

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

TRANSIÇÕES DE FASE HÁDRON-QUARK EM
ESTRELAS DE NÊUTRONS

Rosana de Oliveira Gomes

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. César Augusto Zen Vasconcellos e a co-orientação do Prof. Dr. Dimiter Hadjimichef, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre
Dezembro - 2011

Agradecimentos

“Se enxerguei longe, foi porque me apoiei nos ombros de gigantes” (Sir Isaac Newton).

Meus sinceros agradecimentos a todos os gigantes que me emprestaram seus ombros nesse caminho:

- Ao meu orientador, César A. Zen Vasconcellos, por ter me acolhido no grupo de Física de Hádrons quando eu começava a pensar que não me enquadrava em nenhum grupo do Instituto de Física da UFRGS. Por durante todo o período do desenvolvimento desse trabalho estar sempre disposto a esclarecer dúvidas, dar conselhos e abrir portas dentro da nossa área. Por sempre se preocupar com a formação de seus alunos, de acreditar neles sem restrições e, principalmente, pelo respeito e paciência com que trata não apenas seus alunos, mas todas as pessoas de seu convívio: *obrigada! É um privilégio ser sua aluna!*
- Ao meu co-orientador Dimiter Hadjimichef pelos conhecimentos transmitidos de forma tão competente e ao mesmo tempo simpática.
- Aos meus colegas do Grupo de Física de Hádrons, Tarso Franarin, Alberto Sperotto, Moisés Razeira e Alexandre Mesquita pelas conversas, conselhos e risadas, e por sempre me ajudarem quando precisei.
- Eu nunca teria me formado em Física, ou sequer chegado ao IF-UFRGS se não fosse pelo apoio incondicional de meus pais, Marisa Cristino de Oliveira e Guaraci da Costa Gomes. Pelo carinho, orgulho e preocupação que vocês têm por mim; por nunca terem me desestimulado a seguir uma carreira incomum e, às vezes, tão complicada para mulheres; por todos os esforços, e mesmo sacrifícios, que vocês tiveram que fazer para que eu pudesse apenas me concentrar nos meus estudos durante todos esses anos: *tenham certeza que o mesmo orgulho que vocês têm por mim, eu tenho por vocês! Obrigada por tudo! Eu amo vocês!*
- À todos aqueles da minha família que sempre torceram e acreditaram em mim.

- À minha segunda família, os *Caminha Carvalho Cestari*, pela companhia, preocupação e interesse pela minha carreira; e, principalmente, por acolherem mais um físico na família!
- Em especial, a Jardel Caminha Carvalho Cestari, por ser meu super-herói particular e por estar sempre ao meu lado; por ser o melhor colega, amigo e namorado que eu poderia ter.
- Aos meus colegas e amigos da sala M205, a sala mais divertida da pós-graduação do IF-UFRGS. Pelas dicas e conselhos, pelo interesse e curiosidade pela minha pesquisa, pelas conversas, chimarrões, piadas e risadas que tornam períodos conturbados mais leves.
- Às “*gurias*” do *Clube da Luluzinha da Física*, pelas secretas reuniões femininas. Cristina Furlanetto, Dinalva Aires de Sales, Eliade Lima, Elis Stori, Andressa Bertolazzo, Cintia Passos; pelo apoio, carinho e jantares cheios de gargalhadas.
- Aos meus amigos físicos e não-físicos, por estarem sempre ao meu lado, por rirem das minhas trapalhadas e aplaudirem minhas conquistas e tornar a minha vida mais feliz: “*A vida sem amigos é como o céu sem estrelas, pois são eles que nos iluminam nos dias mais escuros*”. Na “ala dos físicos”, gostaria de agradecer especialmente a Gabriel Zigue, Carine Beatrice, Deancarlo Degregori, Samoel Silva, Samuel Marini, Glaucio Souza, Ramona Camposani, Eduardo Peter. E na “ala dos não-físicos”, à Priscila Cardoso Tarrago, Daniel M. Reichler e aos amigos da Companhia de Dança Cléber Borges que me ensinaram a magia da dança de nos libertar de todos nossos problemas ainda que seja por apenas uma música.

Há muito tempo atrás, uma menina de 9 anos, após ler o livro de ciências da 5ª série que falava sobre o Sol ser uma estrela, decidiu que quando crescesse queria estudar as estrelas:

- Meus agradecimentos ao Instituto de Física da UFRGS por, anos depois, tornar essa mesma menina em uma quase cientista. Em especial, gostaria de agradecer a alguns professores, além de meus orientadores, que tiveram um papel muito importante na minha formação: Kepler de Souza Oliveira Filho, Leonardo Gregory Brunnet, Luiz Fernando Ziebell, Maria Beatriz de Leone Gay, Miguel Angelo Cavalheiro Gusmão e Ruth de Souza Schneider.

Rosana de Oliveira Gomes

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dezembro de 2011

Resumo

Os recentes avanços no campo da física de altas energias têm possibilitado cada vez mais o estudo da matéria sob condições extremas. Nesse contexto, novos estados da matéria vêm sendo descobertos e especulados. Dentre esses estados hipotéticos da matéria, encontra-se o de quarks desconfinados quando em ambientes de altíssimas densidades e/ou temperaturas. O cenário de densidades extremas e baixas temperaturas é encontrado no interior de estrelas de nêutrons, fazendo destas verdadeiros laboratórios para o estudo da matéria nuclear. A proposta desse trabalho é estudar a transição de fase de desconfinamento de quarks no interior de estrelas de nêutrons não-rotantes.

Começamos o trabalho com uma introdução aos modelos da hadrodinâmica quântica que descreve a matéria nuclear através de um formalismo relativístico de interação de muitos corpos, no qual a troca de mésons escalares e vetoriais é a fonte de interação entre bárions. Neste trabalho, a matéria hadrônica é descrita pelo Modelo $\sigma - \omega$ Não-Linear e pelo Modelo Ajustável, que são extensões do Modelo de Walecka. O primeiro modelo considera um acoplamento mínimo entre bárions e mésons e o segundo, um acoplamento derivativo ajustável. O ajuste de valores dos parâmetros de ambos modelos é feito através das propriedades da matéria nuclear na saturação. Em particular, ao considerarmos a presença de híperons para densidades maiores, somos impelidos a utilizar modelos teóricos para descrever o acoplamento dos mesmos com os núcleons, uma vez que híperons não populam a matéria nuclear na saturação.

O diagrama de fases da Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics - Q.C.D.*) apresenta uma série de novas fases quando tomamos extremos de temperatura e/ou densidades. Em particular, estamos interessados na transição de fase que ocorre para baixa temperatura e alta densidade, no qual os quarks sofrem um desconfinamento. A matéria de quarks desconfinados é comumente descrita na literatura através do modelo de sacola do M.I.T., no qual os quarks são considerados assintoticamente livres em uma região do espaço denominada sacola. A estabilidade da sacola é assegurada através de um parâmetro denominado constante de sacola, cujos valores serão relacionados à densidade de energia da matéria de quarks.

Como consideramos duas fases distintas, compostas por diferentes tipos de partículas, teremos um sistema multicomponente composto por duas fases independentes. Assumimos que a transição de fase segue o critério de Gibbs e é de primeira ordem, apresentando, portanto, uma fase mista onde ocorrerá a coexistência de fases. Consideramos ainda a conservação global da carga elétrica e do número bariônico, fazendo com que a equação de estado cresça continuamente ao longo da fase mista e possibilitando a descrição de uma estrela. É verificada a influência de diferentes escolhas de parâmetros, esquemas de acoplamentos de híperons e modelos que descrevem a matéria hadrônica na transição de fase. Os reflexos dessas incertezas serão estudados na rigidez da equação de estado, no tamanho da fase mista e no início e final da transição.

Uma vez obtida a equação de estado para a matéria no interior da estrela, determinamos suas propriedades observáveis estáticas, ou seja, sua relação massa-raio, através das equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). Através da equação de estado para matéria de hádrons populada por híperons, obtemos as propriedades de estrelas de híperons e, com as equações de estado para as fases de hádrons, mista e de quarks, modelamos uma estrela híbrida, com um caroço de quarks livres em seu interior. Por fim, apontamos as incertezas teóricas inerentes à dependência dos parâmetros dos modelos que descrevem a matéria de hádrons e de quarks e também de diferentes modelos de acoplamentos de híperons para as propriedades de estrelas de híperons e híbridas. São ainda abordados tópicos em aberto no que se refere à transições de fase no contexto de estrelas compactas e novas perspectivas que podem levar a resultados mais realistas.

Abstract

Recent advances on the field of high energy physics have enabled the study of matter under extreme conditions and, in this context, new states of matter are being discovered and speculated upon. Among these hypothetical states of matter is the one of deconfined quarks in high densities and/or temperatures. An environment with extreme densities and low temperature is found in the interior of neutron stars, making them laboratories for the study of nuclear matter. The aim of this work is to study the quark deconfinement phase transition in the interior of non-rotating neutron stars.

We begin by introducing quantum hadrodynamics (QHD) models that describe nuclear matter in a relativistic many-body formalism, in which the exchange of scalar and vector mesons is responsible for the interaction among baryons. In this work the hadronic matter is described by the Non-Linear $\sigma - \omega$ Model and by the Adjustable Model, which are extensions of the Walecka Model. The former considers a minimal coupling between baryons and mesons, while the latter considers an adjustable derivative coupling. In both models, the parameters are tuned to reproduce the properties of nuclear matter at saturation density. In particular, when considering the presence of hyperons at higher densities, we need to use theoretical models to describe their coupling with the mesons, since hyperons do not populate nuclear matter at saturation.

The quantum chromodynamics (QCD) phase diagram presents several new phases when we consider extreme temperatures and/or densities. In particular, we are interested on the transition that takes place in low temperature and high densities, in which the quarks suffer deconfinement. This kind of quark matter is usually described in the literature by means of the MIT bag model, in which the quarks are considered to be asymptotically free in a space region denominated bag. The stability of the bag is assured by means of a parameter, the bag constant, whose values are related to the energy density of quark matter.

Since we consider two distinct phases, each formed of different kinds of particles, this multicomponent system is composed of two different independent phases. We assume the phase transition is first-order and follows the Gibbs' criteria, and therefore presents mixed phase. We consider a global electric and baryonic charge conservation, making the equation

of state to grow continuously through the mixed phase and making it possible to describe a star. We investigate the influence of different choices of parameters, hyperon coupling schemes and QHD models on the phase transition. The influence of these uncertainties are studied in the stiffness of the equation of state, the size of the mixed phase and in the beginning and ending of the phase transition.

Having determined the equation of state for the matter in the interior of the star, we obtain the star's static properties, i.e., the mass-radius relation, by use of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations. Using the equation of state for hadronic matter populated by hyperons we obtain the properties of hyperon stars and, also considering the equation of state for mixed and quark matter, we model a hybrid star, with a core made of free quarks.

Finally, we point out the theoretical uncertainties, inherent to the parameters of the QHD models and of the MIT model, and also to the different hyperon scheme couplings, on the hyperon and hybrid stars' properties. In addition, open topics related to the context of phase transitions on compact stars, and new perspectives that may lead to more realistic results, are discussed.

Conteúdo

Introdução	1
1 Matéria Hadrônica	7
1.1 Propriedades da Matéria Nuclear	7
1.2 Modelo Não-Linear de Boguta-Bodmer	12
1.2.1 Densidade lagrangiana	12
1.2.2 Equações de campo	14
1.2.3 Teoria de Campo Médio	17
1.2.4 Densidades escalar e bariônica	20
1.2.5 Equação de Estado	26
1.2.6 Massa Efetiva Bariônica	32
1.2.7 Constantes de Acoplamento	33
1.2.8 Populações de Partículas	39
1.2.9 Acoplamentos dos Híperons	43
1.2.10 Resultados do Modelo de Boguta-Bodmer	45
1.3 Modelo de Acoplamento Derivativo Ajustável	49
1.3.1 Densidade Lagrangiana	50
1.3.2 Equações de Campo	51
1.3.3 Teoria de Campo Médio	53
1.3.4 Equação de Estado	55
1.3.5 Massa Efetiva Bariônica	58
1.3.6 Constantes de Acoplamento	58
1.3.7 Populações de Partículas	62
1.3.8 Resultados para o Modelo Ajustável	63
1.4 Comparação Entre os Modelos	66

2	Matéria de Quarks	68
2.1	Histórico	69
2.1.1	O Modelo de Quarks	69
2.1.2	Detecção Experimental	72
2.2	Modelo de Sacola do M.I.T.	73
2.2.1	Densidade Lagrangiana	74
2.2.2	Equação de Estado	75
2.2.3	Equilíbrio Químico	76
2.2.4	Hipótese da Matéria Estranha	77
2.2.5	Constante de Sacola	78
2.2.6	Resultados	81
3	Transições de Fase Hádron-Quark	84
3.1	Introdução	84
3.1.1	Transições de Fase	85
3.1.2	As Fases da QCD	87
3.2	Formalismo Termodinâmico	91
3.2.1	Cargas Conservadas	91
3.2.2	Critério de Gibbs	92
3.3	Estrutura da Fase Mista	94
3.4	Resultados	95
4	Estrelas de Nêutrons	107
4.1	Histórico	108
4.2	Características Gerais	110
4.2.1	Algumas Estimativas	112
4.2.2	Propriedades Observacionais	113
4.3	Teoria de Estrelas de Nêutrons	115
4.3.1	Estrutura Interna	116
4.3.2	Equilíbrio Hidrostático e Estabilidade	117
4.4	Resultados	120
	Conclusão	132

Apêndices	138
A Notação e Unidades	139
A.1 Constantes Físicas	139
A.2 Notações	140
A.3 Matrizes de Pauli e de Dirac	140
A.4 Unidades	141
B Histórico dos Modelos da HDQ	145
B.1 Modelo $\sigma - \omega$	145
B.2 Modelo de Boguta-Bodmer	147
B.3 Modelos ZM	148
Referências Bibliográficas	151

Lista de Figuras

1.1	Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes m^*	46
1.2	Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes K_0	46
1.3	Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes acoplamentos.	47
1.4	População no modelo de Boguta-Bodmer para diferentes m^*	48
1.5	População no modelo de Boguta-Bodmer para diferentes K_0	49
1.6	População no modelo de Boguta-Bodmer para diferentes acoplamentos.	49
1.7	Constantes de acoplamento do modelo Ajustável.	61
1.8	Compressibilidade e massa efetiva no modelo Ajustável	62
1.9	Equação de estado do modelo Ajustável para diferentes λ	63
1.10	Equação de estado do modelo Ajustável para diferentes acoplamentos.	64
1.11	População no modelo Ajustável para diferentes λ	65
1.12	População no modelo Ajustável para diferentes acoplamentos.	65
1.13	Comparação entre equações de estado dos modelos.	66
1.14	Comparação entre populações nos modelos.	67
2.1	Caminho óctuplo para o octeto e o decuplo bariônicos.	70
2.2	Caminho óctuplo para o primeiro noneto mesônico.	70
2.3	Hipótese da matéria estranha: estado fundamental da interação forte.	78
2.4	Equação de Estado do modelo do M.I.T.	82
2.5	População de partículas no modelo do M.I.T.	83
3.1	Isotermas da transição de fase líquido-vapor com a construção de Maxwell. Em ambas figuras, o eixo vertical corresponde à pressão e o eixo horizontal ao volume.	87
3.2	Diagrama de fases da QCD.	88
3.3	Fase mista para uma transição com duas cargas conservadas.	93
3.4	Estruturas da fase mista.	95
3.5	Conservação global de carga.	96
3.6	Equação de estado para os dois modelos sob transição de desconfinamento.	97

3.7	Influência da massa efetiva na transição no modelo de Boguta-Bodmer.	97
3.8	Influência da compressibilidade na transição no modelo de Boguta-Bodmer.	98
3.9	Influência do acoplamento na transição no modelo Ajustável	99
3.10	Influência de λ na transição no modelo Ajustável	100
3.11	População no modelo Ajustável, com transição de fase.	101
3.12	População no modelo Ajustável, com transição de fase.	102
3.13	População no modelo Ajustável, com transição de fase.	104
3.14	População no modelo de Boguta-Bodmer, com transição de fase.	105
3.15	População no modelo de Boguta-Bodmer, com transição de fase.	106
4.1	Ilustração de um pulsar.	111
4.2	Distribuição de massas de estrelas de nêutrons. A figura apresenta uma coletânea de dados observacionais referentes à estrelas de nêutrons em diferentes tipos de sistemas binários. As letras em parêntesis que acompanham os nomes das estrelas são referentes à diferentes publicações de resultados observacionais (a lista completa de referências encontra-se em http://stellarcollapse.org/nsmasses). As linhas verticais pontilhadas indicam a massa média para cada tipo de estrelas do diagrama, e as linhas tracejadas indicam as médias ponderadas das massas.	115
4.3	Esquema das possíveis estruturas internas para uma estrela de nêutrons.	117
4.4	Regiões de estabilidade para estrelas compactas.	120
4.5	Relação massa-raio para estrelas de híperons no modelo de Boguta-Bodmer.	122
4.6	Relação massa-raio para estrelas de híperons no modelo Ajustável.	123
4.7	Relação massa-densidade central para estrelas de híperons no modelo Ajustável.	124
4.8	População em função do raio em estrela de híperons no modelo ajustável.	125
4.9	Relação massa-raio para estrelas híbridas no modelo de Boguta-Bodmer.	126
4.10	Relação massa-raio para estrelas híbridas no modelo ajustável.	127
4.11	Relação massa-raio para estrelas híbridas no modelo Ajustável.	128
4.12	Relação massa-densidade central para estrelas híbridas no modelo Ajustável.	129
4.13	População em função do raio em estrela híbrida no modelo Ajustável.	130
4.14	População em função do raio em estrela híbrida no modelo Ajustável.	131

Lista de Tabelas

1.1	Propriedades dos mésons.	13
1.2	Propriedades dos bárions.	14
1.3	Propriedades dos léptons.	14
1.4	Constantes de acoplamento do modelo de Boguta-Bodmer.	38
1.5	Constantes de acoplamento, massa efetiva e compressibilidade do modelo Ajustável.	61
2.1	Composição de quarks do Octeto Bariônico	72
2.2	Propriedades dos Quarks	73
4.1	Massa máxima de estrelas no modelo Ajustável.	132
A.1	Fatores de conversão do S.I. para o sistema natural de unidades.	142
A.2	Fatores de conversão do S.I. para o sistema relativístico.	143
A.3	Comparação entre unidades do S.I. e do CGS.	144
A.4	Comparação entre as propriedades do Sol e de típicas estrelas de nêutrons [1,2].	144

Introdução

Dentro da ciência, conforme novas descobertas são feitas, novas questões surgem para serem respondidas. Na atualidade, cada vez mais a ciência tem apostado na interdisciplinaridade de áreas para resolver questões importantes. Em especial, a física é uma ciência que possui muitas ramificações que, muitas vezes não possuem conexões evidentes aos olhos menos treinados. Foram muitos os avanços nas várias áreas de física ao longo dos anos e, em particular, na física de altas energias, a construção de aceleradores cada vez mais potentes permitiu à humanidade estudar a matéria sob condições cada vez mais extremas. O estudo de novos estados da matéria, gerados sob condições extremas de temperatura e densidades, é considerado um dos grandes desafios da física atual e nesse contexto surge a interdisciplinaridade entre a física de partículas, a astrofísica e a física nuclear.

Um dos vínculos entre essas áreas encontra-se no cenário presente no interior de estrelas de nêutrons. Segundo as concepções atualmente aceitas, estrelas de nêutrons são o final evolutivo de estrelas de massa intermediária, entre aproximadamente $8 - 25 M_{\odot}$. [1] Esses objetos são corpos celestes extremamente compactos e de gravidade extremamente alta. A partir de estudos teóricos e observações astronômicas, sabe-se que a densidade destas estrelas é da ordem de $10^{15} g/cm^3$, e que seu raio e massa são de cerca de $10 km$ e $1 - 3 M_{\odot}$, respectivamente. A escala de energia presente é tão grande que seus efeitos de temperatura, ainda que da ordem de cem milhões de *kelvin*, possam ser desprezados.

As camadas mais externas de estrelas de nêutrons são compostas por nêutrons, prótons e elétrons e, para densidades um pouco acima da densidade nuclear, espera-se que múons e bárions mais pesados, como os *híperons*¹, passem a popular a estrela, de modo a diminuir a energia de Fermi do sistema [2]. Além dessas partículas, também especula-se que outras fases contendo, por exemplo, condensados de *mésons*², como *píons* e *káons* [3]

¹Híperons são partículas sub-atômicas da mesma classe dos bárions. Como todos os bárions, os híperons são compostos de três quarks. A terminologia híperon é usualmente utilizada para caracterizar um bárion que contém um ou mais quarks estranhos em contraposição aos núcleons que somente contém quarks *up* e *down*.

²Mésons são partículas sub-atômicas compostas por um par quark-antiquark. Essas partículas, juntamente com os bárions, fazem parte do grupo maior denominado *Hádrons*, corresponde à partículas não-

possam ser encontradas.

Por não haver um modelo definitivo que determine a estrutura interna desses objetos, especula-se que novos estados da matéria possam ser encontrados conforme densidades mais altas são alcançadas em seu interior. Quando a matéria nuclear degenerada atinge um determinado limiar de pressão (necessária para contrabalançar a força de gravidade da estrela), os bárions localizados na região central da estrela encontram-se tão comprimidos que seus quarks constituintes passam a ocupar um volume extremamente diminuto. A escala de dimensão desta região será da ordem do regime de liberdade assintótica da interação entre os quarks e os *glúons*. Ocorre neste caso um efeito similar ao processo de desconfinamento dos quarks em processos de colisões de íons pesados, denominado porém de *desconfinamento local* dos quarks no caroço estelar, sendo esta fase denominada *matéria de quarks*.

O objetivo desse trabalho é estudar a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks dentro do contexto de estrelas compactas. A partir da análise da influência de diferentes modelos efetivos para a descrição das fases hadrônica e de quarks, bem como dos parâmetros a eles inerentes, vamos verificar como os efeitos na transição de fase afetam as propriedades globais de estrelas híbridas, ou seja, uma estrela que possui um caroço de matéria de quarks em seu interior.

Atualmente, com o conhecimento da existência do modelo de quarks, a força nuclear é tida como resíduo da interação forte entre eles, que é mediada por glúons e descrita pela cromodinâmica quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD). Nesse cenário, a interação entre prótons e nêutrons dentro de núcleos atômicos pode ser vista como sendo mediada pela troca de mésons, embora sob um ponto vista mais fundamental esta interação se deva à troca de glúons entre os quarks. Devido aos bons resultados na descrição das propriedades da matéria nuclear, como a estimativa da energia de ligação e a propriedade de saturação nuclear, modelos efetivos que consideram a troca de mésons entre bárions ainda são bastante empregados para descrever essa matéria.

