157	0.3480	130.393
56	0.8511	0.1749	11.5181	693.661	590.401	814.981	0.3398	123.827
57	0.8738	0.1444	11.8490	576.288	503.580	659.495	0.3309	117.373
58	0.8962	0.1159	12.1702	465.241	416.926	519.155	0.3212	111.047
59	0.9180	0.0893	12.4811	360.392	330.851	392.570	0.3109	104.849
60	0.9394	0.0645	12.7810	261.596	245.747	278.467	0.2999	98.796
61	0.9602	0.0414	13.0695	168.695	161.988	175.680	0.2884	92.901
62	0.9805	0.0199	13.3459	81.550	79.956	83.175	0.2764	87.146
63	1.0000	0.0000	13.6098	0.000	0.000	0.000	0.2640	81.550

Referências

BAILIN, J.; POWER, C.; GIBSON, B. K.; STEINMETZ, M. How concentrated are the haloes of low surface brightness galaxies in the cold dark matter model? **ArXiv Astrophysics e-prints**, v. 64, Feb. 2005.

BAUGH, C. M. A primer on hierarchical galaxy formation: the semi-analytical approach. **Reports of Progress in Physics**, London, v. 69, p. 3101-3156, Dec. 2006.

BERTSCHINGER, E. Self-similar secondary infall and accretion in an Einstein-de Sitter universe. **Astrophysical Journal Supplement Series**, Chicago, v. 58, n. 1, p. 39-65, May 1985. pt. 1.

BETT, P.; EKE, V.; FRENK, C. S.; JENKINS, A.; HELLY, J.; NAVARRO, J. The spin and shape of dark matter haloes in the millennium simulation of a Λ cold dark matter universe. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 376, p. 215-232, Mar. 2007.

BINNEY, J.; TREMAINE, S. **Galactic dynamics**. Princeton: Princeton University Press, 1987.

BLOK, W. J. G. de; BOSMA, A. High-resolution rotation curves of low surface brightness galaxies. **Astronomy and Astrophysics**, Les Ulis, v. 385, n. 3, p. 816-846, Apr. 2002.

BOND, J. R.; COLE, S.; EFSTATHIOU, G.; KAISER, N. Excursion set mass functions for hierarchical gaussian fluctuations. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 379, n. 2, p. 440-460, Oct. 1991. pt. 1.

BOSCH, F. C. van der; ABEL, T.; CROFT, R. A. C.; HERNQUIST, L.; WHITE, S. D. M. The angular momentum of gas in protogalaxies. I. Implications for the formation of disk galaxies. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 576, n. 1, p. 21-35, Sept. 2002. pt. 1.

BOWER, R. G. The evolution of groups of galaxies in the Press-Schechter formalism. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 248, n. 2, p. 332-352, Jan. 1991.

BULLOCK, J. S.; KOLATT, T. S.; SIGAD, Y.; SOMERVILLE, R. S.; KRAVTSOV, A. V.; KLYPIN, A. A.; PRIMACK, J. R.; DEKEL, A. Profiles of dark haloes:

evolution, scatter and environment. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 321, p. 559-575, Mar. 2001.

COLE, S.; LACEY, C. G.; BAUGH, C. M.; FRENK, C. S. Hierarchical galaxy formation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 319, n. 1, p. 168-204, Nov. 2000.

COLLESS, M.; DALTON, G.; MADDOX, S.; SUTHERLAND, W.; NORBERG, P.; COLE, S.; BLAND-HAWTHORN, J.; BRIDGES, T.; CANNON, R.; COLLINS, C.; COUCH, W.; CROSS, N.; DEELEY, K.; DE PROPRIIS, R.; DRIVER, S. P.; EFSTATHIOU, G.; ELLIS, R. S.; FRENK, C. S.; GLAZEBROOK, K.; JACKSON, C.; LAHAV, O.; LEWIS, I.; LUMSDEN, S.; MADGWICK, D.; PEACOCK, J. A.; PETERSON, B. A.; PRICE, I.; SEABORNE, M.; TAYLOR, K. The 2dF galaxy redshift survey: spectra and redshifts. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 328, p. 1039-1063, Dec. 2001.

CRONE, M. M.; EVRARD, A. E.; RICHSTONE, D. O. The cosmological dependence of cluster density profiles. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 434, n. 2, p. 402-416, Oct. 1994. pt. 1.

DAVIS, M.; EFSTATHIOU, G.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 292, n. 2, p. 371-394, May 1985. pt 1.

DODELSON, S. **Modern cosmology**. New Delhi: Academic Press, 2003.

DUBINSKI, J.; CARLBERG, R. G. The structure of cold dark matter halos. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 378, n. 2, p. 496-503, Sept. 1991. pt. 1.

EKE, V. R.; COLE, S.; FRENK, C. S. Cluster evolution as a diagnostic for Ω . **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 282, n. 1, p. 263-280, Sept. 1996.

EKE, V. R.; NAVARRO, J. F.; STEINMETZ, M. The power spectrum dependence of dark matter halo concentrations. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 554, n. 1, p. 114-125, June 2001. pt. 1.