O nome “*matéria nuclear*”³ é atribuído à matéria presente em núcleos atômicos, esta corresponde à um dos diversos arranjos que a força forte permite para a matéria na natureza. Ao considerarmos diversos cenários, essa matéria se encontrará em diferentes estados termodinâmicos. Por exemplo, dado que a matéria nuclear é composta por férmions, conforme ocorre o aumento da densidade bariônica, é necessário que bárions mais pesados

fundamentais que possuem quarks em seu interior.

³O termo matéria nuclear é utilizado muitas vezes para caracterizar um sistema idealizado de núcleons, que existe em diferentes fases e que corresponde a uma substância hipotética constituída de um grande número de núcleons que interagem somente por meio da força forte. Este sistema será denominado neste trabalho como *matéria nuclear infinita*

sejam formados de modo a minimizar a energia de Fermi do sistema e, nesse caso, passa a ser mais adequado chamá-la de *matéria hadrônica*.

Quando um estudo sobre outras fases da QCD teve início, passou-se a investigar os casos da matéria nuclear assimétrica e da matéria nuclear simétrica, que corresponde respectivamente ao caso de haver ou não um excesso no número de prótons e nêutrons presentes no sistema. A matéria nuclear simétrica encontra-se na maioria dos núcleos atômicos e, sendo assim, a informação experimental proveniente de colisões de íons pesados corresponde em sua grande maioria a essa forma da matéria nuclear. Porém, a matéria nuclear presente no interior de estrelas de nêutrons é altamente assimétrica e é apenas a partir de dados experimentais das propriedades da matéria nuclear simétrica que extrapolações para a matéria assimétrica podem ser feitas e testadas através dos dados observacionais dessas estrelas. Além das questões sobre simetria, quando tomamos densidades cada vez maiores, devemos levar em conta que haverá tantas partículas no sistema que efeitos de borda não seriam relevantes frente a energia total o sistema [4] e, nesse caso, consideramos tal matéria como *matéria nuclear infinita*.

Assim, um modelo adequado para a matéria nuclear deve ser capaz de descrever a matéria hadrônica infinita como, por exemplo, a matéria presente em estrelas de nêutrons. Propostas para modelos efetivos foram feitas na metade da década de 50 por [5] Johnson e Teller, cujo modelo considerava a interação nuclear através da troca de mésons escalares e vetoriais neutros e, em 1956, Duerr propôs uma versão relativística desse modelo. Em 1974, John Dirk Walecka propõe um modelo covariante semelhante aos anteriores, no qual os núcleons interagem através da troca de mésons escalares e vetoriais, de acordo com o potencial de Yukawa, e acoplam-se aos núcleons através de um acoplamento mínimo. As propriedades da matéria nuclear serão os parâmetros que determinarão as constantes de acoplamento do modelo e normalizarão a equação de estado. O modelo de Walecka sofreu modificações ao longo dos anos de modo a incluir o octeto bariônico, os graus de liberdade leptônicos e um méson isovetorial capaz de descrever a energia de isospin. Essas modificações no modelo foram feitas a fim de que seus resultados referentes às propriedades da matéria nuclear estivessem de acordo com dados experimentais.

A determinação da equação de estado da matéria nuclear ainda é um tópico em aberto na física atual e, devido a isso, surgiram outros modelos baseados na mesma proposta do modelo de Walecka, no que passou a ser conhecido como modelos da *hadrodinâmica quântica* (HDQ). Alguns desses modelos são bastante conhecidos na literatura, como o modelo de Boguta-Bodmer, que propõe novos termos de auto-interação entre os mésons escalares, tornando o modelo não-linear ou o modelo de Zimanyi e Moszkowski que considera um acoplamento derivativo entre mésons e núcleons. Seguindo a mesma idéia de substi-

tuir o acoplamento mínimo, Taurines e Vasconcellos [6], propuseram em 1999 o denominado modelo Ajustável, no qual considera-se acoplamento derivativo ajustável por parâmetros matemáticos livres que permitem resgatar características de outros modelos da HDQ.

Para baixas densidades ou baixas temperaturas, os quarks são encontrados confinados no interior de hádrons, no que caracteriza de *confinamento* da interação forte. Porém, para altas densidades ou temperaturas, a QCD permite que os quarks se comportem como partículas livres, no que se denomina *liberdade assintótica*. Os quarks livres, por possuírem cor, não poderão se propagar no vácuo físico, apenas em um vácuo perturbativo, no qual a região condutora de cor seja globalmente branca (ou seja, de cor neutra, assim como os hádrons). A matéria de quarks é uma das fases previstas pela QCD, para o regime de altas densidades e temperatura nula. Estudos teóricos indicam que poderia existir um estado da matéria de quarks supercondutor de cor, e a possibilidade que a matéria de quarks seja o estado fundamental da interação forte, conhecido como *hipótese da matéria estranha* [2].

Devido à grande dificuldade matemática e mesmo computacional necessárias para descrever a matéria de quarks através da QCD, utilizam-se modelos efetivos na descrição da matéria de quarks. O mais simples destes modelos é o modelo de sacola do M.I.T., desenvolvido em 1974, cujas equações de movimento são obtidas a partir de uma densidade lagrangiana relativística, considera quarks não interagentes no interior de uma região denominada *sacola* para representar o caráter localmente desconfinado dessa fase. A presença de glúons é desconsiderada no modelo devido ao regime de temperatura nula considerado.

O cenário para transições de fase hádron-quark presente em estrelas de nêutrons corresponde a um ambiente de temperatura desprezível, altíssimas densidades, conservação de carga elétrica e bariônica, e estranheza não conservada. Embora o mecanismo que desencadeia a transição de desconfinamento no interior desses objetos ainda não seja conhecido, especula-se que este pode ocorrer tanto em estrelas de nêutrons quentes recém formadas, denominadas *proto-estrela de nêutrons* [7] ou para estados já evoluídos, onde os efeitos de temperatura não são importantes [5].

Nesta dissertação formulamos a transição de fase hádron-quark seguindo os critérios de Gibbs para uma transição de fase de primeira ordem para um sistema multicomponente independente, relacionando leis de conservação globais para o número bariônico e a carga elétrica. São utilizados os modelos de Boguta-Bodmer e o modelo Ajustável para descrever a fase hadrônica e o modelo de sacola do M.I.T. para descrever a fase de quarks. Os diferentes modelos empregados, bem como os parâmetros neles contidos, são estudados a fim de identificar suas influências nas propriedades de estrelas híbridas. É ainda feita uma análise da influência das incertezas das propriedades da matéria nuclear na saturação e dos diferentes esquemas de acoplamentos hiperônicos usualmente utilizados pela comunidade científica.

Utilizando as equações de equilíbrio hidrostático na relatividade geral, verificamos a influência da transição de fase nas propriedades como massa, raio e população de partículas presentes em estrelas híbridas. Ainda são estudadas as propriedades de estrelas de híperons, através apenas dos modelos para a fase hadrônica.

A dissertação é estruturada como segue:

- **Capítulo 1 - Matéria Hadrônica:** nesse capítulo são apresentadas as propriedades da matéria nuclear que serão utilizadas na determinação dos parâmetros dos modelos. A seguir, é apresentado o formalismo para os dois modelos que serão utilizados para descrever a matéria hadrônica no interior de estrelas de nêutrons, o modelo não-linear de Boguta-Bodmer e o modelo Ajustável;
- **Capítulo 2 - Matéria de Quarks:** esse capítulo inicia com uma breve descrição do histórico da matéria de quarks, abordando os principais desenvolvimentos teóricos e experimentais que levaram a nossa visão atual da matéria como um todo. A seguir, apresentamos o modelo de sacola do M.I.T., que será o modelo utilizado para descrever a fase de quarks no interior das estrelas híbridas. Ao final do capítulo, é apresentada ainda uma seção abordando a hipótese da matéria estranha;
- **Capítulo 3 - Transições de Fase Hádron-Quark:** começamos esse capítulo com uma breve descrição de transições de fase e do diagrama de fases da QCD. A seguir, apresentamos o formalismo termodinâmico que será empregado para desenvolver a transição de fase, discutindo os aspectos gerais de uma transição de primeira ordem para um sistema multicomponente no qual mais de uma carga é conservada;
- **Capítulo 4 - Estrelas de Nêutrons:** nesse capítulo, inicialmente é feito um histórico do conceito que temos de estrelas de nêutrons na atualidade, abordando os principais fatos observacionais e teóricos. O capítulo segue com a apresentação das características gerais de estrelas de nêutrons, onde dados observacionais e estimativas teóricas de suas propriedades são mostrados. Ao final do capítulo, é feita uma discussão acerca de sua estrutura interna e condições de equilíbrio, onde são apresentadas as equações de equilíbrio hidrostático para a relatividade geral;
- Na parte final são expostas as **Conclusões e Perspectivas** a respeito desse trabalho;
- No **Apêndice A** são encontradas unidades, notações e convenções úteis para a leitura do texto e no **Apêndice B** é apresentado um resumo histórico dos principais modelos da hadrodinâmica quântica da literatura.

Devido à sua rica fenomenologia, estrelas de nêutrons têm sido detectadas e estudadas em diversas regiões do espectro eletromagnético. Contudo, existem ainda muitas questões em aberto no que se refere à equação de estado desses objetos, bem como muitos fenômenos observacionais ainda não explicados, que serão mencionados ao longo desse trabalho. Tais questões teóricas e observacionais servem como motivação para o estudo de transições de fase em estrela de nêutrons, bem como mostram a relevância desse estudo no estado atual dessa área.

Capítulo 1

Matéria Hadrônica

Hádrons são partículas compostas por quarks, que se apresentam na natureza sob a forma de mésons (partículas compostas por um quark e um anti-quark) ou bárions (partículas compostas por três quarks).

Para que uma descrição mais fundamental dos hádrons seja feita é necessário, em princípio, que os graus de liberdade dos quarks sejam considerados, ou seja, é necessário descrever a interação forte entre os quarks através da cromodinâmica quântica (QCD).

Contudo, devido à complexidade formal da QCD, recorreremos neste trabalho à utilização de modelos efetivos da interação forte. Em particular, deve-se salientar que a matéria nuclear pode ser bem descrita através de modelos efetivos nos quais são considerados apenas os graus de liberdade dos núcleons. O sucesso dos modelos efetivos deve-se ao fato que as escalas de energia dos quarks não serem grandemente relevantes em comparação às escalas típicas de energia nuclear. No início da década de 70, modelos efetivos passaram a ser propostos para a descrição da matéria hadrônica através de teorias relativísticas de campos médios. Como tais modelos são efetivos, estes possuem parâmetros a serem ajustados através de dados experimentais referentes às propriedades da matéria nuclear.

Este capítulo inicia com uma breve discussão acerca do histórico do estudo da matéria nuclear e de suas propriedades, seguindo com uma breve introdução dos modelos efetivos comumente utilizados na literatura. Após essa introdução, partimos para a descrição do formalismo matemático empregado nos dois modelos hadrônicos que serão utilizados ao longo deste trabalho.

1.1 Propriedades da Matéria Nuclear

Queremos descrever a matéria de estrelas de nêutrons através de modelos da hadrodinâmica quântica (HDQ). Porém, essa matéria é ainda mais densa do que a matéria

nuclear, sendo necessário que os modelos sejam de alguma forma parametrizados de modo que possam ser extrapolados para altas densidades. Veremos no capítulo 4 que as forças responsáveis pela coesão das estrelas de nêutrons são a força gravitacional e a força nuclear, e descrever tais estrelas, portanto, significa descrever a matéria nuclear em um estado de altíssima densidade. A força nuclear tem curto alcance e apresenta o caráter de saturação. Isso significa que um núcleon presente em um sistema nuclear sentirá uma densidade central ρ_0 que independe de quantos núcleons estejam presentes no sistema, sendo esta chamada de *densidade de saturação*.

Sendo assim, modelos teóricos podem ser ancorados nas propriedades da matéria nuclear no regime de saturação de modo a descrever a matéria nuclear infinita. São muitas as propriedades da matéria nuclear que terão relevância para a construção desses modelos. Dentre elas, a energia de ligação por núcleon nos permitirá determinar a densidade de saturação e a densidade de energia na saturação, propriedades importantes na obtenção das constantes de acoplamento dos modelos. O coeficiente de simetria nos permitirá fazer uma extrapolação adequada para sistemas assimétricos como estrelas de nêutrons. Por fim, o módulo de compressibilidade e a massa efetiva do núcleon serão úteis na descrição do comportamento da equação de estado para altas densidades.

A energia de ligação foi conhecida historicamente como um *defeito de massa*, significando que a massa total de um sistema era diferente da soma das massas dos componentes do sistema. Isso significa que existe uma energia residual em sistemas nucleares que faz com que estes sejam mais ligados e, portanto, mais estáveis. A determinação empírica da energia de ligação de núcleos atômicos é feita, por exemplo, através da medida da massa espectroscópica destes ou através de reações nucleares no qual a energia de ligação da maioria dos núcleos envolvidos é conhecida [8].

A fórmula de Weizsacker, ou fórmula semi-empírica de massa, foi introduzida em 1935 [9, 10] como uma forma de parametrizar a massa nuclear como uma função do número de massa A (número total de núcleons no sistema) e do número atômico Z (número total de prótons no sistema). A partir da fórmula semi-empírica de massa, pode-se escrever a energia de ligação pela expressão:

$$B(A, Z) = -a_1A + a_2A^{2/3} + a_3Z^2A^{-1/3} + a_4(A - 2Z)^2A^{-1}, \quad (1.1)$$

onde os termos a_1 , a_2 , a_3 e a_4 serão associados respectivamente ao volume, à superfície nuclear, à interação coulombiana e à assimetria entre o número de prótons e nêutrons dos sistema. Atualmente, com a grande quantidade de dados experimentais, são considerados termos adicionais na fórmula semi-empírica de massa, porém, para a nossa abordagem no que diz respeito à matéria nuclear infinita a altas densidades, apenas esses quatro termos

serão relevantes [4].

Os termos da expressão acima devem-se à relação de proporcionalidade entre o raio nuclear R e o número de massa ser $R \sim A^{1/3}$. Essa relação é oriunda da geometria do núcleo atômico, sendo este aproximado como uma esfera homoganeamente carregada [8], com $\rho_0 \sim cte$, logo $R = r_0 A^{1/3}$.

Assim, as proporções de A e Z na expressão para a energia de ligação podem ser obtidas considerando:

- *Termo de Volume:* Considerando, por simplicidade, que o volume total V é dado pela contribuição do volume de cada núcleon individual v , temos que $V = Av$. Como o caráter saturado da força nuclear dita que a densidade central será constante, temos que a energia proveniente do termo de volume deve ser proporcional ao número atômico A .
- *Termo de Superfície:* Os núcleons presentes na superfície terão menos vizinhos que os mais internos, contribuindo para uma diminuição da energia do sistema, que será proporcional à área da superfície do núcleo, R^2 . Escrevendo em termos do número de massa, a energia proveniente do termo de superfície será proporcional à $A^{2/3}$.
- *Termo Coulombiano:* Os prótons presentes no núcleo atômico sofrerão uma repulsão, também responsável pela diminuição da energia de ligação. Essa repulsão será proporcional à $Z(Z-1)/R$ e, de forma aproximada, à $Z^2/A^{1/3}$.
- *Termo de Simetria:* Conforme consideramos núcleos com maior número de prótons (maior Z), a repulsão coulombiana se torna cada vez mais relevante. Para que essa repulsão seja compensada pela atração nuclear, a quantidade de nêutrons presentes no sistema aumenta, gerando uma assimetria entre prótons e nêutrons. Quanto maior for a simetria de isospin, mais ligado será o núcleo, ou seja, núcleos simétricos são favorecidos energeticamente. Além disso, dados experimentais indicam que a energia de simetria será inversamente proporcional ao número atômico A , o que significa dizer que para núcleos com a mesma razão N/Z , aqueles que possuírem um maior número de partículas, será mais ligado. Assim, considerando uma assimetria dada por $(N-Z)^2$ e a proporção com A , temos que a energia de simetria será proporcional à $(A-2Z)^2 A^{-1}$.

A fórmula semi-empírica de massa recebe esse nome pois os valores dos coeficientes presentes nela são obtidos através do ajuste de valores experimentais de massas de núcleos atômicos. Esses coeficientes são obtidos como [11, 12]:

$$a_1 \sim 16.0 \text{ MeV}, \quad a_2 \sim 17.8 \text{ MeV}, \quad a_3 \sim 0.710 \text{ MeV}, \quad a_4 \sim 32.5 \text{ MeV}. \quad (1.2)$$

Contudo, temos o interesse de fazer a extrapolação para a matéria nuclear infinita, que corresponde a um estado hipotético da matéria nuclear no qual $A \rightarrow \infty$ e não há interação eletromagnética. Consideremos ainda que essa matéria é simétrica, ou seja, $N = Z$, de modo que sua energia de ligação por núcleon será dada por:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left[\frac{B(A, Z)}{A} \right]_{Z=A/2} \equiv \frac{B}{A} = -a_1 = -16.0 \text{ MeV}, \quad (1.3)$$

onde o único coeficiente restante corresponde ao termo de volume.

Através de dados experimentais provenientes do espalhamento elétron-núcleon, determinou-se o valor do parâmetro $r_0 = 1.12 \text{ fm}$ [8]. Considerando que a densidade de saturação corresponderá à densidade de um núcleo sobre seu próprio volume (e fazendo a aproximação de núcleons como partículas esféricas de raio r_0), a determinação do parâmetro r_0 possibilita o cálculo da densidade de saturação ρ_0 :

$$\rho_0 = \frac{1}{(4\pi/3) r_0^3} = 0.17 \text{ fm}^{-3}. \quad (1.4)$$

Sabendo o valor da densidade de saturação e a energia de ligação por núcleon, podemos determinar a densidade de energia na saturação, para a matéria nuclear simétrica através de:

$$\frac{B}{A} \sim \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right)_0 - m, \quad (1.5)$$

onde m corresponde à massa de repouso do núcleon, $m = 938.3 \text{ MeV}$, logo:

$$\varepsilon_0 = 156.7 \text{ MeV/fm}^{-3}. \quad (1.6)$$

As propriedades da matéria nuclear na saturação serão importantes para a determinação das constantes de acoplamento dos modelos, a partir das quais as equações de estado serão parametrizadas.

Quando tratamos de matéria de estrelas de nêutrons devemos levar em consideração que estas serão sistemas altamente assimétricos e que tal assimetria terá implicações em sua estrutura. A extrapolação para a matéria nuclear infinita assimétrica levará em conta o coeficiente do termo de simetria a_4 e, para que o modelo usado seja consistente, este deverá ser capaz de reproduzir o coeficiente de energia de simetria.

Pode-se escrever o coeficiente a_4 em termos de ε/ρ . Para tanto, definimos $t \equiv (N - Z)/A = (\rho_n - \rho_p)/\rho_B$ na expressão para $B(A, Z)/A$ e aplicar o limite de matéria nuclear infinita $A \rightarrow \infty$:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left[\frac{B(A, Z)}{A} \right] \equiv \frac{B}{A} = -a_1 + a_4 t^2. \quad (1.7)$$

A seguir, utilizando a aproximação para B/A , temos:

$$a_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 (\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0}, \quad (1.8)$$

onde tomamos $t = 0$ ao final do cálculo de modo a ser feita a conexão com a matéria simétrica.

Outra importante propriedade da matéria nuclear é o módulo de compressibilidade K , que corresponde à “resposta” do sistema à perturbações ao seu estado de equilíbrio. Quanto maior for o valor de K , maior será a energia necessária para tirar o sistema do equilíbrio e mais facilmente este retornará a sua configuração original.

O módulo de compressibilidade será relacionado à *concauidade* da equação de estado na saturação:

$$K = \left[k^2 \frac{d^2}{dk^2} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right]_{k=k_F}, \quad (1.9)$$

onde k corresponde ao momentum linear e k_F corresponde ao momentum de Fermi do sistema, ou seja, o momentum linear máximo que uma partícula do sistema pode adquirir.

Atualmente existe uma grande incerteza relacionada ao valor que K deve assumir. Estimativas do seu intervalo de valores possíveis são provenientes de análises de ressonâncias gigantes monopolares, que são os modos de oscilação radiais do núcleo, e implicam valores entre $200 - 300 \text{ MeV}$ [13–16]. Dados experimentais mais recentes indicam que esse valor seja por volta de $K = 234 \text{ MeV}$ [17]. Mais informações sobre o módulo de compressibilidade podem ser encontradas na referência [18], onde é feito um estudo sobre o módulo de compressibilidade no âmbito de estrelas de nêutrons.

Para finalizar nossa abordagem das propriedades da matéria nuclear, devemos considerar a massa efetiva do núcleon. Essa massa efetiva resulta da interação dos núcleons com os mésons escalares, responsáveis pela componente atrativa da força nuclear e dependerá da densidade ou, como veremos a seguir, do momentum de Fermi do sistema: $m^* = m^*(k_F)$.

Assim como o módulo de compressibilidade, a massa efetiva do núcleon possui uma incerteza considerável em seu valor na densidade saturação. Um intervalo de valores é obtido através do espalhamento de nêutrons em núcleos de chumbo, apontando um intervalo entre $0.70 - 0.78$ para m^*/m [19].

O módulo de compressibilidade e a massa efetiva do núcleon são propriedades da matéria nuclear fortemente relacionadas ao comportamento da equação de estado à altas densidades. Essas propriedades determinam se a equação de estado será rígida ou suave no limite de altas densidades, características que afetarão diretamente as propriedades de estrelas de nêutrons descritas por qualquer modelo da hadrodinâmica quântica. Portanto, ainda que o módulo de compressibilidade não seja uma quantidade diretamente utilizada nesses modelos, este deve ser calculado de modo a provar que os resultados estão de acordo com os dados experimentais.

1.2 Modelo Não-Linear de Boguta-Bodmer

O modelo proposto por J. Boguta e A. R. Bodmer [20], em 1977, é uma extensão¹ do modelo $\sigma - \omega$ onde a auto-interação entre os mésons escalares σ é levada em conta até a ordem quatro. Os termos de ordem maior tornam o modelo não-linear e fazem com que duas novas constantes de acoplamento sejam incluídas no modelo, possibilitando um maior controle dos resultados teóricos com os dados experimentais.

Nessa seção, o modelo de Boguta-Bodmer é apresentado a partir do formalismo lagrangiano. Partindo de densidade lagrangiana do modelo, são obtidas as equações de campo na aproximação de campo médio, de modo a ser possível calcular o tensor energia-momentum do sistema e, por fim, obter a equação de estado. A seguir, o cálculo das populações de partículas do modelo é feito através da análise das equações de equilíbrio químico.

1.2.1 Densidade lagrangiana

A densidade lagrangiana do modelo de Boguta-Bodmer é a mesma da versão estendida do modelo $\sigma - \omega$, com a inclusão de termos de auto-interação do méson escalar de ordem cúbica e quártica introduzidas através do potencial $U(\sigma)$ ²:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B}\omega^\mu - \frac{1}{2}g_{\rho B}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\rho}^\mu \right) - (m_B - g_{\sigma B}\sigma) \right] \psi_B \\ & + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - U(\sigma) \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{\mu\nu}\cdot\boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2\boldsymbol{\rho}_\mu\cdot\boldsymbol{\rho}^\mu \right) + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu\partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde

$$\omega^{\mu\nu} = \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu, \quad (1.11)$$

e

$$\boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} = \partial^\mu\boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu\boldsymbol{\rho}^\mu. \quad (1.12)$$

Essa densidade lagrangiana descreve bárions e léptons, denotados pelos campos de Dirac ψ_B e ψ_l na presença de campos escalares e vetoriais. Os campos σ (escalar) e ω (vetorial) representam, respectivamente, as componentes atrativa e repulsiva da força forte. Esses campos acoplam-se, respectivamente, à densidade escalar $\bar{\psi}_B\psi_B$, com constante de acoplamento $g_{\sigma B}$, e à densidade de corrente bariônica $\bar{\psi}_B\boldsymbol{\gamma}_\mu\boldsymbol{\tau}\psi_B$, com constante de acoplamento

¹Uma revisão do histórico dos modelos da Hadrodinâmica Quântica encontra-se no Apêndice B.

²O sistema de unidades empregado ao longo do capítulo é o sistema natural, no qual $\hbar = c = 1$, apresentado no Apêndice A.

$g_{\omega B}$. O campo vetorial-isovetorial ϱ^μ faz com que seja considerada a assimetria de isospin do sistema, pois acopla-se à corrente de isospin $\frac{1}{2}\bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \gamma_\mu \psi_B$, com constante de acoplamento $g_{\varrho B}$.

As somas sobre B e l correspondem, respectivamente, à soma sobre o octeto bariônico e sobre os léptons (elétrons e múons)³. Consideramos o octeto bariônico pois, quando a energia de Fermi passa a ser da mesma ordem que a massa de outros bárions mais pesados, é energeticamente mais favorável que os núcleos transformem-se em outros bárions, diminuindo a pressão e energia do sistema. Tais bárions são frequentemente chamados *híperons*, por possuírem uma estranheza não nula.

O potencial para o méson escalar σ é dado por:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma)^4, \quad (1.13)$$

onde os parâmetros b e c corresponderão à amplitude de auto-interação entre os mésons escalares. Os núcleons são as fontes do meio nuclear e seus acoplamentos também são levados em conta nos termos de auto-interação através de $g_{\sigma N}$.

Além das constantes de acoplamento com os mésons, o modelo possui as constantes b e c . A escolha de valores desses parâmetros deve ser feita cuidadosamente pois assim como permite um melhor ajuste para a determinação da massa efetiva do núcleon e do módulo de compressibilidade também pode acarretar em um comportamento não físico do modelo. Porém, por sua capacidade de encontrar valores das propriedades da matéria nuclear dentro do valor experimental, esse modelo continua sendo o mais utilizado na literatura para a descrição de estrelas de nêutrons.

Nas tabelas (1.1), (1.2) e (1.3) encontram-se, respectivamente, as propriedades dos mésons, bárions e léptons consideradas no modelo.

Tabela 1.1: Propriedades dos mésons.

Campo	Natureza	Massa (MeV)
σ	isoescalar-escalar	550
ω	isoescalar-vetorial	783
ϱ	isovetorial-vetorial	769

³O lépton tau é desconsiderado pois a sua massa de repouso $m_\tau = 1777 \text{ MeV}$ encontra-se em um intervalo de energias muito maior que o de nosso interesse.

Tabela 1.2: Propriedades dos bárions.

Bárion	Massa (MeV)	J	I	I^3	q	s
p	939.6	1/2	1/2	1/2	+1	0
n	938.3	1/2	1/2	-1/2	0	0
Λ	1116	1/2	0	0	0	-1
Σ^+	1189	1/2	1	+1	+1	-1
Σ^0	1193	1/2	1	0	0	-1
Σ^-	1197	1/2	1	-1	-1	-1
Ξ^0	1315	1/2	1/2	+1/2	0	-2
Ξ^-	1321	1/2	1/2	-1/2	-1	-2

Tabela 1.3: Propriedades dos léptons.

Lépton	Massa (MeV)
e	0.511
μ	105.7

1.2.2 Equações de campo

Para que possamos determinar a equação de estado do modelo, é preciso conhecer a equação de movimento dos campos envolvidos. As equações de campo são obtidas a partir do formalismo de mínima ação através da equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) = 0, \quad (1.14)$$

onde os campos q_i correspondem aos campos presentes no modelo: σ , ω , ϱ , ψ_B e ψ_l . As equações para os campos $\bar{\psi}_B$ e $\bar{\psi}_l$ serão apenas as equações adjuntas dos campos ψ_B e ψ_l respectivamente e, por isso, não serão apresentadas.

Campo σ

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo escalar σ obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \right) = 0, \quad (1.15)$$

$$\sum_B g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \psi_B - \frac{\partial U(\sigma)}{\partial \sigma} - \partial_\mu (\partial^\mu \sigma) = 0, \quad (1.16)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma + g_{\sigma N} [b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^2 + c (g_{\sigma N} \sigma)^3] = \sum_B g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \psi_B. \quad (1.17)$$

A equação para o campo σ é análoga à equação de Klein-Gordon com uma fonte $\bar{\psi}_B \psi_B$ e termos adicionais provenientes do potencial de auto-interação do campo escalar σ . Introduzimos aqui a densidade bariônica escalar $\rho_{sB} = \bar{\psi}_B \psi_B$, com a qual os mésons escalares irão se acoplar.

Campo ω

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo vetorial ω obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega^\mu} - \partial^\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\nu \omega^\mu)} \right) = 0, \quad (1.18)$$

$$-\sum_B \bar{\psi}_B \gamma_\mu g_{\omega B} \psi_B + m_\omega^2 \omega_\mu - \partial^\nu (\omega_{\nu\mu}) = 0, \quad (1.19)$$

$$-\partial^\nu \omega_{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega_\mu = \sum_B g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B. \quad (1.20)$$

Novamente, é possível fazer uma comparação entre a equação para o campo ω e a equação de Proca, cuja fonte será dada pela quadri-corrente bariônica⁴ $j^\mu = \sum_B \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B$.

Campo ρ

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo vetorial ρ obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho^\mu} - \partial^\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\nu \rho^\mu)} \right) = 0. \quad (1.21)$$

É importante ressaltar novamente que o campo ρ representa um méson vetorial-isovetorial, ou seja, os produtos escalares presentes na densidade lagrangiana serão efetuados no espaço de isospin. Escolhendo o eixo 3 como o eixo de quantização do isospin⁵, temos que:

⁴É possível provar que j^μ é uma quantidade conservada, $\partial_\mu j^\mu = 0$, utilizando as equações para os campos ψ_B e $\bar{\psi}_B$.

⁵Uma boa revisão sobre a introdução da força de isospin encontra-se na referência [4].

$$-\frac{1}{2} \sum_B \bar{\psi}_B \gamma_\mu g_{\varrho B} \tau^3 \psi_B + m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 - \partial^\nu (\varrho_{\nu\mu}) = 0, \quad (1.22)$$

$$-\partial^\nu \varrho_{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 = \frac{1}{2} \sum_B g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \tau^3 \psi_B, \quad (1.23)$$

ou, em termos do isospin bariônico:

$$-\partial^\nu \varrho_{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 = \sum_B g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu I^{3B} \psi_B. \quad (1.24)$$

Aqui, a equação de movimento também será similar à equação de Proca, porém para uma fonte dada pela densidade de quadri-corrente de spin-isospin bariônica $j^\mu = \sum_B \bar{\psi}_B \gamma^\mu I^{3B} \psi_B$.

Campo ψ_B

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo $\bar{\psi}_B$, obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}_B} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi}_B)} \right) = 0, \quad (1.25)$$

$$\sum_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \tau^3 \varrho_\mu^3 \right) - (m_B - g_{\sigma B} \sigma) \right] \psi_B = 0. \quad (1.26)$$

A equação de movimento para os campos ψ_B é similar a uma equação de Dirac, porém, com contribuições extras dos acoplamentos dos mésons σ , ω e ϱ . Os acoplamentos dos mésons vetoriais ω e ϱ gerarão um deslocamento no termo de quadri-momentum da equação de Dirac.

Já o acoplamento do méson escalar σ gerará uma massa bariônica efetiva:

$$m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \sigma. \quad (1.27)$$

Campo ψ_l

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo $\bar{\psi}_l$, obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}_l} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi}_l)} \right) = 0, \quad (1.28)$$

$$\sum_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l = 0. \quad (1.29)$$

A equação de movimento para os campos ψ_l , que representarão os léptons no modelo, será uma equação de Dirac livre. Como já mencionado, a massa de repouso do tau é muito superior à energia presente em sistemas como estrelas compactas e por essa razão será desconsiderado nos modelos.

1.2.3 Teoria de Campo Médio

As equações de movimento para os mésons (1.17), (1.20) e (1.24) apresentam um comportamento complexo proveniente dos termos $\partial_\mu \partial^\mu \sigma$, $\partial^\mu \omega_{\mu\nu}$ e $\partial^\mu \varrho_{\mu\nu}$, não sendo possível uma solução exata. Como uma alternativa, passamos a buscar uma solução aproximada do problema. Uma solução perturbativa em termos das constantes de acoplamento não é viável para esse sistema devido ao fato de os mésons serem acoplados à densidade escalar e à quadri-corrente bariônica. Isso implica que para densidades maiores o acoplamento será maior e, portanto, não haverá convergência da solução.

Como o sistema em consideração possuirá um acoplamento cada vez maior no regime de altas densidades, é razoável fazer a aproximação de que os campos terão uma variação muito pequena pois estarão em um sistema altamente acoplado, ou seja:

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma \ll \sum_B g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \psi_B, \quad (1.30)$$

$$\partial^\mu \omega_{\mu\nu} \ll \sum_B g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\nu \psi_B, \quad (1.31)$$

$$\partial^\mu \varrho_{\mu\nu} \ll \sum_B g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\nu I^{3B} \psi_B. \quad (1.32)$$

O que significa o mesmo que dizer que as variações dos campos serão pequenas perturbações desprezíveis frente à amplitude de acoplamento à altas densidades e que, portanto, podemos considerar apenas seus valores médios:

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma_0 \quad (1.33)$$

$$\omega^\mu \rightarrow \langle \omega^\mu \rangle = \delta_0^\mu \omega_0 \quad (1.34)$$

$$\varrho^\mu \rightarrow \langle \varrho^\mu \rangle = \delta_0^\mu \varrho_{03} \quad (1.35)$$

Considerando ainda a invariância de rotação em relação ao eixo z do espaço de isospin:

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \rightarrow \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \rangle = \frac{1}{2} \tau^3 \delta_0^\mu \varrho_{03} = I^3 \delta_0^\mu \varrho_{03} \quad (1.36)$$

Para tais sistemas temos um condensado mesônico, onde os valores dos campos serão constantes, σ_0 , ω_0 e ϱ_{03} , embora possuam dependência com as densidades escalar e bariônica.

A teoria de campo médio (TCM) é uma ferramenta comumente empregada na teoria de muitos corpos. Essa teoria mantém as características do modelo, fazendo com que continue

sendo covariante e preservando os graus de liberdade que são considerados originalmente. Existem, ainda, outros tipos de soluções aproximadas que são usados para diferentes regimes de densidades, como a aproximação de Thomas-Fermi, utilizada para o estudo de núcleos [21].

Campo σ na TCM

Partindo da equação de movimento do campo σ , tomamos a média:

$$\langle (\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma \rangle + g_{\sigma N} \langle [b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^2 + c (g_{\sigma N} \sigma)] \rangle = \sum_B g_{\sigma B} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle. \quad (1.37)$$

Usando a definição da densidade escalar e considerando a teoria de campo médio no qual o campo σ é constante, temos que:

$$m_\sigma^2 \sigma_0 + g_{\sigma N} [b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^2 + c (g_{\sigma N} \sigma_0)^3] = \sum_B g_{\sigma B} \rho_{sB}, \quad (1.38)$$

o que nos leva à seguinte expressão para o campo σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{1}{m_\sigma^2} \left[\sum_B g_{\sigma B} \rho_{sB} - g_{\sigma N} (b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^2 + c (g_{\sigma N} \sigma_0)^3) \right]. \quad (1.39)$$

Verifica-se da expressão acima que o campo σ_0 dependerá da densidade escalar $\rho_{sB} = \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle$ do sistema e corresponde a uma equação transcendental. Voltaremos a esse tópico quando a massa efetiva e as constantes de acoplamento do modelo forem calculadas nas seções 1.2.6 e 1.2.7.

Campo ω na TCM

Aplicando o mesmo procedimento para o campo vetorial ω :

$$-\langle \partial^\nu \omega_{\nu\mu} \rangle + \langle m_\omega^2 \omega_\mu \rangle = \sum_B g_{\omega B} \langle \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \rangle, \quad (1.40)$$

$$-\partial^0 \langle \omega_{00} \rangle \delta_\mu^0 + m_\omega^2 \langle \omega_\mu \rangle = \sum_B g_{\omega B} \left\langle \left(\psi_B^\dagger \gamma_0 \right) \gamma_\mu \psi_B \right\rangle, \quad (1.41)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = \sum_B g_{\omega B} \left\langle \psi_B^\dagger \psi_B \right\rangle. \quad (1.42)$$

Introduzindo a densidade bariônica $\rho_B = \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle$, temos a expressão para o campo ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{m_\omega^2} \sum_B g_{\omega B} \rho_B. \quad (1.43)$$

Os cálculos das densidades bariônica e escalar serão apresentados na próxima seção.

Campo ϱ na TCM

Efetuando a média da equação de movimento do campo ϱ :

$$\langle -\partial^\nu \varrho_{\nu\mu} \rangle + \langle m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 \rangle = \sum_B g_{\varrho B} \langle \bar{\psi}_B \gamma_\mu I^{3B} \psi_B \rangle. \quad (1.44)$$

Reescrevendo $\bar{\psi}_B$ do lado direito da equação:

$$-\partial^0 \langle \varrho_{00} \rangle \delta_\mu^0 + m_\varrho^2 \langle \varrho_\mu^3 \rangle = \sum_B g_{\varrho B} \left\langle \left(\psi_B^\dagger \gamma_0 \right) \gamma_\mu I^{3B} \psi_B \right\rangle, \quad (1.45)$$

$$m_\varrho^2 \varrho_0^3 = \sum_B g_{\varrho B} \left\langle \psi_B^\dagger I^{3B} \psi_B \right\rangle. \quad (1.46)$$

O campo médio ϱ_0^3 será:

$$\varrho_0^3 = \frac{1}{m_\varrho^2} \sum_B g_{\varrho B} I^{3B} \rho_B. \quad (1.47)$$

Da expressão acima, temos que o campo isovetorial ϱ_0^3 , de massa m_ϱ , será descrito em termos das propriedades do meio em que se encontra, da constante de acoplamento $g_{\varrho B}$, da densidade bariônica e do isospin bariônico, ρ_B e I^{3B} , respectivamente. O mesmo caráter pode ser observado nas expressões para os outros campos mesônicos.

Campo ψ_B na TCM

Ainda que a teoria de campo médio não seja usada para o campo ψ_B , esta irá influenciar a equação de movimento desses campos pois os campos mesônicos passarão a ser constantes⁶, regidos pelas equações encontradas previamente para σ_0 , ω_0 e ϱ_{03} . Efetuando a média da equação, temos:

$$\sum_B \left[\left\langle \gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \tau^3 \varrho_\mu^3 \right) \right\rangle - \langle (m_B - g_{\sigma B} \sigma) \rangle \right] \psi_B = 0, \quad (1.48)$$

$$\sum_B \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \gamma_0 \tau^3 \varrho_{03} - (m_B - g_{\sigma B} \sigma_0) \right] \psi_B = 0. \quad (1.49)$$

Considerando que a massa efetiva do bárion será função do campo médio σ_0 , dada por $m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \sigma_0$, podemos escrever a equação final:

⁶Os campos mesônicos são constantes apenas quando consideramos o espaço de configuração, pois estes variam com a densidade bariônica.

$$\sum_B \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_0 \tau^3 \rho_{03} - m_B^* \right] \psi_B = 0. \quad (1.50)$$

Da expressão acima, verifica-se que a equação de movimento para o campo ψ_B mantém a forma de uma equação de Dirac modificada, no qual os termos de quadri-momentum e massa são deslocados. Por esse fato, uma vez que os campos mesônicos são constantes no espaço de configuração, sua solução também será similar a solução da equação de Dirac para partícula livre, porém com o termo de energia deslocado e com a presença de uma massa efetiva.

A teoria de campos médios, contudo, não irá modificar a equação de movimento dos campos ψ_l , que descrevem os léptons, devido ao não acoplamento dos mésons e dos próprios bárions com estas partículas. Veremos na próxima seção como deve ser a solução para os campos dos bárions e, assim, determinaremos as densidades escalar e bariônica das quais os campos dos mésons são dependentes.

1.2.4 Densidades escalar e bariônica

A equação de movimento para o campo ψ_B usando a aproximação de campo médio será linear, sendo possível escrever uma solução estacionária do tipo:

$$\psi = \psi(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \epsilon(k)t)}. \quad (1.51)$$

Devemos lembrar agora que estamos tratando de um sistema quântico onde os campos são quantizados a partir do formalismo da *segunda quantização* [22].

Partindo da equação (1.50), identificamos uma equação de Dirac livre, porém com uma massa efetiva e um deslocamento no termo de energia. Por esse motivo, vamos usar nessa seção apenas o símbolo ψ para nos referirmos a um campo bariônico presente no sistema descrito pela equação (1.50).

A equação de Dirac⁷ livre pode ser escrita como:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta m) \psi = \epsilon(k) \psi. \quad (1.52)$$

Assim, uma equação análoga à de Dirac, contendo os campos mesônicos e a massa efetiva, será dada por [23]:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta m^*) \psi = [\epsilon(k) - g_\omega \omega_0 - g_\rho I^3 \rho_{03}] \psi. \quad (1.53)$$

⁷Para detalhes sobre a notação e sobre as matrizes de Dirac, veja o Apêndice A.

A energia $\epsilon(k)$ pode assumir valores positivos ou negativos, de modo a representar partículas ou anti-partículas:

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^\pm(k) = g_\omega \omega_0 + g_\rho I^3 \varrho_{03} \pm \sqrt{k^2 + (m^*)^2} = g_\omega \omega_0 + g_\rho I^3 \varrho_{03} \pm E^*(k), \quad (1.54)$$

onde E^* será a energia modificada devido à presença do campo escalar, $E^* = \sqrt{k^2 + (m^*)^2}$.

Devemos agora determinar o spinor $\psi(\lambda, \mathbf{k})$ através das equações (1.53) e (1.54). Considerando que este deve ser capaz de descrever partículas e anti-partículas, este pode ser escrito em termos de dois spinores $U(\lambda, \mathbf{k})$ e $V(\lambda, \mathbf{k})$, que sejam solução de (1.53) para energias positivas e negativas, respectivamente. Portanto, a solução de energia positiva deve obedecer à equação:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta m^*) U(\lambda, \mathbf{k}) = [\epsilon^+(k) - g_\omega \omega_0 - g_\rho I^3 \varrho_{03}] U(\lambda, \mathbf{k}) = E^*(k) U(\lambda, \mathbf{k}), \quad (1.55)$$

e a de energia negativa:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} - \beta m^*) V(\lambda, \mathbf{k}) = -[\epsilon^-(k) - g_\omega \omega_0 - g_\rho I^3 \varrho_{03}] V(\lambda, \mathbf{k}) = E^*(k) V(\lambda, \mathbf{k}). \quad (1.56)$$

As soluções dessas equações devem ainda levar em conta o spin das partículas. Portanto, as soluções $U(\lambda, \mathbf{k})$ e $V(\lambda, \mathbf{k})$ poderão corresponder à projeção de *spin up* ou de *spin down* no eixo de quantização. Nessa dissertação, usaremos as soluções correspondentes à *spin up*, embora os resultados dos cálculos do modelo sejam os mesmos para o caso de *spin down*. Esses spinores serão ortonormais, ou seja, $V^\dagger(\lambda, \mathbf{k})U(\lambda, \mathbf{k}) = 0 = U^\dagger(\lambda, \mathbf{k})V(\lambda, \mathbf{k})$ e $U(\lambda', \mathbf{k})U^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) = \delta_{\lambda'\lambda} = V(\lambda', \mathbf{k})V^\dagger(\lambda, \mathbf{k})$.

Os spinores ortonormais $U(\lambda, \mathbf{k})$ e $V(\lambda, \mathbf{k})$, de *spin up*, que obedecerão as equações (1.55) e (1.56) serão, respectivamente:

$$U = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k}{E^* + m^*} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U^\dagger = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \left[1 \quad 0 \quad \frac{k}{E^* + m^*} \quad 0 \right], \quad (1.57)$$

e

$$V = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} -\frac{k}{E^* + m^*} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad V^\dagger = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \left[-\frac{k}{E^* + m^*} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \right]. \quad (1.58)$$

Assim, podemos escrever a solução geral para ψ :

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\lambda \mathbf{k}} \left[A_{\lambda \mathbf{k}} U(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \epsilon^+ t)} + B_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger V(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(-\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \epsilon^- t)} \right]. \quad (1.59)$$

A expressão para o campo adjunto ψ^\dagger será:

$$\psi^\dagger(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\lambda \mathbf{k}} \left[A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger U^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(-\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \epsilon^+ t)} + B_{\lambda \mathbf{k}} V^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \epsilon^- t)} \right]. \quad (1.60)$$

Através das expressões acima fica claro que estamos considerando uma solução estacionária em um volume V que engloba a existência de partículas e anti-partículas descritas pelos spinores $U(\lambda, \mathbf{k})$ e $V(\lambda, \mathbf{k})$, associados a soluções de energias positivas ϵ^+ e negativas ϵ^- , respectivamente. As somas sobre λ e \mathbf{k} indicam somas sobre projeções de spin e momentum linear.