FILLMORE, J. A.; GOLDBREICH, P. Self-similar gravitational collapse in an expanding universe. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 281, n. 1, p. 1-8, June 1984. pt. 1.

FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M.; DAVIS, M.; EFSTATHIOU, G. The formation of dark halos in a universe dominated by cold dark matter. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 327, n. 2, p. 507-525, Apr. 1988. pt. 1.

GAO, L.; NAVARRO, J. F.; COLE, S.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M.; SPRINGEL, V.; JENKINS, A.; NETO, A. F. The redshift dependence of the structure of massive Λ cold dark matter haloes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 387, p. 536-544, June 2008.

GAO, L.; SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. M. The age dependence of halo clustering. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 363, p. L66-L70, Oct. 2005.

GAO, L.; WHITE, S. D. M.; JENKINS, A.; STOEHR, F.; SPRINGEL, V. The subhalo populations of Λ CDM dark haloes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 355, n. 1, p. 819-834, Dec. 2004.

GUNN, J. E.; GOTT, J. R. On the infall of matter into clusters of galaxies and Some effects on their evolution. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 176, n. 1, p. 1-19, Aug. 1972. pt. 1.

HARKER, G.; COLE, S.; HELLY, J.; FRENK, C.; JENKINS, A. A marked correlation function analysis of halo formation times in the Millennium Simulation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 367, n. 1, p. 1039-1049, Apr. 2006.

HELLY, J. C.; COLE, S.; FRENK, C. S.; BAUGH, C. M.; BENSON, A.; LACEY, C. Galaxy formation using halo merger histories taken from N-body simulations. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 338, n. 1, p. 903-912, Feb. 2003.

HENRY, J. P.; EVRARD, A. E.; HOEKSTRA, H.; BABUL, A.; MAHDAVI, A. The X-ray Cluster Normalization of the Matter Power Spectrum. **ArXiv Astrophysics e-prints**, Sept. 2008.

HERNQUIST, L. An analytical model for spherical galaxies and bulges. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 356, n. 1, p. 359-364, June 1990. pt. 1.

JING, Y. P. The Density Profile of Equilibrium and Nonequilibrium Dark Matter Halos. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 535, n. 1, p. 30-36, May 2000. pt. 1.

LACEY, C.; COLE, S. Merger rates in hierarchical models of galaxy formation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 262, n. 3, p. 627-649, June 1993.

LAHAV, O.; LILJE, P. B.; PRIMACK, J. R.; REES, M. J. Dynamical effects of the cosmological constant. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 251, n. 1, p. 128-136, July 1991.

LIMOUSIN, M.; RICHARD, J.; JULLO, E.; KNEIB, J.-P.; FORT, B.; SOUCAIL, G.; ELIASD OTTIR, A.; NATARAJAN, P.; ELLIS, R. S.; SMAIL, I.; CZOSKE, O.; SMITH, G. P.; HUDELLOT, P.; BARDEAU, S.; EBELING, H.; EGAMI, E.; KNUDSEN, K. K. Combining strong and weak gravitational lensing in abell 1689. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 668, n. 1, p. 643-666, Oct. 2007. pt. 1.

LYNDEN-BELL, D. Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 136, n. 1, p. 101-121, May 1967.

MACCIO', A. V.; DUTTON, A. A.; VAN DEN BOSCH, F. C. Concentration, spin and shape of dark matter haloes as a function of the cosmological model: WMAP1, WMAP3 and WMAP5 results. **ArXiv Astrophysics e-prints**, May 2008.

MACCIO, A. V.; DUTTON, A. A.; BOSCH, F. C. van den; MOORE, B.; POTTER, D.; STADEL, J. Concentration, spin and shape of dark matter haloes: scatter and the dependence on mass and environment. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 378, n. 1, p. 55-71, June 2007.

MERRITT, D.; NAVARRO, J. F.; LUDLOW, A.; JENKINS, A. A universal density profile for Dark and luminous matter? **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 624, p. L85-L88, May 2005. pt. 2.

MO, H. J.; MAO, S.; WHITE, S. D. M. The formation of galactic discs. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 295, n. 2, p. 319-336, Apr. 1998.

MOORE, B.; GHIGNA, S.; GOVERNATO, F.; LAKE, G.; QUINN, T.; STADEL, J.; TOZZI, P. Dark matter substructure within galactic halos. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 524, n. 1, p. L19-L22, Oct. 1999. pt. 2.

NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. The assembly of galaxies in a hierarchically clustering universe. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 275, n. 1, p. 56-66, July 1995.

NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. The structure of cold dark matter halos. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 462, n. 2, p. 563-575, May 1996. pt. 1.

NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. A universal density profile from hierarchical clustering. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 490, n. 2, p. 493-508, Dec. 1997.

NAVARRO, J. F.; HAYASHI, E.; POWER, C.; JENKINS, A. R.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M.; SPRINGEL, V.; STADEL, J.; QUINN, T. R. The inner structure of Λ CDM haloes, universality and asymptotic slopes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 349, p. 1039-1051, Apr. 2004.