O campo ψ será quantizado através dos operadores de criação e aniquilação de bárions e anti-bárions. O operador $A_{\lambda \mathbf{k}}$ aniquilará um bárion com momentum k e spin λ , e o operador $A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger$ criará um bárion equivalente. A analogia com anti-bárions será a mesma para os operadores $B_{\lambda \mathbf{k}}$ e $B_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger$. Suas relações de anti-comutação⁸ serão:

$$\left\{ A_{\lambda \mathbf{k}}, A_{\lambda' \mathbf{k}'}^\dagger \right\} = \delta_{\mathbf{k} \mathbf{k}'} \delta_{\lambda \lambda'}, \quad (1.61)$$

e

$$\left\{ B_{\lambda \mathbf{k}}, B_{\lambda' \mathbf{k}'}^\dagger \right\} = \delta_{\mathbf{k} \mathbf{k}'} \delta_{\lambda \lambda'}. \quad (1.62)$$

A partir das expressões para ψ e ψ^\dagger e das relações de anti-comutação dos operadores $A_{\lambda \mathbf{k}}$ e $B_{\lambda \mathbf{k}}$, finalmente podemos efetuar o cálculo da densidade escalar, que será dada pelo valor esperado de $\bar{\psi}\psi$, e da densidade bariônica, dada pelo valor médio de $\psi^\dagger\psi$. Como estaremos calculando valores esperados, devemos aplicar os operadores no estado fundamental, que foi uma das suposições feitas ao considerarmos a teoria de campo médio.

Densidade Escalar

Na seção 1.3.3, identificamos a densidade escalar como a fonte da equação para o campo escalar σ :

$$\rho_s = \langle \bar{\psi}\psi \rangle = \langle \psi^\dagger \gamma^0 \psi \rangle. \quad (1.63)$$

Para determinar ρ_s , partimos do cálculo:

⁸Férmions devem obedecer ao princípio de exclusão, ou seja, a função de onda que descreve um sistema de férmions idênticos troca de sinal quando dois deles são trocados entre si. Então, campos fermiônicos devem ser quantizados usando relações de anti-comutação.

$$\begin{aligned} \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\lambda \mathbf{k}} \left[A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger U^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(-\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \epsilon^+ t)} + B_{\lambda \mathbf{k}} V^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \epsilon^- t)} \right] \gamma^0 \\ &\times \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\lambda' \mathbf{k}'} \left[A_{\lambda' \mathbf{k}'} U(\lambda', \mathbf{k}') e^{i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - \epsilon^+ t)} + B_{\lambda' \mathbf{k}'}^\dagger V(\lambda', \mathbf{k}') e^{i(-\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - \epsilon^- t)} \right]. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Porém, como não consideraremos anti-partículas, os valores esperados sobre os seus operadores de criação e aniquilação serão nulos. Então, a partir de agora, desconsideramos todos os termos que contenham $B_{\lambda \mathbf{k}}$ e $B_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger$. Temos:

$$\psi^\dagger \gamma^0 \psi = \frac{1}{V} \sum_{\lambda \mathbf{k}} \sum_{\lambda' \mathbf{k}'} \left[A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda' \mathbf{k}'} U^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) \gamma^0 U(\lambda', \mathbf{k}') e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \right]. \quad (1.65)$$

Através da expressão acima, vemos que o resultado dependerá do cálculo do termo $U^\dagger \gamma^0 U$, que pode ser calculado através do spinor (1.59) e da matriz γ^0 , cuja diagonal será $\gamma^0 = \text{diag}(1, 1, -1, -1)$:

$$U^\dagger \gamma^0 U = \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}}. \quad (1.66)$$

Considerando que a média de uma quantidade F será dada por $\langle F \rangle = \frac{1}{V} \int d^3x F$, vamos aplicar a média sobre o estado fundamental, de modo a obtermos ρ_s :

$$\rho_s = \langle \psi^\dagger \gamma^0 \psi \rangle = \frac{1}{V} \int d^3x \frac{1}{V} \sum_{\lambda \mathbf{k}} \sum_{\lambda' \mathbf{k}'} \left[A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda' \mathbf{k}'} \left(\frac{m^*}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}} \right) e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \right]. \quad (1.67)$$

Usando a condição de normalização:

$$\frac{1}{V} \int d^3x e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} = \delta_{\mathbf{k} \mathbf{k}'}, \quad (1.68)$$

temos que:

$$\rho_s = \frac{1}{V} \sum_{\lambda \lambda'} \sum_{\mathbf{k}} \left[A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda' \mathbf{k}} \left(\frac{m^*}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}} \right) \right] \quad (1.69)$$

Ao fazermos o cálculo do valor esperado, os operadores devem atuar sobre o estado fundamental $|E_0\rangle$. Da expressão para ρ_s , teremos que calcular $A_{\lambda \mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda' \mathbf{k}} |E_0\rangle$. Porém, para obtermos esse resultado, é preciso que o significado desses operadores atuando sobre o estado fundamental seja compreendido.

Se tomamos o limite no qual o volume do sistema vai a infinito, teremos o limite do contínuo:

$$\frac{1}{V} \sum_k \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k. \quad (1.70)$$

Nesse limite, estamos considerando um sistema fermiônico como uma esfera onde todos os níveis de energia encontram-se preenchidos. As partículas de maior energia (energia de Fermi) estarão na superfície dessa esfera, o que caracteriza a chamada superfície de Fermi, sendo esta grandeza responsável pelo limite máximo da integral.

Não existe no sistema uma partícula com um momentum linear maior que o momentum de Fermi k_F . Fazendo essa consideração e ainda lembrando que o estado fundamental é o estado de mais baixa energia, e que portanto, cada estado com $|k| < k_F$ está ocupado por um férmion, $A_{\lambda k}^\dagger A_{\lambda' k} |E_0\rangle = \delta_{\lambda\lambda'} |E_0\rangle$. Teremos que:

$$\begin{aligned} \rho_s &= \sum_\lambda \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}} = \sum_\lambda \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} dk 4\pi k^2 \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}} \\ &= \frac{m^*}{2\pi^2} \sum_\lambda \int_0^{k_F} dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + (m^*)^2}}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

A solução de uma integral dessa forma é dada por [24]:

$$\int dx \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a}} = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 + a} - a \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a} \right) \right]. \quad (1.72)$$

Aplicando o resultado para a expressão da densidade escalar com a substituição $x \rightarrow k$ e $a \rightarrow (m^*)^2$, temos:

$$\rho_s = \frac{m^*}{4\pi^2} \sum_\lambda \left[k_F \sqrt{k_F^2 + (m^*)^2} - (m^*)^2 \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + (m^*)^2}}{m^*} \right) \right]. \quad (1.73)$$

Por fim, vamos simplesmente substituir o somatório em λ por um termo de degenerescência. Considerando apenas a matéria nuclear ou de nêutrons, podemos introduzir para caracterizar o grau de degenerescência do sistema um termo γ . O valor de γ dependerá do tipo de matéria que estamos tratando: para o caso da matéria de nêutrons, $\gamma = 2$ pois a projeção de spin no eixo de quantização pode assumir 2 valores: $\pm 1/2$; e para o caso da matéria nuclear, $\gamma = 4$ pois teremos degenerescência de spin e isospin, dado que o núcleon possui isospin $I = 1/2$, sendo que os prótons têm $I^3 = +1/2$ e os nêutrons $I^3 = -1/2$.

Assim, a expressão para a densidade escalar fica:

$$\rho_s = \frac{\gamma}{4\pi^2} \left[m^* k_F \sqrt{k_F^2 + (m^*)^2} - (m^*)^3 \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + (m^*)^2}}{m^*} \right) \right], \quad (1.74)$$

dada em termos da massa efetiva m^* e da energia de Fermi k_F .

Generalizando esse cálculo para a matéria bariônica, ou seja, que será populada por bárions mais pesados que os núcleons, o termo de degenerescência de spin e isospin pode ser reescrito como $\gamma \rightarrow \sum_B (2J_B + 1)$. A soma sobre todos os bárions inclui a degenerescência de isospin e $2J_B + 1$ assume o papel da degenerescência de spin. Isso é fácil de verificar pois, por exemplo, para partículas de spin 1/2, teremos uma degenerescência 2; para partículas de spin 1, teremos uma degenerescência 3; conforme é o resultado do termo. Vamos, então, generalizar a expressão para a densidade escalar de modo a incluir o octeto bariônico:

$$\rho_s = \sum_B \rho_{sB}, \quad (1.75)$$

$$\rho_s = \sum_B \frac{2J_B + 1}{4\pi^2} \left[m_B^* k_{FB} \sqrt{k_{FB}^2 + (m_B^*)^2} - (m_B^*)^3 \ln \left(\frac{k_{FB} + \sqrt{k_{FB}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right]. \quad (1.76)$$

Essa será a expressão para a densidade escalar que será usada no modelo. Porém, para determinarmos as constantes de acoplamento do modelo, usaremos as propriedades da matéria nuclear na saturação e, portanto, devemos utilizar a expressão que contém $\gamma = 4$. Voltaremos a esse tópico na seção 1.2.7.

Densidade Bariônica

O *Teorema de Noether* afirma que a componente zero da densidade quadri-corrente bariônica, j^0 será uma quantidade conservada [22]. No nosso sistema, consideramos a quadri-corrente bariônica, implicando que a quantidade conservada será o número bariônico B , dado por:

$$B = \int d^3x j^0 = \int d^3x \sum_B (\bar{\psi}_B \gamma^0 \psi_B) = V \sum_B \psi_B^\dagger \psi_B. \quad (1.77)$$

Da expressão acima, podemos identificar a densidade bariônica total:

$$\rho_{BT} = \sum_B \rho_B = \sum_B \psi_B^\dagger \psi_B. \quad (1.78)$$

Porém, em nossa teoria estamos usando o seu valor médio, portanto:

$$\rho_B = \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle. \quad (1.79)$$

Usaremos o mesmo procedimento do cálculo da densidade escalar:

$$\psi^\dagger\psi = \frac{1}{V} \sum_{\lambda\mathbf{k}} \sum_{\lambda'\mathbf{k}'} \left[A_{\lambda\mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda'\mathbf{k}'} U^\dagger(\lambda, \mathbf{k}) U(\lambda', \mathbf{k}') e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} \right]. \quad (1.80)$$

Tomando o valor médio da expressão acima, teremos:

$$\frac{1}{V} \int d^3x \psi^\dagger\psi = \langle \psi^\dagger\psi \rangle. \quad (1.81)$$

Usando, a condição de normalidade (1.68), a densidade bariônica média será:

$$\rho_B = \frac{1}{V} \sum_{\lambda\lambda'} \sum_{\mathbf{k}} \langle E_0 | A_{\lambda\mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda'\mathbf{k}} | E_0 \rangle. \quad (1.82)$$

Analogamente ao cálculo de ρ_s , vamos considerar o limite do contínuo, em que temos uma esfera de Fermi com todos os níveis de energia preenchidos. Dessa forma, teremos:

$$\rho_B = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda} \int d^3k \langle E_0 | A_{\lambda\mathbf{k}}^\dagger A_{\lambda\mathbf{k}} | E_0 \rangle. \quad (1.83)$$

Efetuada a média e escrevendo a densidade bariônica total apenas em termos do parâmetro de degenerescência:

$$\rho_{BT} = \sum_B \rho_B = \sum_B \frac{2J_B + 1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{FB}} d^3k, \quad (1.84)$$

$$\rho_{BT} = \sum_B (2J_B + 1) \frac{k_{FB}^3}{6\pi^2}, \quad (1.85)$$

onde verificamos que a densidade bariônica será função apenas do momentum de Fermi dos bárions em questão.

1.2.5 Equação de Estado

A equação de estado é uma ferramenta extremamente importante no estudo da matéria nuclear, em grande parte por ainda não haver um modelo fundamental que a descreva. Sua determinação através de modelos é fundamental na obtenção de informações sobre qualquer tipo de transição de fase que ocorra no sistema. Previsões teóricas a respeito de propriedades de estrelas compactas também podem ser obtidas através da inserção da equação de estado nas equações de equilíbrio hidrostático de estrelas relativísticas. Essas equações são conhecidas como as equações de Tolman Oppenheimer e Volkof, ou equações TOV, e serão estudadas no capítulo 4.

Para determinar a equação de estado do modelo, devemos considerar uma sistema fermiônico, estático e no estado fundamental, pois estas foram as suposições feitas até

agora para que pudéssemos utilizar a teoria de campo médio. Partindo do tensor energia-momentum na teoria de campo médio, este pode ser aproximado como o de um fluido ideal e a partir dele são determinadas a pressão e densidade de energia através de suas componentes espaciais e temporal.

Tensor Energia-Momentum

A densidade lagrangiana de todo sistema físico é uma quantidade invariante de Lorentz, o que significa que esta deve possuir a mesma forma matemática em qualquer referencial inercial. Além disso, sua invariância frente transformações de simetria implica a existência de quantidades conservadas, resultado que é conhecido como *Teorema de Noether*. Na teoria quântica de campos, as simetrias internas dos campos acarretam a conservação da carga do campo, cuja densidade é dada pela componente zero da corrente de Noether j^μ [22].

A simetria espaço-temporal, ou seja, a invariância da densidade lagrangiana frente à translações nas coordenadas espaço temporais x^μ , gera uma quantidade conservada conhecida como tensor energia-momentum $T_{\mu\nu}$. Essa simetria será responsável pelas leis de conservação de energia e momentum, e é explicitada pelo valor nulo da quadri-divergência $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$. A expressão para o tensor energia-momentum em termos da densidade lagrangiana é dada por [22]:

$$T_{\mu\nu} = -\mathcal{L} g_{\mu\nu} + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \partial_\nu q_i, \quad (1.86)$$

onde estamos considerando a métrica de Minkowski $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ para um espaço plano.

Porém, estamos interessados no tensor energia-momentum na teoria de campo médio e, portanto, necessitamos da densidade lagrangiana do modelo para esse caso:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MFT} = & \sum_B \langle \bar{\psi}_B [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - g_{\varrho B} I^{3B} \gamma_0 \varrho_{03}) - m_B^*] \psi_B \rangle \\ & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03} + \left\langle \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l \right\rangle. \end{aligned} \quad (1.87)$$

Assim, de (1.86), teremos o tensor energia-momentum na teoria de campo médio dado por:

$$(T_{\mu\nu})_{MFT} = -\mathcal{L}_{MFT} g_{\mu\nu} + \sum_B \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \psi_B)} \partial_\nu \psi_B + \sum_l \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \psi_l)} \partial_\nu \psi_l. \quad (1.88)$$

As equações dos campos ψ_B e ψ_l , (1.50) e (1.29), irão anular os termos médios da densidade lagrangiana média. Assim, teremos apenas:

$$(T_{\mu\nu})_{MFT} = \left[\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03} \right] g_{\mu\nu} \\ + \sum_B (\bar{\psi}_B \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_B + \sum_l (\bar{\psi}_l \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_l. \quad (1.89)$$

Ao fazermos a aproximação de campo médio, fizemos a suposição de que nosso sistema é estático e encontra-se no estado fundamental. Devido a essa suposição, o tensor energia-momentum para o sistema em consideração pode ser tomado como o de um fluido ideal, ou seja, um fluido uniforme, isotrópico e em repouso. A forma matemática para o tensor energia-momentum do fluido ideal é:

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (1.90)$$

onde a quadri-velocidade é dada por $u^\mu = (1, \mathbf{0})$, dado que este encontra-se em repouso, e que deve satisfazer $u_\mu u^\mu = 1$, que é uma quantidade invariante. Os termos ε e p são respectivamente, a densidade de energia e a pressão. Partindo de (1.90) é evidente que o tensor energia-momentum de um fluido ideal é um tensor simétrico que possui termo não-nulos apenas na sua diagonal. A densidade de energia é obtida tomando seu termo temporal e a pressão será dada pelas suas componentes espaciais. Assim, a equação de estado do modelo será dada pelo valor médio de (1.89) de acordo com:

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle, \quad p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (1.91)$$

Densidade de Energia

O cálculo da densidade de energia é feito usando a componente temporal do tensor energia-momentum (1.89):

$$\varepsilon = (T_{00})_{TCM}, \quad (1.92)$$

$$\varepsilon = \left[\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 \right] g_{00} \\ + i \sum_B \langle \bar{\psi}_B \gamma_0 \partial_0 \psi_B \rangle + i \sum_l \langle \bar{\psi}_l \gamma_0 \partial_0 \psi_l \rangle, \quad (1.93)$$

onde a componente temporal da métrica será $g_{00} = 1$.

Na expressão acima, identificamos a contribuição dos mésons para a densidade de energia do sistema nos primeiros termos. Como já vimos, o méson escalar representado pelo

campo σ_0 terá um caráter atrativo na teoria, aumentando a energia de ligação do sistema conforme fica evidente em (1.93). Os mésons vetoriais representados por ω_0 e ϱ_{03} terão um caráter repulsivo, conforme indica o sinal negativo que os acompanha na expressão.

Para determinar a densidade de energia devemos determinar as médias para os bárions e léptons nos dois últimos termos da expressão. A média dos bárions será calculada a partir dos spinores apresentados na seção 1.2.4. Após o cálculo das médias, recaímos na expressão:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3}b m_N (g_{\sigma N}\sigma_0)^3 + \frac{1}{4}c (g_{\sigma N}\sigma_0)^4 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\varrho^2\varrho_{03}^2 \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{FB}} dk 4\pi k^2 \left(g_{\omega B}\omega_0 + g_{\varrho B}I^3\varrho_{03} + \sqrt{k^2 + (m_B^*)^2} \right) \\ & + \sum_l \frac{2J_l + 1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{Fl}} dk 4\pi k^2 \left(\sqrt{k^2 + m_l^2} \right). \end{aligned} \quad (1.94)$$

Como os léptons são partículas de spin $J_l = 1/2$, faremos essa substituição na expressão acima⁹. Sendo assim, a densidade de energia ainda pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3}b m_N (g_{\sigma N}\sigma_0)^3 + \frac{1}{4}c (g_{\sigma N}\sigma_0)^4 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\varrho^2\varrho_{03}^2 + \sum_B \rho_B (g_{\omega B}\omega_0 + g_{\varrho B}I^3\varrho_{03}) \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{FB}} dk k^2 \sqrt{k^2 + (m_B^*)^2} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{Fl}} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_l^2}. \end{aligned} \quad (1.95)$$

As integrais referentes à contribuição dos bárions e léptons na densidade de energia possuem a seguinte solução [24]:

$$\int dx x^2 \sqrt{x^2 + a} = \frac{1}{4} \left[x \left(\sqrt{x^2 + a} \right)^3 - \frac{1}{2}a x \sqrt{x^2 + a} - \frac{1}{2}a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a} \right) \right]. \quad (1.96)$$

A solução para o nosso caso é feita através da substituição $x \rightarrow k$ e $a \rightarrow (m^*)^2$, onde tomamos os limites dados na equação (1.95).

⁹Dependendo dos bárions que estão sendo considerados no modelo, o valor de spin não será $J_B = 1/2$. Esse, por exemplo, é o caso das ressonâncias Δ e Ω , que possuem spin $J_B = 3/2$. O termo de degenerescência dos bárions é mantido apenas para enfatizar este fato, embora as partículas pertencentes ao octeto bariônico que fazem parte do modelo que estamos usando, tenham todas $J_B = 1/2$.

A resolução dessas integrais nos levam a seguinte forma para a densidade de energia:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma_0)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma_0)^4 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \sum_B \rho_B (g_{\omega B}\omega_0 + g_{\rho B}I^3\rho_{03}) \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{8\pi^2} \left[\left(k_{F_B}^2 - \frac{(m_B^*)^2}{2} \right) k_{F_B} \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2} - \frac{(m_B^*)^4}{2} \ln \left(\frac{k_{F_B} + \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right] \\ & + \frac{1}{4\pi^2} \sum_l \left[\left(k_{F_l}^2 - \frac{m_l^2}{2} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} - \frac{m_l^4}{2} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.97)$$

A expressão acima é escrita em termos dos campos mesônicos na teoria de campo médio, dados por (1.39), (1.43) e (1.47). Em particular, das expressões (1.43) e (1.47), temos que $\sum_B \rho_B g_{\omega B} = \omega_0 m_\omega^2$ e $\sum_B \rho_B g_{\rho B} I^3 = \rho_{03} m_\rho^2$, o que nos leva à expressão final para a densidade de energia do modelo de Boguta-Bodmer:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma_0)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma_0)^4 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_B}^2}{4} - \frac{(m_B^*)^2}{8} \right) k_{F_B} \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2} - \frac{(m_B^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_B} + \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right] \\ & + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \left[\left(\frac{k_{F_l}^2}{4} - \frac{m_l^2}{8} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} - \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.98)$$

A dependência dos campos mesônicos na densidade de energia correspondem aos primeiros termos da expressão, onde estarão incluídos as constantes de acoplamento através das equações dos campos (1.39), (1.43) e (1.47). Além das constantes de acoplamento contidas nos campos, outros parâmetros estão presentes na expressão, como a massa efetiva dos bárions e o momentum de Fermi das partículas. Em outras palavras, para que a densidade de energia seja totalmente determinada, é preciso que a massa efetiva bariônica e as constantes de acoplamento do modelo sejam conhecidas.

Pressão

Assim como a densidade de energia, a pressão também será calculada segundo o tensor energia-momentum na aproximação de campo médio, conforme é mostrado em (1.89):

$$p = \frac{1}{3} (T_{ii})_{TCM}. \quad (1.99)$$

Para escrevermos T_{ii} , introduzimos as matrizes de Dirac através do quadri-vetor $\gamma_\mu = (\gamma_0, -\boldsymbol{\gamma})$, resultando na expressão:

$$p = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 \right] g_{ii} - \frac{i}{3} \sum_B \langle \bar{\psi}_B \gamma_i \partial_i \psi_B \rangle - \frac{i}{3} \sum_l \langle \bar{\psi}_l \gamma_i \partial_i \psi_l \rangle. \quad (1.100)$$

A soma das componentes espaciais da métrica será $g_{ii} = -3$, restando apenas determinar as médias para os bárions e léptons. As médias são calculadas a partir dos spinores apresentados na seção 1.2.4. Após efetuado o cálculo das médias recaímos na expressão:

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{3} \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_B}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + (m_B^*)^2}} + \frac{1}{3} \sum_l \frac{2J_l + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_l}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \quad (1.101)$$

As integrais da forma da expressão acima possuem a seguinte solução [24]:

$$\int dx \frac{x^4}{\sqrt{x^2 + a}} = \frac{1}{4} \left[x^3 \sqrt{x^2 + a} - \frac{3}{2} a x \sqrt{x^2 + a} + \frac{3}{2} a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a} \right) \right]. \quad (1.102)$$

A solução para o nosso caso é feita através da substituição $x \rightarrow k$ e $a \rightarrow (m^*)^2$, aplicada nos limites dados na equação (1.101). A resolução dessas integrais nos levam a seguinte forma para a pressão:

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_B}^2}{12} - \frac{(m_B^*)^2}{8} \right) k_{F_B} \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2} + \frac{(m_B^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_B} + \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right] + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \left[\left(\frac{k_{F_l}^2}{12} - \frac{m_l^2}{8} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} + \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l^*} \right) \right]. \quad (1.103)$$

A expressão acima, assim como a densidade de energia, é escrita em termos dos campos mesônicos na teoria de campo médio (1.39), (1.43) e (1.47). Como a contribuição do méson escalar será atrativa, esta terá uma pressão negativa; enquanto os mésons ω_0 e ρ_{03} terão uma pressão positiva devido ao seu caráter repulsivo. Os bárions e léptons terão uma contribuição fermiônica, conforme ilustrado pelas médias da expressão (1.100).

Para que a equação de estado possa ser finalmente determinada, precisamos ainda calcular a massa efetiva bariônica, as constantes de acoplamento $g_{\sigma N}$, $g_{\omega N}$ e $g_{\rho N}$, bem como as

constantes b e c . Sendo essas quantidades conhecidas, podemos ainda determinar a população de partículas em função da densidade bariônica. Esses serão os próximos tópicos a serem abordados nas seções seguintes.

1.2.6 Massa Efetiva Bariônica

A massa efetiva bariônica é fundamental na determinação completa de todo modelo da hadrodinâmica quântica. Vimos das equações para os campos mesônicos que o campo σ_0 será vinculada à massa efetiva bariônica m_B^* através da densidade escalar. Por outro lado, a definição da massa efetiva bariônica, dada por (1.27), descreve a massa efetiva em função de σ_0 , fazendo com que tenhamos de escrever uma expressão auto-consistente para determinar m_B^* .

Partindo da definição (1.27), temos:

$$m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \sigma_0. \quad (1.104)$$

Devemos substituir o campo σ_0 pela expressão encontrada através de sua equação de campo na teoria de campo médio, conforme (1.39):

$$m_B^* = m_B - \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2} \left[\sum_{B'} g_{\sigma B'} \rho_{sB'} - g_{\sigma N} (b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^2 + c (g_{\sigma N} \sigma_0)^3) \right]. \quad (1.105)$$

A expressão para o campo σ_0 porém, também deve ser resolvida auto-consistentemente. De modo a escrevermos a massa efetiva bariônica em termos dela mesma e obtermos, assim, uma expressão auto-consistente, reescrevemos a definição (1.27) como:

$$\sigma_0 = \frac{(m_B - m_B^*)}{g_{\sigma B}}, \quad (1.106)$$

que será substituída nos termos quadrático e cúbico da expressão para m_B^* .

Assim, a expressão auto-consistente para a massa efetiva bariônica será:

$$m_B^* = m_B - \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2} \left\{ \sum_{B'} g_{\sigma B'} \rho_{sB'} - g_{\sigma N} \left[b m_N \left(\frac{g_{\sigma N}}{g_{\sigma B}} (m_B - m_B^*) \right)^2 + c \left(\frac{g_{\sigma N}}{g_{\sigma B}} (m_B - m_B^*) \right)^3 \right] \right\}. \quad (1.107)$$

Por fim, devemos apenas reescrever a densidade escalar bariônica, resultando na expressão final:

$$m_B^* = m_B + \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2} \left\{ g_{\sigma N} \left[b m_N \left(\frac{g_{\sigma N}}{g_{\sigma B}} (m_B - m_B^*) \right)^2 + c \left(\frac{g_{\sigma N}}{g_{\sigma B}} (m_B - m_B^*) \right)^3 \right] - \sum_{B'} m_{B'}^* g_{\sigma B'} \frac{(2J'_B + 1)}{4\pi^2} \left[k_{F_{B'}} \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2} - (m_{B'}^*)^2 \ln \left(\frac{k_{F_{B'}} + \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2}}{m_{B'}^*} \right) \right] \right\}. \quad (1.108)$$

Vemos que a massa efetiva bariônica será função de k_{FB} e, conseqüentemente, de ρ_B . Além disso, sua expressão ainda depende da constante de acoplamento $g_{\sigma N}$ e das constantes b e c oriundas do potencial do campo escalar. A obtenção dessas constantes será mostrada na próxima seção e, a partir destas, poderemos calcular m_B^* e, conseqüentemente, a equação de estado do modelo.

1.2.7 Constantes de Acoplamento

Para que a formulação do modelo de Boguta-Bodmer esteja completa, resta-nos determinar as constantes de acoplamento $g_{\sigma N}$, $g_{\omega N}$ e $g_{\rho N}$ e as constantes b e c que modulam os termos de auto-interação no potencial do campo escalar. Como vimos, a matéria nuclear possui um ponto de saturação no qual a inclusão de mais núcleons será ignorada pelas regiões mais internas e densas, afetando apenas as regiões próximas a ele. Assim, como as propriedades da matéria nuclear simétrica são conhecidas [2], normalizamos as constantes de acoplamento do modelo fazendo seu cálculo na saturação e extrapolando seus resultados para a matéria nuclear infinita.

Como temos cinco constantes a determinar, usaremos cinco propriedades da matéria nuclear na saturação para o nosso cálculo. A partir de dados experimentais conhecemos os valores da densidade de saturação ρ_0 e da densidade de energia na saturação ε_0 , bem como temos um intervalo de valores possíveis para a massa efetiva do núcleon $(m_N^*)_0$ e do módulo de compressibilidade K_0 . Além disso, devido ao caráter saturado da matéria nuclear, a inclusão de novos núcleons não afetará a densidade central, fazendo com que a pressão na saturação seja nula, conforme o *Teorema de Hugenholtz-van Hove* [25]. Finalmente, para determinar a constante de acoplamento $g_{\rho N}$, associada à existência de assimetria entre núcleons, usamos o coeficiente de simetria a_4 obtido a partir da fórmula semi-empírica de massa, cujo valor também é conhecido.

Assim, podemos partir das expressões já obtidas para a densidade de energia, pressão, massa efetiva bariônica, módulo de compressibilidade e coeficiente de simetria, dadas por (1.98), (1.103), (1.108), (1.9) e (1.8) respectivamente, e aplicá-las no limite de saturação¹⁰, levando a um conjunto de equações.

É importante ressaltar que estamos considerando a matéria nuclear simétrica na saturação, ou seja, além de $\gamma = 4$, devemos considerar uma equação de estado que não contemple o méson ϱ_{03} nem os léptons. A presença do campo mesônico ϱ_{03} será considerada

¹⁰Aqui, no lugar de escrevermos as equações em termos dos campos mesônicos, estas estão escritas em termos das suas constantes de acoplamento. Além disso, o campo σ_0 também já foi escrito em termos da massa efetiva m_N^* , conforme é dado pela expressão (1.106) na saturação.

apenas na determinação da constante de acoplamento $g_{\sigma N}$. A partir de agora, nessa seção, entenderemos que $k_{F_N} = (k_{F_N})_0$ e $m_N^* = (m_N^*)_0$.

Assim, usando a equação para a densidade de energia na saturação, temos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = \sum_N \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 (m_N - m_N^*)^2 + \frac{1}{3} b m_N (m_N - m_N^*)^3 + \frac{1}{4} c (m_N - m_N^*)^4 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 + \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_{F_N}} dk k^2 \sqrt{k^2 + (m_N^*)^2} \right]. \end{aligned} \quad (1.109)$$

Nessa expressão, os valores de ε_0 , ρ_0 , $(k_F)_0$, m_N e $(m_N^*)_0$ são conhecidos, sendo esta uma função apenas de $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$, b e c .

Da equação para a pressão na saturação, temos:

$$\begin{aligned} p_0 = 0 = \sum_N \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 (m_N - m_N^*)^2 - \frac{1}{3} b m_N (m_N - m_N^*)^3 - \frac{1}{4} c (m_N - m_N^*)^4 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 + \frac{2}{3\pi^2} \int_0^{k_{F_N}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + (m_N^*)^2}} \right], \end{aligned} \quad (1.110)$$

que, assim como para a densidade de energia, será função apenas de $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$, b e c .

A equação para a massa efetiva do núcleon na saturação será:

$$m_N^* = m_N - \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \left[\sum_{N'} \rho_{sN'} - b m_N (m_N - m_N^*)^2 - c (m_N - m_N^*)^3 \right], \quad (1.111)$$

onde a dependência será apenas nas massas de repouso do núcleon m_N e efetiva $(m_N^*)_0$ na saturação. Identificamos ainda que essa expressão não será função da constante de acoplamento $g_{\omega N}$.

Vimos na seção 1.1 que o módulo de compressibilidade pode ser expresso por (1.9), dependendo da razão ε/ρ . Porém, na saturação a função ε/ρ será um mínimo, implicando que:

$$\left[\frac{d}{d\rho} \left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right) \right]_0 = 0 = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\varepsilon}{d\rho} - \varepsilon \frac{1}{\rho^2} \right), \quad (1.112)$$

que nos leva a relação: $\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{d\varepsilon}{d\rho} = \mu$, onde μ , nesse caso, é o potencial químico do núcleon. Voltaremos a falar do potencial químico na próxima seção, onde este terá um papel importante na determinação das populações de partículas do modelo.

Assim, uma outra forma de escrever o módulo de compressibilidade na saturação será [4]:

$$K_0 = 9\rho_0 \left[\frac{d\mu}{d\rho} \right]_{\rho=\rho_0}, \quad (1.113)$$

que nos leva a expressão final [4]:

$$K_0 = \frac{6k_F^3}{\pi^2} \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 + \frac{3k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2}} - \frac{6k_F^3}{\pi^2} \left[\frac{m_N^*}{\sqrt{k^2 + (m_N^*)^2}} \right]^2 \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \right)^2 \times \left\{ 1 + \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \right)^2 \left[2b m_N (m_N - m_N^*) + 3c (m_N - m_N^*)^2 + \frac{2}{\pi^2} \int dk \frac{k^4}{(k^2 + (m_N^*)^2)^{3/2}} \right] \right\}^{-1} \quad (1.114)$$

Como já temos quatro equações para determinar as quatro constantes $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$, b e c , precisamos de uma quinta equação para determinar $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$. Vimos que o coeficiente de simetria da fórmula semi-empírica de massa é dado por (1.8), dependendo da razão ε/ρ . Utilizando a densidade de energia na saturação, teremos o seguinte coeficiente de simetria a_4 :

$$a_4 = \frac{k_F^3}{12\pi^2} \left(\frac{g_{\rho N}}{m_\rho} \right)^2 \frac{k_F^3}{12\pi^2} + \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2}}, \quad (1.115)$$

onde verificamos que, dados os valores de a_4 , $(k_F)_0$ e $(m_N^*)_0$, a constante $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ será:

$$\left(\frac{g_{\rho N}}{m_\rho} \right)^2 = \frac{12\pi^2}{k_F^3} \left[a_4 - \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2}} \right]. \quad (1.116)$$

O valor do coeficiente de simetria, conforme apresentado em 1.1, será $a_4 = 32.5 \text{ MeV}$. Da expressão para a densidade bariônica, dado que $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, temos um momentum de Fermi na saturação de $k_F = 1.36 \text{ fm}^{-1}$. Vimos também que a massa efetiva do núcleon possui um valor experimental entre $0.7 < m_N^*/m_N < 0.78$, sendo a maior fonte de incerteza no valor de $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$. Na tabela (1.4) mostraremos os valores de $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ em função de diferentes valores de massas efetivas no intervalo experimental.

Vimos que na saturação, $\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{d\varepsilon}{d\rho}$, o que nos permite calcular $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$ independentemente, dado que ao efetuarmos a derivada da densidade de energia, a dependência do méson escalar desaparece devido à sua equação de movimento. Tomando a densidade de energia para a matéria nuclear simétrica, temos:

$$\left(\frac{\varepsilon}{\rho} \right)_0 = \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} \right)_0 = \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0 + \sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2}, \quad (1.117)$$

que leva a seguinte expressão para $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$:

$$\left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\varepsilon_0}{\rho_0} - \sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2} \right]. \quad (1.118)$$

Novamente, vimos que os valores da energia e da densidade bariônica na saturação serão $\varepsilon_0 = 156.91 \text{ MeV fm}^{-3}$ e $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, respectivamente. A expressão ainda será dependente do valor do momentum de Fermi na saturação $(k_F)_0$, obtido da densidade na saturação, e da massa efetiva do núcleon $(m_N^*)_0$. Devemos lembrar que a razão ε_0/ρ_0 é obtida através da massa de repouso do núcleon, $m_N = 939 \text{ MeV}$, e da energia de ligação por núcleon, $B/A = -16.0 \text{ MeV}$, na saturação.

As equações para $(m_N^*)_0$, p_0 e K_0 formarão um sistema cujas incógnitas serão $(g_{\sigma B}/m_\sigma)^2$, b e c . Essas três equações podem ser reescritas de modo a terem uma forma do tipo:

$$\alpha_i \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 + \beta_i b + c \gamma_i = \delta_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.119)$$

A expressão (1.114) para o módulo de compressibilidade pode ser rearranjada de modo que tenhamos a primeira equação cujos coeficientes serão:

$$\alpha_1 = K_0 - \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \frac{6k_F^3}{\pi^2} - \frac{3k_F^2}{\sqrt{k^2 + (m_N^*)^2}}, \quad (1.120)$$

$$\beta_1 = 2m_N(m_N - m_N^*) \alpha_1, \quad (1.121)$$

$$\gamma_1 = 3(m_N - m_N^*)^2 \alpha_1, \quad (1.122)$$

$$\delta_1 = -\frac{6k_F^3}{\pi^2} \left(\frac{m_N^*}{\sqrt{k^2 + (m_N^*)^2}} \right)^2 - \frac{2}{\pi^2} \int dk \frac{k^4}{(k^2 + (m_N^*)^2)^{3/2}} \alpha_1. \quad (1.123)$$

A equação (1.110) para a pressão na saturação gerará os coeficientes:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}(m_N - m_N^*)^2, \quad (1.124)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{3}m_N(m_N - m_N^*)^3, \quad (1.125)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{4}(m_N - m_N^*)^4, \quad (1.126)$$

$$\delta_2 = - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 + \frac{2}{3\pi^2} \int_0^{k_{FN}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + (m_N^*)^2}} \right]. \quad (1.127)$$

E a equação (1.111) para a massa efetiva do núcleon terá os termos:

$$\alpha_3 = (m_N - m_N^*), \quad (1.128)$$

$$\beta_3 = m_N (m_N - m_N^*)^2, \quad (1.129)$$

$$\gamma_3 = (m_N - m_N^*)^3, \quad (1.130)$$

$$\delta_3 = \rho_s = \frac{1}{\pi^2} \left[m_N^* k_{FN} \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2} - (m_N^*)^3 \ln \left(\frac{k_{FN} + \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2}}{m_N^*} \right) \right]. \quad (1.131)$$

E a solução para esse sistema de equações será dada por [4]:

$$c = \frac{(\alpha_3\beta_1 - \alpha_1\beta_3)(\alpha_2\delta_1 - \alpha_1\delta_2) - (\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2)(\alpha_3\delta_1 - \alpha_1\delta_3)}{(\alpha_3\beta_1 - \alpha_1\beta_3)(\alpha_2\gamma_1 - \alpha_1\gamma_2) - (\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2)(\alpha_3\gamma_1 - \alpha_1\gamma_3)}, \quad (1.132)$$

$$b = \frac{(\alpha_2\delta_1 - \alpha_1\delta_2) - (\alpha_2\gamma_1 - \alpha_1\gamma_2)c}{\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2}, \quad (1.133)$$

$$\left(\frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma} \right)^2 = \frac{\alpha_1}{\delta_1 - \gamma_1 c - \beta_1 b}. \quad (1.134)$$

Assim, utilizando os valores já apresentados de ε_0 , ρ_0 , $(k_F)_0$ e a_4 e para uma dada escolha de massa efetiva do núcleon no intervalo de $0.70 < (m_N^*)_0 < 0.78$ e de módulo de compressibilidade no intervalo de $200 < K_0 < 300 \text{ MeV}$, temos as constantes de acoplamento e as constantes do modelo determinadas. Na tabela (1.4) são apresentados os valores dessas quantidades para diferentes valores de $(m_N^*)_0$ e K_0 .

O fato das constantes b e c do modelo poderem parametrizar os valores dessas propriedades da matéria nuclear torna o modelo de Boguta-Bodmer um dos mais usados na literatura referente à estrelas de nêutrons. Porém, como já dito, algumas escolhas de parâmetros não levam a um resultado físico.

Tabela 1.4: Valores das constantes de acoplamento do modelo de Boguta-Bodmer para valores diferentes de $(m_N^*/m_N)_0$ e K_0 , utilizando: $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, $B/A = -16.0 \text{ MeV}$ e $a_4 = 32.5 \text{ MeV}$.

$(m_N^*/m_N)_0$	$K_0 \text{ (MeV)}$	$(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$	$(g_{\omega N}/m_\omega)^2$	$(g_{\rho N}/m_\rho)^2$	$b \times 100$	$c \times 100$
0.70	235	11.14	6.35	3.72	0.521	-0.567
0.70	265	10.90	6.35	3.72	0.433	-0.370
0.70	295	10.66	6.35	3.72	0.342	-0.168
0.72	235	10.62	5.83	3.81	0.609	-0.606
0.72	265	9.51	5.83	3.81	0.0885	0.633
0.72	295	9.26	5.83	3.81	-0.0431	0.946
0.75	235	9.82	5.05	3.95	0.778	-0.617
0.75	265	9.52	5.05	3.95	0.606	-0.158
0.75	295	9.22	5.05	3.95	0.427	0.319
0.78	235	9.01	4.26	4.08	1.00	-0.409
0.78	265	8.65	4.26	4.08	0.721	0.436
0.78	295	8.30	4.26	4.08	0.429	1.32

1.2.8 Populações de Partículas

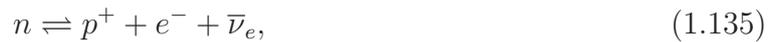
Ao considerarmos densidade cada vez maiores, novos graus de liberdade bariônicos devem ser considerados. Isso deve-se ao fato de que, conforme a densidade de energia do sistema aumenta, novos processos químicos são possíveis, podendo gerar partículas mais pesadas. No cenário de estrelas de nêutrons, os neutrinos escapam da estrela cerca de um minuto após a explosão da supernova e, portanto, não devem estar presentes em qualquer formalismo que queira descrever tais sistemas, conforme abordaremos no capítulo 4.

A formação de bárions mais pesados estará associada a suas propriedades químicas. Essas propriedades são obtidas a partir da termodinâmica e irão determinar o que é chamado de *limiar de criação de partículas* do modelo. Conhecendo a condição de limiar, podemos analisar como as propriedades das partículas influenciam no seu surgimento e também determinar sua população relativa para diferentes densidades bariônicas.

Equilíbrio Químico

Sistemas onde ocorrem reações químicas são governados por leis de equilíbrio dadas pela termodinâmica. O equilíbrio químico se dá quando ocorre a estabilização das frações dos constituintes da reação, e é descrito através de seus potenciais químicos μ_i .

O decaimento beta e o decaimento beta inverso constituem reações químicas de grande importância para a matéria nuclear e de estrelas de nêutrons. Essas reações se dão conforme é mostrado abaixo, respectivamente:



O equilíbrio químico é expresso na termodinâmica através de [26]:

$$\sum_i \nu_i \mu_i = 0, \quad (1.137)$$

onde ν_i indica o coeficiente estequiométrico da componente na reação.

Conforme mencionado no início dessa seção, neutrinos não estão presentes em estrelas de nêutrons e, portanto, tomamos seu potencial químico como nulo ao tratarmos nosso modelo para esse cenário. Nesse caso, a expressão para o equilíbrio beta será:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e. \quad (1.138)$$

Outra reação de interesse para nosso estudo será a do decaimento do múon em um elétron, dada por:



cuja expressão para o equilíbrio será:

$$\mu_e = \mu_\mu. \quad (1.140)$$

Como no nosso sistema estamos considerando férmions, o equilíbrio químico apresenta-se como uma forma de garantir que, partindo das determinadas reações pertinentes para o nosso problema, o sistema alcançará um estado de estabilidade termodinâmica no qual os níveis de energia são preenchidos de modo que a energia seja um mínimo. Porém, para descrevermos totalmente nosso sistema, devemos ainda adicionar duas leis de conservação ao considerarmos no equilíbrio químico: a conservação da carga elétrica e do número bariônico. Essas leis de conservação são expressas no equilíbrio químico através de:

$$\mu_i = q_{b_i}\mu_n - q_{e_i}\mu_e, \quad (1.141)$$

onde q_{b_i} e q_{e_i} são as cargas bariônica e elétrica da partícula em questão. Verificamos que temos a condição de equilíbrio dada em termos do potencial químico do nêutron e do elétron.

Assim, considerando todo o octeto bariônico e o múon, teremos o seguinte conjunto de equações:

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad (1.142)$$

$$\mu_\Lambda = \mu_n, \quad (1.143)$$

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_e, \quad (1.144)$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_n + \mu_e, \quad (1.145)$$

$$\mu_{\Sigma^0} = \mu_n, \quad (1.146)$$

$$\mu_{\Xi^0} = \mu_n, \quad (1.147)$$

$$\mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_e, \quad (1.148)$$

$$\mu_\mu = \mu_e, \quad (1.149)$$

onde identificamos que as expressões para μ_p e μ_μ estão de acordo com as já obtidas em (1.138) e (1.140).

Agora que as relações entre os potenciais químicos das partículas do nosso sistema já são conhecidas, devemos determinar uma expressão para essas quantidades a partir da equação de estado do modelo.