NOLTA, M. R.; DUNKLEY, J.; HILL, R. S.; HINSHAW, G.; KOMATSU, E.; LARSON, D.; PAGE, L.; SPERGEL, D. N.; BENNETT, C. L.; GOLD, B.; JAROSIK, N.; ODEGARD, N.; WEILAND, J. L.; WOLLACK, E.; HALPERN, M.; KOGUT, A.; LIMON, M.; MEYER, S. S.; TUCKER, G. S.; WRIGHT, E. L. Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: angular power spectra. **ArXiv Astrophysics e-prints**, Mar. 2008.

PARKINSON, H.; COLE, S.; HELLY, J. Generating dark matter halo merger trees. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 383, n. 1, p. 557-564, Jan. 2008.

PEACOCK, J. A. **Cosmological physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

PEACOCK, J. A.; HEAVENS, A. F. Alternatives to the Press-Schechter cosmological mass function. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 243, n. 1, p. 133-143, Mar. 1990.

PERCIVAL, W. J. The build-up of haloes within press-schechter theory. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 327, n. 1, p. 1313-1322, Nov. 2001.

POWER, C.; NAVARRO, J. F.; JENKINS, A.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M.; SPRINGEL, V.; STADEL, J.; QUINN, T. The inner structure of Λ CDM haloes - I. A numerical convergence study. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 338, n. 1, p. 14-34, Jan. 2003.

PRESS, W. H.; SCHECHTER, P. Formation of galaxies and clusters of galaxies by self-similar gravitational condensation. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 187, n. 3, p. 425-438, Feb. 1974. pt. 1.

SHAW, L. D.; WELLER, J.; OSTRIKER, J. P.; BODE, P. The statistics of physical properties of dark matter clusters. **Bulletin of the American Astronomical Society**, Washington, v. 37, n. 1, p. 1330-1347, Dec. 2005.

SHETH, R. K.; MO, H. J.; TORMEN, G. Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Chicago, v. 323, n. 1, p. 1-12, May 2001.

SPERGEL, D. N.; VERDE, L.; PEIRIS, H. V.; KOMATSU, E.; NOLTA, M. R.; BENNETT, C. L.; HALPERN, M.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; KOGUT, A.; LIMON, M.; MEYER, S. S.; PAGE, L.; TUCKER, G. S.; WEILAND, J. L.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. L. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: determination of cosmological parameters. **Astrophysical Journal Supplement Series**, Chicago, v. 148, p. 175-194, Sept. 2003.

SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. M.; JENKINS, A.; FRENK, C. S.; YOSHIDA, N.; GAO, L.; NAVARRO, J.; THACKER, R.; CROTON, D.; HELLY, J.; PEACOCK, J. A.; COLE, S.; THOMAS, P.; COUCHMAN, H.; EVRARD, A.; COLBERG, J.; PEARCE, F. Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. **Nature**, v. 435, p. 629-636, June 2005.

SPRINGEL, V.; YOSHIDA, N.; WHITE, S. D. M. GADGET: A code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. **New Astronomy**, Amsterdam, 9-117, Apr. 2001.

THOMAS, P. A.; MUANWONG, O.; PEARCE, F. R.; COUCHMAN, H. M. P.; EDGE, A. C.; JENKINS, A.; ONUORA, L. A simulated τ CDM cosmology cluster catalogue: the NFW profile and the temperature-mass scaling relations. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 324, n. 1, p. 450-462, June 2001.

VOIGT, L. M.; FABIAN, A. C. Galaxy cluster mass profiles. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 368, n. 1. p. 518-533, May 2006.

WECHSLER, R. H.; BULLOCK, J. S.; PRIMACK, J. R.; KRAVTSOV, A. V.; DEKEL, A. Concentrations of dark halos from their assembly histories. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 568, n. 1, p. 52-70, Mar. 2002. pt. 1.

WECHSLER, R. H.; ZENTNER, A. R.; BULLOCK, J. S.; KRAVTSOV, A. V.; ALLGOOD, B. The dependence of halo clustering on halo formation history, concentration, and occupation. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 652, n. 1, p. 71-84, Nov. 2006.

WHITE, S. D. M. Violent relaxation in hierarchical clustering. In: LAHAV, O.; TERLEVICH, E.; TERLEVICH, R. J. (Eds.). **Gravitational dynamics**. Cambridge: LAHAV, O.; TERLEVICH, E.; TERLEVICH, R. J., 121-134.

WHITE, S. D. M.; ZARITSKY, D. Models for galaxy halos in an open universe. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 394, n. 1, p. 1-6, July 1992. pt. 1.

ZENTNER, A. R.; BERLIND, A. A.; BULLOCK, A. V., J. S. KRAVTSOV; WECHSLER, R. H. The physics of galaxy clustering. I. A model for subhalo

populations. **Astrophysical Journal**, Chicago, v. 624, n. 1, p. 505-525, May 2005. pt. 1.

ZHAO, D. H.; MO, H. J.; JING, Y. P.; BÖRNER, G. The growth and structure of dark matter haloes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, v. 339, p. 12-24, Feb. 2003.