Limiar de Criação de Partículas

O conceito de potencial químico foi introduzido por J. W. Gibbs, e está relacionado ao aumento de energia do sistema quando uma nova partícula é adicionada a ele. Matematicamente, o potencial químico será dado pela derivada da energia de Gibbs do sistema com relação ao número de partículas, à pressão e temperatura constantes, conforme [26]:

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial N} \right)_{P,T}. \quad (1.150)$$

A expressão acima pode ser reescrita em termos de densidades [4]:

$$\mu = \left(\frac{d\varepsilon}{d\rho} \right)_{P,T}. \quad (1.151)$$

Outra forma de encontrar uma expressão para os potenciais químicos dos bárions e léptons é proveniente da primeira lei da termodinâmica no regime de temperatura nula:

$$\varepsilon = -p + \mu\rho. \quad (1.152)$$

Isso nos permite escrever o potencial químico como:

$$\mu = \frac{\varepsilon + p}{\rho}. \quad (1.153)$$

Assim, os potenciais químicos leptônicos serão:

$$\mu_l = \frac{\varepsilon_l + p_l}{\rho_l}, \quad (1.154)$$

$$\mu_l = \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}. \quad (1.155)$$

Usando a mesma expressão para os bárions:

$$\mu_B = \frac{\varepsilon_B + p_B}{\rho_B}, \quad (1.156)$$

e a equação de estado do modelo, dada por (1.98) e (1.103), temos:

$$\mu_B = \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2} + (g_{\omega B})_0 \omega_0 + (g_{\rho B})_0 \rho_{03} I^{3B}, \quad (1.157)$$

onde a forma como se dá os acoplamentos estará implícita nos termos de massa efetiva e dos campos mesônicos.

Aqui, devemos salientar que determinamos as constantes de acoplamento dos mésons na saturação, o que significa que até o momento, não mencionamos como se dará acoplamento entre os mésons e os híperons. Esse assunto será abordado na próxima seção, onde diferentes formas de acoplamentos serão apresentadas, mostrando sua influência nos resultados do modelo.

Da equação de equilíbrio, encontramos as relações entre os potenciais químicos das partículas conforme (1.142 - 1.149). Dessas relações, identificamos quatro equações distintas:

$$\mu_p = \mu_{\Sigma^+}, \text{ para bárions de carga positiva;}$$

$$\mu_n = \mu_{\Lambda} = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0}, \text{ para bárions de carga nula;}$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-}, \text{ para bárions de carga negativa;}$$

$$\mu_e = \mu_{\mu}, \text{ para léptons.}$$

Queremos determinar os potenciais químicos das partículas para diferentes densidades bariônicas. Porém, vimos que todas as expressões acima podem ser escritas em termos de μ_n e μ_e , ou seja, resolvendo (1.154) e (1.156) para essas duas partículas, todas as outras estarão determinadas. Identificamos cinco incógnitas nas expressões dos potenciais químicos: k_{F_n} , k_{F_e} , σ_0 (que estará contida na massa efetiva), ω_0 e ϱ_{03} .

As expressões para os campos mesônicos para diferentes densidades bariônicas são dadas por (1.39), (1.43) e (1.47). As duas outras equações necessárias para determinarmos o sistema serão dadas pelas leis de conservação.

De modo que a conservação de carga continue estabelecida para altas densidades, onde existe a presença de híperons, teremos que:

$$\rho_p + \rho_{\Sigma^+} = \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_e + \rho_{\mu}. \quad (1.158)$$

E a conservação de número bariônico será dada simplesmente por:

$$\rho_{BT} = \rho_p + \rho_n + \rho_{\Lambda} + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0}, \quad (1.159)$$

onde ρ_{BT} constitui a densidade bariônica total do sistema.

Conhecidas todos os potenciais químicos presentes no modelo, podemos definir a população de partículas como sendo a razão entre a densidade da partícula pela densidade total $\rho = \rho_{BT} + \rho_{lt}$, o que nos dá um valor relativo ρ_i/ρ .

Até o momento, estudamos como determinar a população de partículas, contudo não mencionamos suas condições de criação. A energia das partículas presentes no sistema cresce conforme consideramos densidades maiores. Quando a energia de uma partícula de uma determinada espécie cresce até o ponto de superar a massa de outra partícula dessa mesma espécie, a nova partícula é criada no sistema. Por exemplo, quando a energia de Fermi do elétron μ_e passa a ser maior que a massa do múon m_{μ} , o múon será considerado uma partícula integrante do sistema. A mesma lógica é aplicada para os bárions, embora a expressão para μ_B possua uma dependência de outras propriedades bariônicas.

O limiar de criação de léptons dependerá apenas das massas e energias das partículas envolvidas. Contudo, na expressão para o potencial químico bariônico (1.157), identificamos

a dependência dos campos mesônicos. A presença do termo do campo ϱ_3 na expressão deixa clara a dependência do isospin do bárion na determinação do limiar de criação de partículas. Como já dito, os acoplamentos entre mésons e bárions também terão relevância nesse tópico pois estarão incluídos no potencial químico. Isso significa que ao estudarmos o limiar de criação de bárions não devemos esperar que estes sejam criados dependendo apenas de sua massa de repouso, mas sim que haja dependência dos parâmetros do modelo que estamos considerando. Assim, para uma determinada escolha de acoplamentos, podemos ter uma determinada partícula sendo criada para uma densidade diferente que para outra escolha de parâmetros. Além disso, ainda é possível que haja troca na ordem de criação das partículas.

Assim, vimos que considerando o sistema fermiônico para densidades cada vez maiores, podemos determinar a população de partículas através de um conjunto de cinco equações, dadas pelas expressões para os campos mesônicos e as conservações de carga e número bariônico. Dessas equações, determinamos o potencial químico das partículas e, conseqüentemente, um limiar de densidades para o qual estas devem surgir. Resta-nos ainda descrever como se dá o acoplamento entre os mésons e os bárions mais pesados, de modo a obtermos os resultados do modelo.

1.2.9 Acoplamentos dos Híperons

Os híperons são bárions pesados, que possuem ao menos um quark strange em sua composição. Por serem partículas pesadas, híperons não estão presentes em núcleos atômicos e, portanto, não é possível determinar diretamente o acoplamento méson-híperon através das propriedades da matéria nuclear na saturação como é feito para os núcleons. Existem diversos modelos na literatura que se propõem a explicar como se dão esses acoplamentos e um dos objetivos deste trabalho será mostrar como estes influenciam nos resultados do modelo utilizado para a descrição dos hádrons. Para tanto, definimos as seguintes quantidades associadas aos acoplamentos:

$$\chi_{\sigma B} = \frac{g_{\sigma B}}{g_{\sigma N}}, \quad \chi_{\omega B} = \frac{g_{\omega B}}{g_{\omega N}}, \quad \chi_{\varrho B} = \frac{g_{\varrho B}}{g_{\varrho N}}. \quad (1.160)$$

Apresentaremos a seguir quatro modelos de acoplamentos de híperons. A sigla “HYS” (de *hyperonic scheme*) será adotada para designar os diferentes modelos, conforme é mostrado abaixo:

- **HYS(1)**: também conhecido como *acoplamento universal*, este modelo considera que todos os híperons acoplam-se aos mésons da mesma forma que os núcleons, conforme:

$$\chi_{\sigma B} = \chi_{\omega B} = \chi_{\varrho B} = 1. \quad (1.161)$$

- **HYS(2)**: proposto por Moszkowski [27], o modelo propõe uma correção para os acoplamentos baseado no fato de que núcleons e híperons possuem uma diferente constituição de quarks. A correção é dada por:

$$\chi_{\sigma B} = \chi_{\omega B} = \chi_{\rho B} = \sqrt{2/3} \quad (B \neq N). \quad (1.162)$$

- **HYS(3)**: este modelo para acoplamento de híperons que é baseado na simetria spin-isospin SU(6) [28]. O modelo considera regras de contagem de quarks para determinar o acoplamento com os mésons σ e ω . A regra estabelece que o acoplamento do bárion com esses mésons sofrerá uma redução de 1/3 para a presença de cada quark estranho presente nele. Já a regra para o acoplamento com o méson ρ baseia-se na proporção entre o isospin do núcleon e do híperon em questão. As regras de contagem são resumidas abaixo:

$$\chi_{\sigma\Lambda} = 2/3, \quad \chi_{\sigma\Sigma} = 2/3, \quad \chi_{\rho\Xi} = 1/3, \quad (1.163)$$

$$\chi_{\omega\Lambda} = 2/3, \quad \chi_{\omega\Sigma} = 2/3, \quad \chi_{\omega\Xi} = 1/3, \quad (1.164)$$

$$\chi_{\rho\Lambda} = 0, \quad \chi_{\rho\Sigma} = 2, \quad \chi_{\rho\Xi} = 1. \quad (1.165)$$

- **HYS(4)**: Hipernúcleos são núcleos atômicos produzidos em laboratório que possuem híperons em sua composição. Em particular, a produção de hipernúcleos compostos pelo híperon Λ motivou a proposta de mais um modelo de acoplamento hiperônico. Nesse modelo, é assumido que todos os outros híperons acoplam-se da mesma forma que o lambda, de acordo com:

$$\chi_{\sigma B} = \chi_{\sigma\Lambda}, \quad \chi_{\omega B} = \chi_{\omega\Lambda}, \quad \chi_{\rho B} = 0 \quad (B \neq N), \quad (1.166)$$

onde não haverá acoplamento com o méson ρ pois o lambda não possui isospin.

Os outros acoplamentos com os mésons σ e ω serão determinados através da energia de ligação do hipernúcleo [2, 29]:

$$\left(\frac{B}{A}\right)_{\Lambda} = \left(\frac{g_{\omega N}}{m_{\omega}}\right)^2 \chi_{\omega\Lambda} - (m_{\Lambda} - m_{\Lambda}^*) \chi_{\sigma\Lambda}. \quad (1.167)$$

O valor experimental da energia de ligação é de $(B/A)_{\Lambda} = -28 \text{ MeV}$ [29]. O valor de $\chi_{\sigma\Lambda}$ de dados experimentais encontra-se no intervalo $0.5 < \chi_{\sigma\Lambda} < 0.72$ [30]. O valor mais baixo corresponde ao limite para massa máxima de estrelas de nêutrons e o superior para a matéria hipernuclear. O valor de $\chi_{\omega\Lambda}$ também dependerá da massa efetiva que está sendo considerada para lambda. Assim, podemos considerar dois valores distintos para $\chi_{\sigma\Lambda}$ de modo a analisarmos sua influência na transição de fase. Tomando $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.65$, que leva à $\chi_{\omega\Lambda} = 0.73$, temos o esquema de acoplamento **HYS(4A)**. Tomando um valor maior

para o acoplamento $\chi_{\sigma\Lambda}$, temos o modelo **HYS(4B)** que considera $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.83$ e $\chi_{\omega\Lambda} = 1.03$. Resumindo, teremos as seguintes valores para os modelos **HYS(4A)** e **HYS(4B)**, respectivamente:

$$\chi_{\sigma B} = 0.65, \quad \chi_{\omega B} = 0.73 \quad (B \neq N), \quad (1.168)$$

$$\chi_{\sigma B} = 0.85, \quad \chi_{\omega B} = 1.03 \quad (B \neq N). \quad (1.169)$$

A influência de diferentes modelos de acoplamentos de híperons será mostrada na próxima seção, para a matéria hadrônica. Voltaremos a esse tópico nos capítulos 3 e 4, ao estudarmos a transição de fase para a matéria de quarks e seus efeitos em estrelas compactas. É importante salientar que a aplicação de diferentes modelos para acoplamentos de híperons na descrição de estrelas híbridas permite sua validação, fato este que não é possível em laboratórios terrestres.

1.2.10 Resultados do Modelo de Boguta-Bodmer

Nessa seção apresentaremos os resultados do modelo de Boguta-Bodmer. Aqui serão discutidas as influências das propriedades da matéria nuclear na equação de estado e nas populações. Esses tópicos voltarão a ser importantes no capítulo 3, quando esse modelo será empregado na descrição da fase de hádrons na transição de fase.

Equação de Estado

Na Figura 1.1 é mostrada a dependência da equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer com massa efetiva do núcleon. A partir dessa figura, vemos que para maiores massas efetivas do núcleon a equação de estado do modelo será mais suave. A suavidade da equação de estado para massas efetivas do núcleon maiores deve-se ao fato de que o sistema estará menos ligado. Analogamente, para uma massa efetiva menor, o sistema estará mais ligado, fazendo com que a equação de estado seja mais rígida.

Na Figura 1.2, temos a dependência da equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer com a compressibilidade, onde identificamos que equação de estado será mais suave conforme o módulo de compressibilidade é menor. O resultado está de acordo com o esperado, já que uma matéria que possua um módulo de compressibilidade maior poderá ser mais comprimida e, portanto, terá uma equação de estado mais rígida, conforme é mostrado.

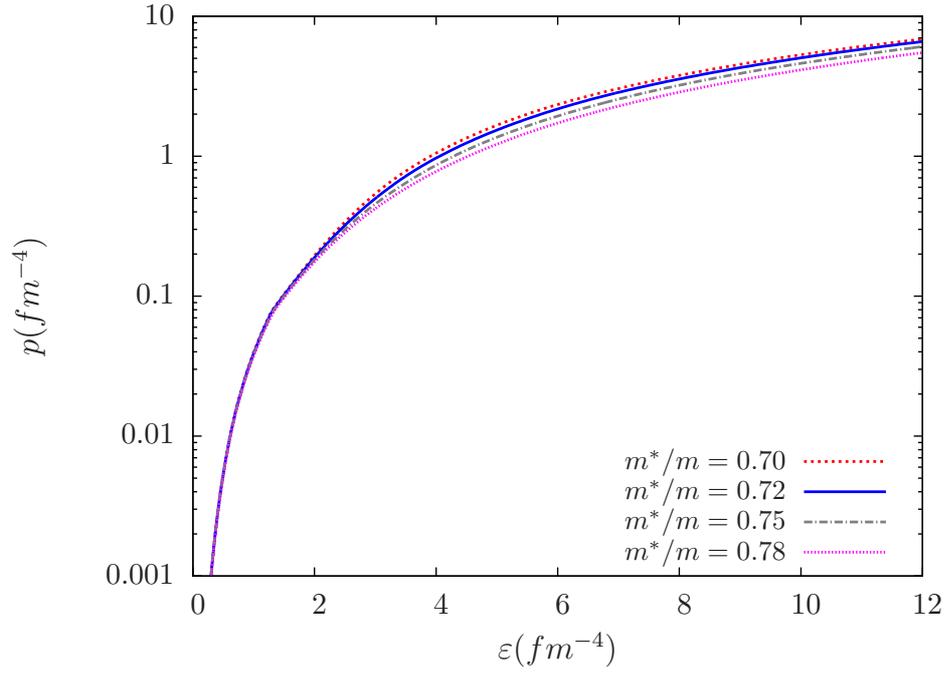


Figura 1.1: Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes valores de m^*/m , com $K_0 = 265 \text{ MeV}$ e acoplamento $HYS(4B)$.

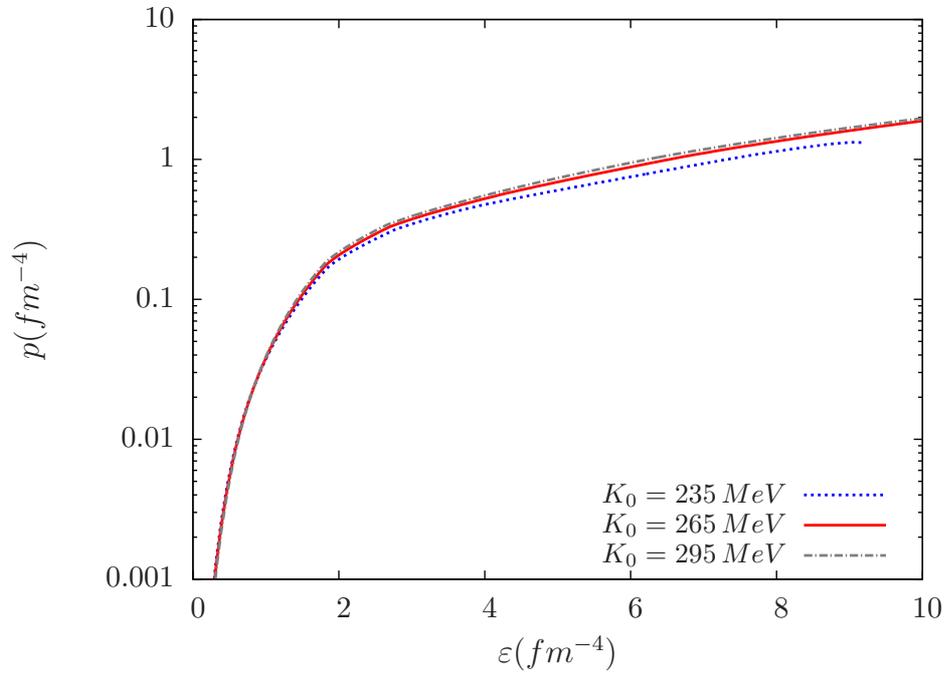


Figura 1.2: Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes valores de K_0 com $m^*/m = 0.75$ e acoplamento $HYS(3)$.

A dependência da equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer com os esquemas de acoplamentos de híperons é mostrado na Figura 1.3. Vemos que as equações de estado mais rígidas são provenientes dos acoplamentos $HYS(4B)$ e $HYS(1)$, respectivamente. Equações de estado de rigidez intermediária serão dadas pelos acoplamentos $HYS(2)$ e $HYS(4A)$ respectivamente, e que, no regime de alta densidade muda a ordem de maior rigidez entre os dois modelos. Por fim, o esquema $HYS(3)$ gera uma equação de estado severamente mais suave em comparação aos outros esquemas de acoplamento. O mesmo comportamento é verificado para diferentes escolhas de parâmetros.

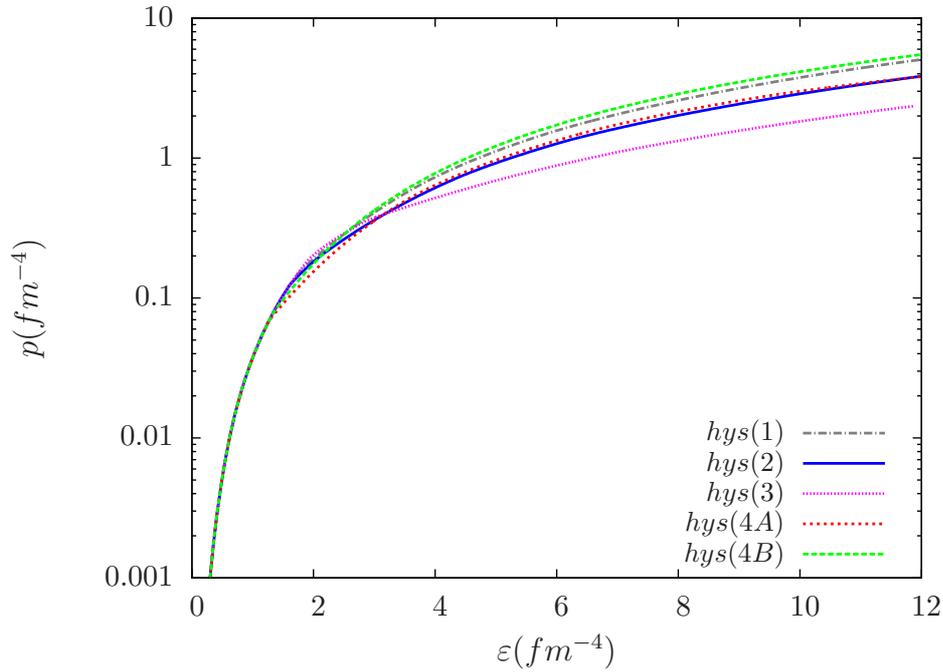


Figura 1.3: Equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes acoplamentos, com $m^*/m = 0.78$, $K_0 = 265 \text{ MeV}$.

Populações de Partículas

Na Figura 1.4, é mostrada a dependência da população de partículas com a massa efetiva do núcleon. Para densidades baixas o comportamento da população é essencialmente o mesmo: o múon e o bárion Σ^- são formados logo após a densidade de saturação nuclear. Porém, para densidades mais altas, uma massa efetiva do núcleon mais alta faz com que o surgimento dos híperons ocorra para densidades mais altas, além de influenciar na ordem em que esses irão surgir no sistema. É importante ressaltar que o comportamento do sistema com relação à massa efetiva do núcleon será correlacionado ao esquema de acoplamento de híperons, para os modelos nos quais as constantes de acoplamento dos núcleons e híperons

são relacionadas, no nosso caso, aos acoplamentos $HYS(1)$, $HYS(2)$ e $HYS(3)$. Como o resultado mostrado na Figura 1.4 é feito para o acoplamento $HYS(4A)$, esse resultado deve refletir apenas a influência da massa efetiva do núcleon.

A Figura 1.5 mostra a influência da compressibilidade da matéria nuclear na população de partículas. O comportamento da população de partículas é essencialmente o mesmo, com apenas um deslocamento no limiar de criação para densidades mais altas quando se considera uma compressibilidade maior.

A influência dos esquemas de acoplamentos de híperons na população é mostrada na Figura 1.6. Verificamos que o esquema de acoplamento usado terá forte influência na população, modificando drasticamente seus efeitos mesmo à densidades logo acima da saturação. Os efeitos verificados são a mudança da ordem de partículas criadas e a densidade no qual ocorrerá o limiar de criação. Aqui são apresentados apenas os resultados para os modelos $HYS(3)$ e $HYS(4A)$, embora o mesmo comportamento seja verificado para os outros esquemas de acoplamento.

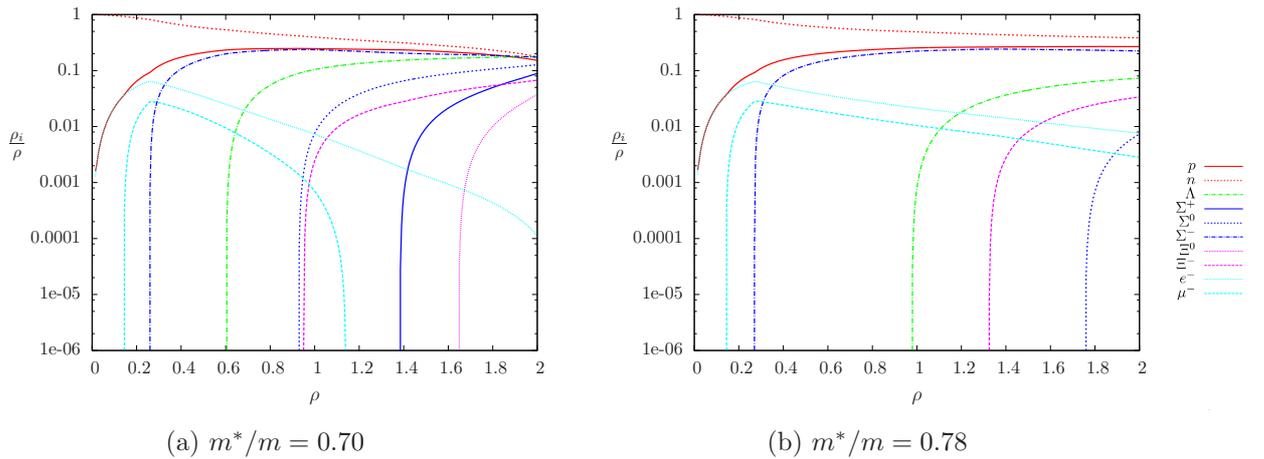


Figura 1.4: População de partículas no modelo de Boguta-Bodmer para diferentes valores da massa efetiva do núcleon, com $K_0 = 265 \text{ MeV}$, $HYS(4B)$

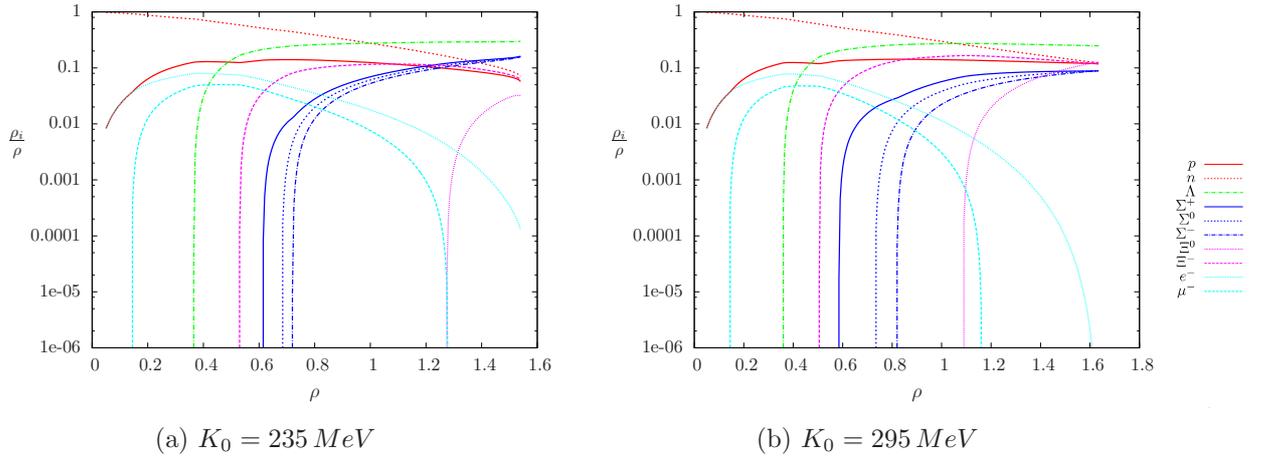


Figura 1.5: População de partículas no modelo de Boguta-Bodmer para diferentes compressibilidades, com $m^*/m = 0.75$, $HYS(3)$

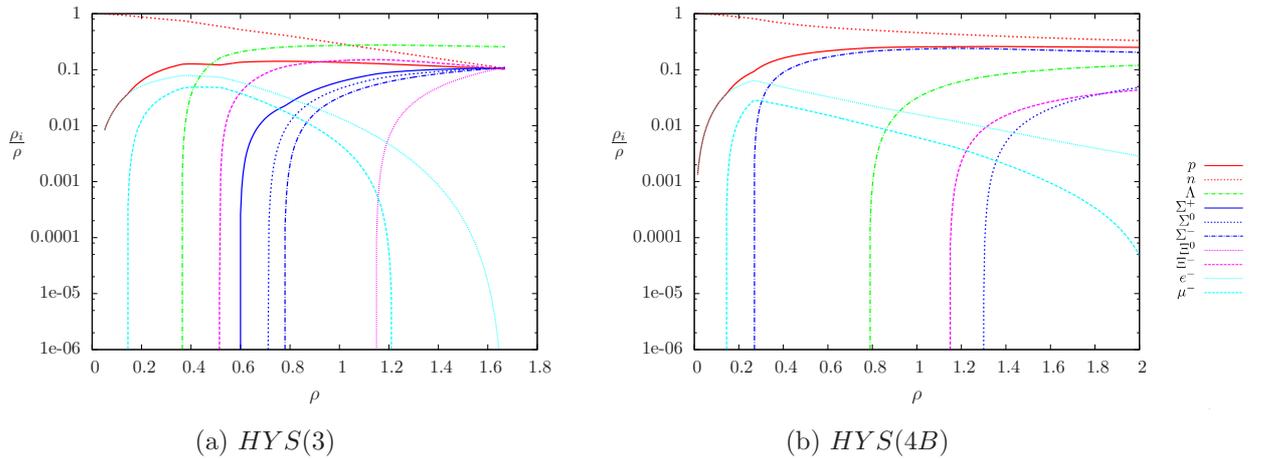


Figura 1.6: População de partículas no modelo de Boguta-Bodmer para dois modelos de acoplamento diferentes, com $K_0 = 265 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.75$

1.3 Modelo de Acoplamento Derivativo Ajustável

O modelo¹¹ ZM surgiu como uma alternativa aos modelos $\sigma - \omega$ e Boguta-Bodmer, considerando um acoplamento derivativo entre mésons e bárions. Em 1999, André Taurines, juntamente com o Grupo de Física de Hádrõns da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brasil), propôs uma versão generalizada de modelo com acoplamento derivativo [6, 31]. A generalização se dá através de parâmetros matemáticos que permitem um conjunto de modelos parametrizados pelas propriedades da matéria nuclear. Nessa seção o modelo de

¹¹Para uma breve abordagem sobre o modelo ZM, veja o Apêndice B.

Taurines será apresentado seguindo o mesmo formalismo empregado anteriormente para o modelo de Boguta-Bodmer.

1.3.1 Densidade Lagrangiana

O modelo Ajustável, assim como os outros modelos apresentados, irá considerar uma densidade lagrangiana que inclui o octeto bariônico, léptons e os três mésons já apresentados anteriormente. A diferença do modelo estará inserida nas constantes de acoplamento, cujo acoplamento derivativo será dependente de três parâmetros matemáticos, associados a cada um dos mésons respectivamente.

A densidade lagrangiana do modelo ZM pode recair em uma expressão análoga ao do modelo $\sigma - \omega$ quando reescalamos o spinor bariônico conforme $\psi \rightarrow \sqrt{m^*}\psi$. Escreveremos aqui a densidade lagrangiana do modelo Ajustável reescalada, onde teremos parâmetros de acoplamento em vez de constantes:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B}^* \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B}^* \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) - (m_B - g_{\sigma B}^* \sigma) \right] \psi_B \\ & + \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2 \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) + \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (1.170)$$

onde $\omega^{\mu\nu}$ e $\boldsymbol{\rho}^{\mu\nu}$ são as mesmas expressões (1.11) e (1.12), bem como os termos do lagrangiano serão análogos aos já apresentados na densidade lagrangiana de Boguta-Bodmer.

Os parâmetros de acoplamento derivativo ajustáveis serão dados por:

$$g_{\sigma B}^* \equiv m_{\lambda B}^* g_{\sigma B}, \quad g_{\omega B}^* \equiv m_{\beta B}^* g_{\omega B}, \quad g_{\rho B}^* \equiv m_{\gamma B}^* g_{\rho B}. \quad (1.171)$$

O parâmetro m_{iB}^* será:

$$m_{iB}^* \equiv \left(1 + \frac{g_{\sigma N \sigma}}{i m_B} \right)^{-i}, \quad i = \lambda, \beta, \gamma, \quad (1.172)$$

para λ , β e γ reais e positivos.

A possibilidade de diferentes escolhas de parâmetros permite reproduzir diferentes modelos bem como gerar novos. Através da escolha $\alpha = \beta = \gamma \rightarrow 0$, podemos reproduzir o modelo de Walecka. Os modelos ZM1 e ZM3 também podem ser reproduzidos através de $\lambda \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 0$ e $\lambda \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow 1$, $\gamma \rightarrow 1$, respectivamente.

Contudo, o intervalo de valores de interesse para os parâmetros do modelo será finito, pois quando tomamos o limite desses parâmetros no infinito, recaímos em um acoplamento

exponencial, conforme é ilustrado abaixo:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} g_{\eta B}^* = \lim_{i \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{g_{\sigma N \sigma}}{i m_B} \right)^{-i} g_{\eta B} = e^{-\frac{g_{\sigma N \sigma}}{m_B}} g_{\eta B}, \quad (1.173)$$

para $i = \lambda, \beta, \gamma$ e $\eta = \sigma, \omega, \rho$.

Assim, de acordo com a expressão acima, vemos que escolhas de valores de λ, β e γ maiores que a unidade recairão no acoplamento exponencial.

Na sua proposta original, o modelo possuía duas versões associadas a escolha dos parâmetros:

- Modelo escalar: λ varia continuamente e $\beta = \gamma = 0$. Nessa versão, estão contidos os modelos $\sigma - \omega$ e o modelo ZM1;
- Modelo vetorial: todos os parâmetros variam continuamente com o vínculo $\lambda = \beta = \gamma$. Nessa versão, estão contidos os modelos $\sigma - \omega$ e o modelo ZM3.

Em estudos posteriores do modelo, Dexheimer [18] provou que uma versão do modelo no qual todos os parâmetros variam sem vínculo leva a um resultado semelhante à versão escalar do modelo, e Jacobsen [32] mostra que, dentre as versões escalar e vetorial do modelo, apenas a versão escalar é capaz de reproduzir os valores de massa efetiva e compressibilidade dentro da faixa experimental.

Por essa razão, nessa dissertação utilizaremos a versão escalar do modelo, no qual:

$$g_{\sigma B}^* = \left(1 + \frac{g_{\sigma N \sigma}}{\lambda m_B} \right)^{-\lambda} g_{\sigma B}, \quad g_{\omega B}^* = g_{\omega B}, \quad g_{\rho B}^* = g_{\rho B}. \quad (1.174)$$

Para esse caso, identificamos que o acoplamento com o méson σ dependerá do parâmetro λ do modelo, devendo ser associado às propriedades da matéria nuclear.

1.3.2 Equações de Campo

A determinação das equações de campo do modelo são obtidas da mesma forma que em 1.2.2, a partir da equação de Euler-Lagrange. Devido à semelhança entre as densidades lagrangianas dos modelos Ajustável e de Boguta-Bodmer, verifica-se facilmente que as equações de movimento para os campos ω, ρ e ψ_B serão análogas nos dois modelos, distintas apenas pelos acoplamentos. A equação para o campo ψ_l será exatamente a mesma que (1.29), pois não possui dependência com os acoplamentos dos mésons. A equação para o campo σ , contudo, será bastante diferente devido à forma do acoplamento derivativo, que inclui uma dependência em σ no termo $g_{\sigma B}^*$.

Campo σ

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo escalar σ obtemos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \right) = 0, \quad (1.175)$$

$$\sum_B \bar{\psi}_B \left(g_{\sigma B}^* + \frac{\partial g_{\sigma B}^*}{\partial \sigma} \right) \psi_B - m_\sigma^2 \sigma - \partial_\mu (\partial^\mu \sigma) = 0. \quad (1.176)$$

Usando a constante de acoplamento em (1.174), teremos:

$$\sum_B \bar{\psi}_B \left[g_{\sigma B}^* - \lambda \left(1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma}{\lambda m_B} \right)^{-\lambda-1} \left(\frac{g_{\sigma N} g_{\sigma B}}{\lambda m_B} \right) \sigma \right] \psi_B - m_\sigma^2 \sigma - \partial_\mu (\partial^\mu \sigma) = 0. \quad (1.177)$$

Que, rearranjando os termos da soma, resulta em:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = \sum_B \bar{\psi}_B \left[g_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*) - (m_{\lambda B}^*)^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \left(\frac{g_{\sigma N} g_{\sigma B}}{m_B} \right) \sigma \right] \psi_B, \quad (1.178)$$

ou ainda, em termos das constantes χ :

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = \sum_B \bar{\psi}_B g_{\sigma N} \left[\chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*) - (m_{\lambda B}^*)^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \left(\frac{g_{\sigma B}}{m_B} \right) \sigma \right] \psi_B. \quad (1.179)$$

Percebemos que o lado esquerdo da equação permanece análogo à equação de Klein-Gordon, como a equação (1.17) para o modelo de Boguta-Bodmer. Contudo, a fonte dessa equação não será mais simplesmente a densidade escalar, mas sim uma quantidade mais complicada, oriunda do acoplamento derivativo.

Campo ω

A equação para o campo vetorial ω será obtida da mesma forma que na seção 1.2.2, tendo como diferença apenas a forma como se dá o acoplamento:

$$-\partial^\nu \omega_{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega_\mu = \sum_B g_{\omega B}^* \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B. \quad (1.180)$$

Porém, como estamos considerando a versão escalar do modelo dada pelas constantes de acoplamento (1.174), teremos a equação de movimento precisamente igual a encontrada em (1.20):

$$-\partial^\nu \omega_{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega_\mu = \sum_B g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B. \quad (1.181)$$

A interpretação dessa equação de movimento será novamente de uma equação do tipo Proca, cuja fonte será dada pela quadri-corrente bariônica j^μ .

Campo ϱ

Da mesma forma que para o campo vetorial ω , teremos a mesma equação encontrada para o campo ϱ na seção 1.2.2:

$$-\partial^\nu \varrho_{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 = \sum_B g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu I^{3B} \psi_B. \quad (1.182)$$

Teremos mais uma vez uma equação análoga a de Proca, com uma fonte dada pela densidade de quadri-corrente de isospin bariônica j^μ .

Campo ψ_B

Aplicando a equação de Euler-Lagrange para o campo $\bar{\psi}_B$, obtemos:

$$\sum_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \tau^3 \varrho_\mu^3 \right) - (m_B - g_{\sigma B}^* \sigma) \right] \psi_B = 0, \quad (1.183)$$

que é similar à equação de Dirac encontrada na seção 1.2.2, com a diferença presente no acoplamento para o campo escalar σ . O acoplamento do méson σ gerará uma massa bariônica efetiva distinta da encontrada para o modelo de Boguta-Bodmer:

$$m_B^* = m_B - \left(1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma}{\lambda m_B} \right)^{-\lambda} g_{\sigma B} \sigma. \quad (1.184)$$

Identificamos que a expressão para a massa efetiva bariônica no modelo Ajustável dependerá do parâmetro λ . Vimos que cada escolha de parâmetros nos confere um novo modelo, o que significa que podemos construir modelos baseando-nos nos valores de massa efetiva desejados, uma vez que essas quantidades estarão vinculadas.

Campo ψ_l

A equação de movimento para os campos leptônicos ψ_l corresponderão simplesmente a uma equação de Dirac livre, dado que suas contribuições não se acoplam aos mésons presentes no modelo. Apenas por completeza, escrevemos aqui sua equação:

$$\sum_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l = 0. \quad (1.185)$$

1.3.3 Teoria de Campo Médio

Como já vimos, para que possamos encontrar as soluções das equações de movimento, devemos usar uma aproximação de campo médio. Esta aproximação pode ser usada devido ao fato de que no regime de altas densidades o sistema encontra-se altamente acoplado

fazendo com que seja razoável desprezar as variações dos campos mesônicos. Utilizando as expressões abordadas na seção anterior, vamos aplicar a teoria de campo médio nas equações de movimento dos mésons e dos campos bariônicos.

Campo σ na TCM

Partindo da equação de movimento do campo σ , tomamos a média:

$$\langle (\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma \rangle = \sum_B g_{\sigma N} \left\langle \bar{\psi}_B \left[\chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*) - (m_{\lambda B}^*)^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \left(\frac{g_{\sigma B}}{m_B} \right) \sigma \right] \psi_B \right\rangle. \quad (1.186)$$

Usando a definição da densidade escalar e considerando a teoria de campo médio, na qual o campo σ é constante, temos que:

$$m_\sigma^2 \sigma_0 = g_{\sigma N} \sum_B \left[\chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 - (m_{\lambda B}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \left(\frac{g_{\sigma B}}{m_B} \right) \sigma_0 \right] \rho_{sB}, \quad (1.187)$$

$$(m_{\lambda B}^*)_0 = \left(1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma_0}{\lambda m_B} \right)^{-\lambda}, \quad (1.188)$$

onde novamente temos a densidade escalar dada por $\rho_{sB} = \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle$.

Assim, o campo σ_0 será dado por:

$$\sigma_0 = \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_B \left[\chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 - (m_{\lambda B}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \left(\frac{g_{\sigma B}}{m_B} \right) \sigma_0 \right] \rho_{sB}. \quad (1.189)$$

Rearranjando os termos da expressão:

$$g_{\sigma N} \sigma_0 \left(1 + \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_B (m_{\lambda B}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \frac{g_{\sigma B}}{m_B} \rho_{sB} \right) = \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \sum_B \chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 \rho_{sB}, \quad (1.190)$$

ou seja,

$$g_{\sigma N} \sigma_0 = \frac{\left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \sum_B [\chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 \rho_{sB}]}{\left[1 + \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_B (m_{\lambda B}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \frac{g_{\sigma B}}{m_B} \rho_{sB} \right]}, \quad (1.191)$$

que será novamente uma equação transcendental. Devemos determinar a densidade escalar a partir da solução para a equação de movimento para o campo ψ_B , que veremos logo a seguir.

Campo ω na TCM

Como a equação de movimento para o campo ω será a mesma do modelo de Boguta-Bodmer, assim também será sua equação na aproximação de campo médio:

$$\omega_0 = \frac{1}{m_\omega^2} \sum_B g_{\omega B} \rho_B, \quad (1.192)$$

onde temos o campo dado em termos da densidade bariônica $\rho_B = \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle$. Assim como a densidade escalar, a densidade bariônica também deve ser calculada a partir do resultado para a equação de movimento do campo ψ_B .

Campo ϱ na TCM

O campo ϱ_0^3 também possuirá o mesmo resultado para o campo médio do modelo de Boguta-Bodmer, sendo este:

$$\varrho_0^3 = \frac{1}{m_\varrho^2} \sum_B g_{\varrho B} I^{3B} \rho_B. \quad (1.193)$$

Da expressão acima, notamos que o campo ϱ_0^3 será descrito em termos da massa do méson m_ϱ , e das propriedades do meio em que se encontra: constante de acoplamento $g_{\varrho B}$, densidade e isospin bariônico, ρ_B e I^{3B} , respectivamente.

Campo ψ_B na TCM

A equação de movimento para o campo ψ_B será afetada pela teoria de campo médio devido a presença dos acoplamentos. Vimos que a equação de movimento desse campo será a mesma encontrada na seção 1.3.3, porém com uma massa efetiva dada pela definição (1.184). Assim, é natural que sua expressão na teoria de campo médio seja da mesma forma que (1.50):

$$\sum_B \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \gamma_0 \tau^3 \varrho_{03} - m_B^* \right] \psi_B = 0, \quad (1.194)$$

com a diferença de que a massa efetiva bariônica na teoria de campo médio será:

$$m_B^* = m_B - \left(1 + \frac{g_{\sigma N} \sigma_0}{\lambda m_B} \right)^{-\lambda} g_{\sigma B} \sigma_0. \quad (1.195)$$

Como a equação será a mesma já encontrada anteriormente para o campo ψ_B , concluímos que sua solução também será dada por (1.59), apenas com a diferença da definição de massa efetiva. Sendo assim, as expressões para as densidades escalar e bariônica serão as mesmas já encontradas em 1.2.4, dadas por (1.76) e (1.85), respectivamente.

1.3.4 Equação de Estado

A equação de estado do modelo será determinada seguindo o mesmo formalismo apresentado em 1.2.5, ou seja, considerando um sistema fermiônico, estático e no estado fundamental, cujo tensor energia-momentum pode ser aproximado como o de um fluido ideal. Considerando a densidade lagrangiana na teoria de campo médio, utilizamos o tensor energia-momentum (1.88) e, a partir de suas componentes temporais e espaciais, determinamos a densidade de energia e pressão conforme (1.91).

Tensor Energia-Momentum

Partimos da densidade lagrangiana do modelo Ajustável na teoria de campo médio:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MFT} = & \sum_B \langle \bar{\psi}_B [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega B} \gamma_0 \omega_0 - g_{\rho B} I^{3B} \gamma_0 \rho_{03}) - m_B^*] \psi_B \rangle \\ & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03} + \left\langle \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l \right\rangle. \end{aligned} \quad (1.196)$$

Aplicando essa densidade lagrangiana na equação para o tensor energia-momentum (1.88), obtemos:

$$\begin{aligned} (T_{\mu\nu})_{MFT} = & \left(\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03} \right) g_{\mu\nu} \\ & + \sum_B (\bar{\psi}_B \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_B + \sum_l (\bar{\psi}_l \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_l. \end{aligned} \quad (1.197)$$

Aplicando esse tensor energia-momentum nas expressões (1.91), obtemos a equação de estado do modelo.

Densidade de Energia

Utilizando a componente temporal do tensor energia-momentum (1.197), temos uma densidade de energia semelhante à encontrada para o modelo de Boguta-Bodmer. As contribuições dos bárions e léptons serão da forma $\langle \bar{\psi}_B \gamma_0 \partial_0 \psi_B \rangle$ e $\langle \bar{\psi}_l \gamma_0 \partial_0 \psi_l \rangle$, como já visto na seção 1.2.5, levando a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \sum_B \rho_B (g_{\omega B} \omega_0 + g_{\rho B} I^3 \rho_{03}) \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{FB}} dk k^2 \sqrt{k^2 + (m_B^*)^2} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{Fl}} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_l^2}. \end{aligned} \quad (1.198)$$

Por fim, resolvendo as integrais conforme (1.96) e utilizando as soluções para os campos vetoriais dadas por (1.192) e (1.193), temos a expressão para a densidade de energia do modelo Ajustável:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 \\ & + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{FB}^2}{4} - \frac{(m_B^*)^2}{8} \right) k_{FB} \sqrt{k_{FB}^2 + (m_B^*)^2} - \frac{(m_B^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{FB} + \sqrt{k_{FB}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right] \\ & + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \left[\left(\frac{k_{Fl}^2}{4} - \frac{m_l^2}{8} \right) k_{Fl} \sqrt{k_{Fl}^2 + m_l^2} - \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{Fl} + \sqrt{k_{Fl}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.199)$$

A contribuição dos campos mesônicos para a densidade de energia encontra-se nos três primeiros termos da expressão, sendo estes dados por (1.191), (1.192) e (1.193). As constantes de acoplamento estarão contidas nos campos mesônicos, estando o parâmetro λ do modelo Ajustável incluído no campo σ . Nos dois últimos termos, as contribuições dos bárions e léptons apresentam-se sob a forma da densidade de energia de um gás de Fermi.

Pressão

A pressão para o modelo Ajustável será dada pelas componentes espaciais do tensor (1.197) aplicadas na forma da pressão para um fluido ideal (1.91). Analogamente à pressão do modelo de Boguta-Bodmer, as contribuições bariônica e leptônica irão fazer com que surjam termos do tipo $\langle \bar{\psi}_B \gamma_i \partial_i \psi_B \rangle$ e $\langle \bar{\psi}_l \gamma_i \partial_i \psi_l \rangle$, recaindo na expressão:

$$p = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{3}\sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_B}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + (m_B^*)^2}} + \frac{1}{3\pi^2}\sum_l \int_0^{k_{F_l}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \quad (1.200)$$

As soluções das integrais serão dadas por (1.102), e aplicando seu resultado para os limites desejados, temos a expressão final para a pressão do modelo Ajustável:

$$p = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_B}^2}{12} - \frac{(m_B^*)^2}{8} \right) k_{F_B} \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2} + \frac{(m_B^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_B} + \sqrt{k_{F_B}^2 + (m_B^*)^2}}{m_B^*} \right) \right] + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \left[\left(\frac{k_{F_l}^2}{12} - \frac{m_l^2}{8} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} + \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \quad (1.201)$$

Da mesma forma que para o modelo de Boguta-Bodmer, a contribuição atrativa do méson escalar irá se contrapor à pressão interna do sistema, e os mésons vetoriais ω_0 e ρ_{03} aumentarão a pressão do sistema, devido ao seu caráter repulsivo. Os bárions e léptons apresentarão uma contribuição dada pela pressão de um gás de Fermi, conforme ilustrado nos dois últimos termos.

Para determinarmos a equação de estado do modelo, é necessário conhecer as constantes de acoplamento dos mésons, bem como a massa efetiva bariônica, vinculada ao parâmetro λ do modelo. Uma vez conhecidos os acoplamentos dos mésons com os núcleons, é preciso ainda escolher o modelo para acoplamentos de híperons que será empregado. Veremos a seguir como determinar a massa efetiva bariônica.

1.3.5 Massa Efetiva Bariônica

Vimos que a definição para a massa efetiva bariônica (1.184) tem a dependência do parâmetro λ contida em $g_{\sigma B}^*$ através de:

$$m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \sigma_0 (m_{\lambda B}^*)_0. \quad (1.202)$$

Substituindo o campo σ_0 dado por (1.191) na expressão, temos:

$$m_B^* = m_B - \chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 \frac{\left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma}\right)^2 \sum_{B'} [\chi_{\sigma B'} (m_{\lambda B'}^*)_0 \rho_{sB'}]}{\left[1 + \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_{B'} (m_{\lambda B'}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \frac{g_{\sigma B'}}{m_{B'}} \rho_{sB'}\right]}. \quad (1.203)$$

Substituindo a densidade escalar por (1.76) na expressão acima, temos a expressão auto-consistente para a massa efetiva bariônica:

$$\begin{aligned} m_B^* = m_B - \chi_{\sigma B} (m_{\lambda B}^*)_0 \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma}\right)^2 \sum_{B'} \chi_{\sigma B'} (m_{\lambda B'}^*)_0 \frac{2J_{B'} + 1}{4\pi^2} \times \\ \times \left[m_{B'}^* k_{F_{B'}} \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2} - (m_{B'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{B'}} + \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2}}{m_{B'}^*} \right) \right] \\ \times \left\{ 1 + \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_{B'} (m_{\lambda B'}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}} \frac{g_{\sigma B'}}{m_{B'}} \frac{2J_{B'} + 1}{4\pi^2} \times \right. \\ \left. \times \left[m_{B'}^* k_{F_{B'}} \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2} - (m_{B'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{B'}} + \sqrt{k_{F_{B'}}^2 + (m_{B'}^*)^2}}{m_{B'}^*} \right) \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (1.204)$$

Vemos que m_B^* será função do momentum de Fermi k_{F_B} e, conseqüentemente, da densidade bariônica ρ_B . A expressão também dependerá das constantes de acoplamento, gerando uma massa efetiva diferente para cada modelo de acoplamento de híperons usado. O termo $(m_{\lambda B}^*)_0$, terá o parâmetro λ implícito. Veremos na próxima seção que para determinar as constantes de acoplamento do modelo teremos um conjunto de equações cujas incógnitas serão $g_{\sigma N}/m_\sigma$, $g_{\omega N}/m_\omega$ e σ_0 . Esse conjunto de equações deverá ser resolvido auto-consistentemente juntamente com a expressão acima, dado que a massa efetiva bariônica está vinculada à equação de estado do modelo.

1.3.6 Constantes de Acoplamento

Para determinar as constantes de acoplamento do modelo, usaremos o mesmo procedimento apresentado na seção 1.2.7. Contudo, como o modelo Ajustável possui menos parâmetros livres que o modelo de Boguta-Bodmer, não precisaremos utilizar o valor do

módulo de compressibilidade nessa determinação, embora seja sempre importante verificar se o valor dado pelo modelo encontra-se de acordo com o experimental.

Como já visto, o acoplamento $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ será dado pelo valor empírico do coeficiente de simetria, conforme (1.116). Já as constantes $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$ e $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$ serão dadas pela equação de estado do modelo na saturação. Porém, como estas expressões dependerão da massa efetiva bariônica e consequentemente de σ_0 , teremos um conjunto de três equações cujas incógnitas serão $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2, (g_{\omega N}/m_\omega)^2$ e σ_0 .

As duas primeiras equações para determinar essas incógnitas serão dadas pela equação de estado para a matéria nuclear simétrica na saturação em termos das constantes de acoplamento para os mésons σ_0 e ω_0 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = & \frac{1}{2} \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 (m_N - m_N^*)^2 + \frac{1}{2} \sum_N \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 \\ & + \frac{4}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{FN}^2}{4} - \frac{(m_N^*)^2}{8} \right) k_{FN} \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2} - \frac{(m_N^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{FN} + \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2}}{m_N^*} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.205)$$

$$\begin{aligned} p_0 = 0 = & -\frac{1}{2} (m_N - m_N^*)^2 \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_N \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 \\ & + \frac{2}{\pi^2} \left[\left(\frac{k_{FN}^2}{12} - \frac{(m_N^*)^2}{8} \right) k_{FN} \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2} + \frac{(m_N^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{FN} + \sqrt{k_{FN}^2 + (m_N^*)^2}}{m_N^*} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.206)$$

onde estamos considerando a massa efetiva e o momentum de Fermi do núcleon na saturação, ou seja, $m_N^* = (m_N^*)_0$ e $k_{FN} = (k_{FN})_0$, e novamente utilizamos o teorema de *Hugenholtz-van Hove* para a pressão.

Obtemos as seguintes expressões para $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$ e $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma N}} \right)^2 = & \left[\frac{(m_{\lambda B'}^*)_0}{m_N - m_N^*} \right]^2 \left\{ \varepsilon_0 - \frac{1}{\pi^2} \left[\left(\frac{k_{FN}^3}{3} + \frac{(m_N^*)^2 k_{FN}}{2} \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \sqrt{(m_N^*)^2 + k_{FN}^2} - \frac{1}{2} (m_N^*)^4 \ln \left(\frac{k_{FN} + \sqrt{(m_N^*)^2 + k_{FN}^2}}{m_N^*} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.207)$$

e

$$\left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\varepsilon_0}{\rho_0} - \sqrt{k_F^2 + (m_N^*)^2} \right]. \quad (1.208)$$

Essas expressões ainda dependerão da massa efetiva bariônica na saturação $(m_N^*)_0$:

$$\begin{aligned}
(m_N^*)_0 &= m_N - (m_{\lambda N}^*)_0 \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \sum_{N'} \frac{(m_{\lambda N'}^*)_0}{\pi^2} \times \\
&\times \left[m_{N'}^* k_{F_{N'}} \sqrt{k_{F_{N'}}^2 + (m_{N'}^*)^2} - (m_{N'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{N'}} + \sqrt{k_{F_{N'}}^2 + (m_{N'}^*)^2}}{m_{N'}^*} \right) \right] \\
&\times \left\{ 1 + \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma^2} \sum_{N'} \frac{(m_{\lambda N'}^*)_0^{\frac{\lambda+1}{\lambda}}}{\pi^2} \frac{g_{\sigma N'}}{m_{N'}} \times \right. \\
&\times \left. \left[m_{N'}^* k_{F_{N'}} \sqrt{k_{F_{N'}}^2 + (m_{N'}^*)^2} - (m_{N'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{N'}} + \sqrt{k_{F_{N'}}^2 + (m_{N'}^*)^2}}{m_{N'}^*} \right) \right] \right\}^{-1}.
\end{aligned} \tag{1.209}$$

Resolvendo a equação para a massa efetiva auto-consistentemente, aplicamos seu resultado nas expressões para $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$ e $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$. A constante de acoplamento do méson ϱ será dada pela expressão (1.116), onde utilizamos o resultado recém obtido para a massa efetiva.

Para cada escolha de λ , teremos uma nova solução, fazendo com que as constantes de acoplamento e a massa efetiva bariônica sejam funções do parâmetro do modelo escolhido. Os comportamentos dessas dependências em λ são mostrados nas Figuras 1.7 e 1.8.

Serão utilizados os valores da densidade bariônica e de energia na saturação já mencionados $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ e $\varepsilon_0 = 156.91 \text{ MeV fm}^{-3}$, respectivamente, bem como do momentum de Fermi na saturação e o coeficiente de simetria, como já apresentado na seção 1.2.7. A Tabela (1.5) apresenta os resultados para as constantes de acoplamento do modelo para diferentes massas efetivas.

Tabela 1.5: Constantes de acoplamento do modelo Ajustável, massa efetiva do núcleon $(m_N^*/m_N)_0$ e compressibilidade da matéria nuclear K_0 para diferentes valores do parâmetro ajustável λ .

$(m_N^*/m_N)_0$	$K_0 (MeV)$	λ	$(g_{\sigma B}/m_\sigma)^2$	$(g_{\omega B}/m_\omega)^2$	$(g_{\rho B}/m_\rho)^2$
0.695	262	0.06	11.87	6.49	3.69
0.711	248	0.07	11.45	6.06	3.77
0.725	238	0.08	11.07	5.69	3.84
0.737	231	0.09	10.72	5.37	3.90
0.748	226	0.10	10.42	5.10	3.94
0.757	222	0.11	10.15	4.86	3.98
0.765	219	0.12	9.91	4.66	4.02
0.772	217	0.13	9.70	4.47	4.05
0.778	216	0.14	9.51	4.32	4.07
0.783	215	0.15	9.34	4.18	4.09
0.788	214	0.16	9.19	4.05	4.11

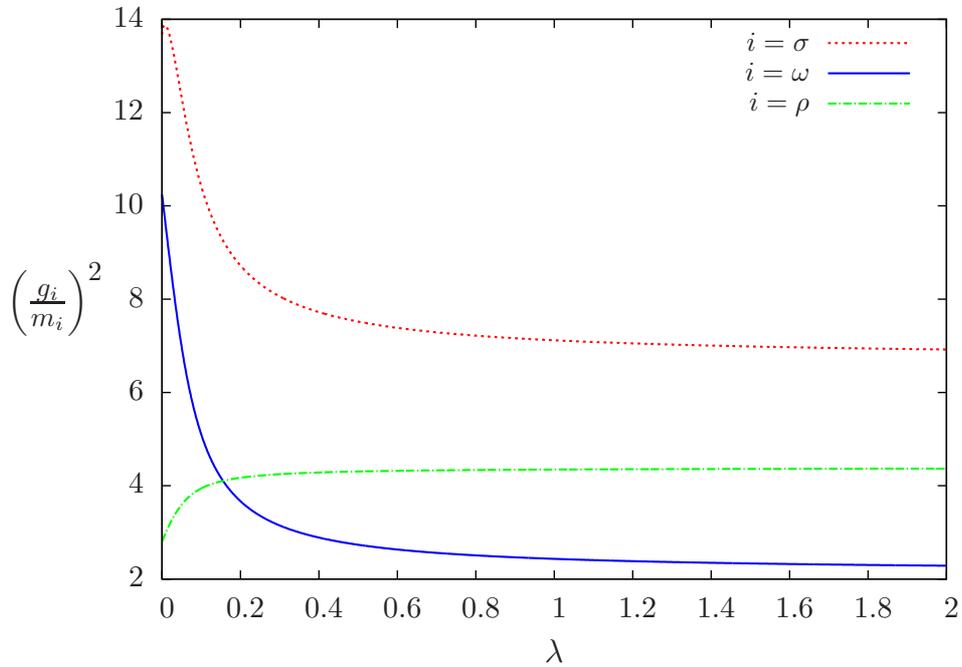


Figura 1.7: Constantes de acoplamento do modelo Ajustável em função do parâmetro λ .

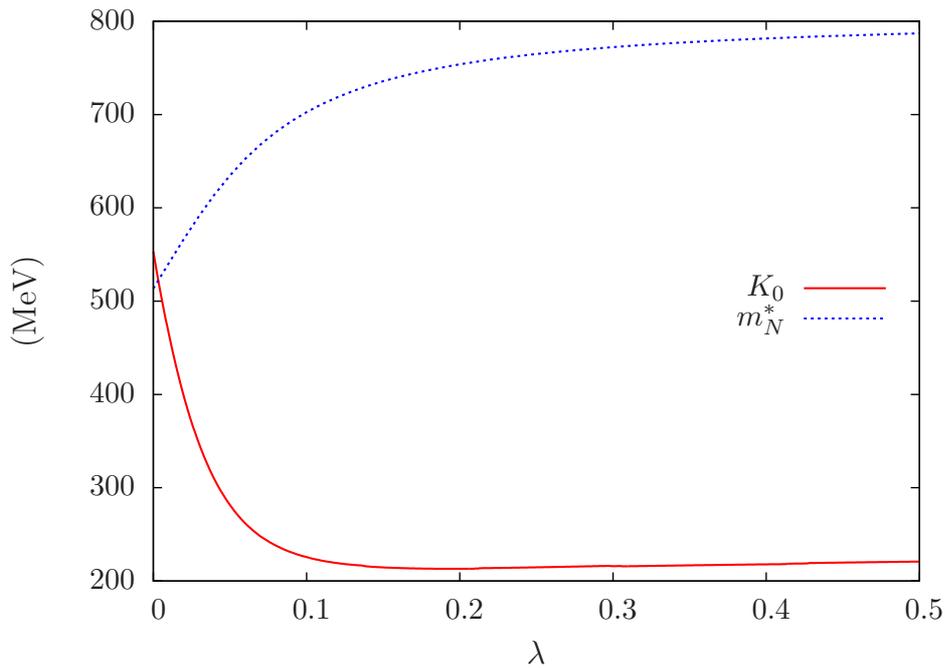


Figura 1.8: Compressibilidade da matéria nuclear e massa efetiva do núcleon no modelo Ajustável em função do parâmetro λ .

1.3.7 Populações de Partículas

Conforme já apresentado, quando tomamos densidades mais elevadas, devemos considerar um limiar de criação de partículas, responsável pelo surgimento de híperons e do múon no sistema. Vimos que, através do potencial químico dessas partículas, determinamos seu limiar e que este é dado por:

$$\mu = \frac{\varepsilon + p}{\rho}. \quad (1.210)$$

Utilizando a equação de estado dos bárions para o modelo Ajustável, temos que:

$$\mu_B = \sqrt{k_{FB}^2 + (m_B^*)^2} + (g_{\omega B})_0 \omega_0 + (g_{\rho B})_0 \rho_{03} I^{3B}, \quad (1.211)$$

que será a mesma expressão do modelo de Boguta-Bodmer, embora o parâmetro λ mais uma vez esteja incluso na massa efetiva bariônica, que possuirá uma definição bastante distinta. A expressão para os léptons se mantém a mesma da seção 1.3.8, dado que essas partículas apresentam-se da mesma forma em ambos modelos. Mais uma vez, teremos um conjunto de cinco equações para resolver, onde as incógnitas serão os momenta de Fermi do nêutron e do elétron e os valores dos três campos mesônicos. Serão consideradas as equações para os campos σ_0 , ω_0 e ρ_{03} , (1.191), (1.192) e (1.193), respectivamente, e as equações de conservação de carga elétrica e de número bariônico (1.158) e (1.159).

1.3.8 Resultados para o Modelo Ajustável

Nessa seção são mostrados os resultados para o modelo Ajustável. As influências das propriedades da matéria nuclear na equação de estado e nas populações de partículas do modelo serão verificadas do mesmo modo apresentado para o modelo de Boguta-Bodmer.

Equação de Estado

A Figura 1.9 mostra a dependência da equação de estado do modelo Ajustável com massa efetiva do núcleon e a compressibilidade da matéria nuclear. O modelo produz equações de estado mais rígidas para massas efetivas do núcleon menores e compressibilidades maiores, estando de acordo com o resultado obtido para o modelo de Boguta-Bodmer e com o comportamento físico esperado.

A dependência da equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer com os esquemas de acoplamentos de híperons é mostrada na Figura 1.10. A equação de estado será mais rígida para os esquemas de acoplamento $HYS(4B)$ e $HYS(1)$, seguidas de $HYS(2)$ e $HYS(4A)$ e, finalmente, do esquema $HYS(3)$ que possuirá uma equação de estado bastante suave em comparação aos outros modelos de acoplamento. O resultado é o mesmo obtido para o modelo de Boguta-Bodmer, apresentando inclusive o mesmo cruzamento entre as equações de estados dos modelos $HYS(2)$ e $HYS(4A)$ para altas densidades.

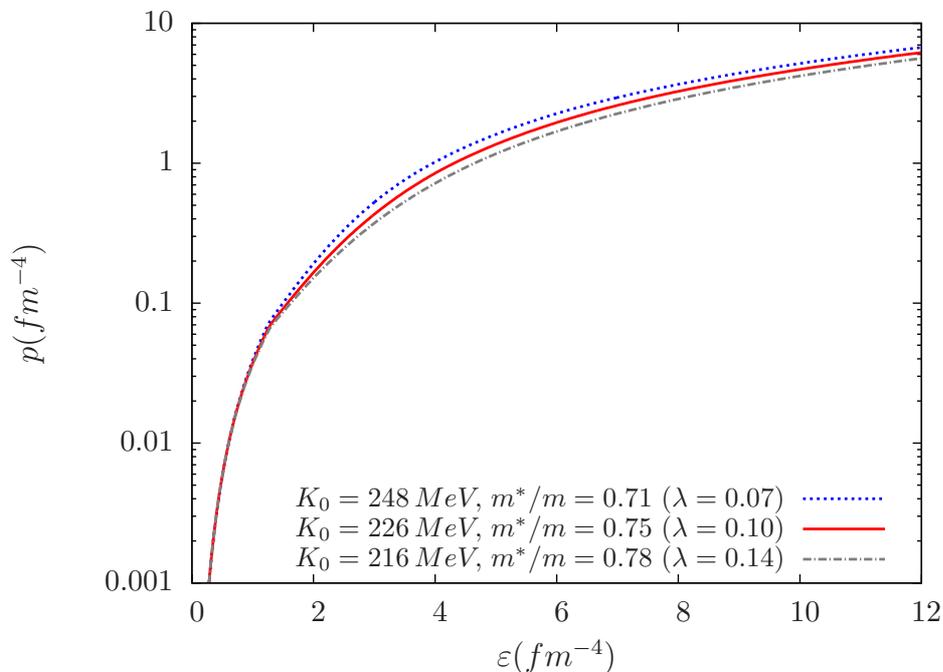


Figura 1.9: Equação de estado do modelo Ajustável para diferentes valores do parâmetro λ , com o acoplamento $HYS(4B)$.

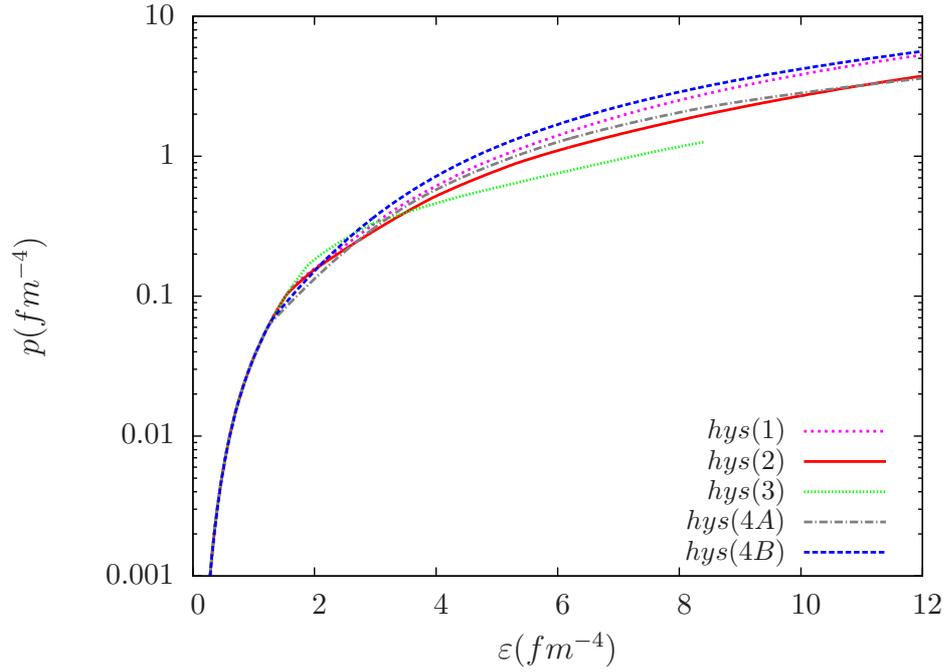


Figura 1.10: Equação de estado do modelo Ajustável para diferentes acoplamentos, com $K_0 = 216 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.78$ ($\lambda = 0.14$).

Populações de Partículas

A dependência da população de partículas com a massa efetiva do núcleon e a compressibilidade é mostrada na Figura 1.11. Para esse modelo, essas propriedades terão pouca influência na população, fazendo apenas que o limiar de criação de híperons seja fracamente deslocado para densidades maiores quando consideramos massas efetivas maiores e, consequentemente, compressibilidades menores, uma vez que essas quantidades são correlacionadas nesse modelo. Aqui a mesma discussão feita nos resultados do modelo não-linear, referente à correlação entre a massa efetiva do núcleon e esquemas de acoplamentos de híperons é válida. Porém, novamente, estamos mostrando um resultado envolvendo um modelo que não relaciona a constante de acoplamento de núcleons e híperons e, portanto, essa correlação não deve ser encontrada.

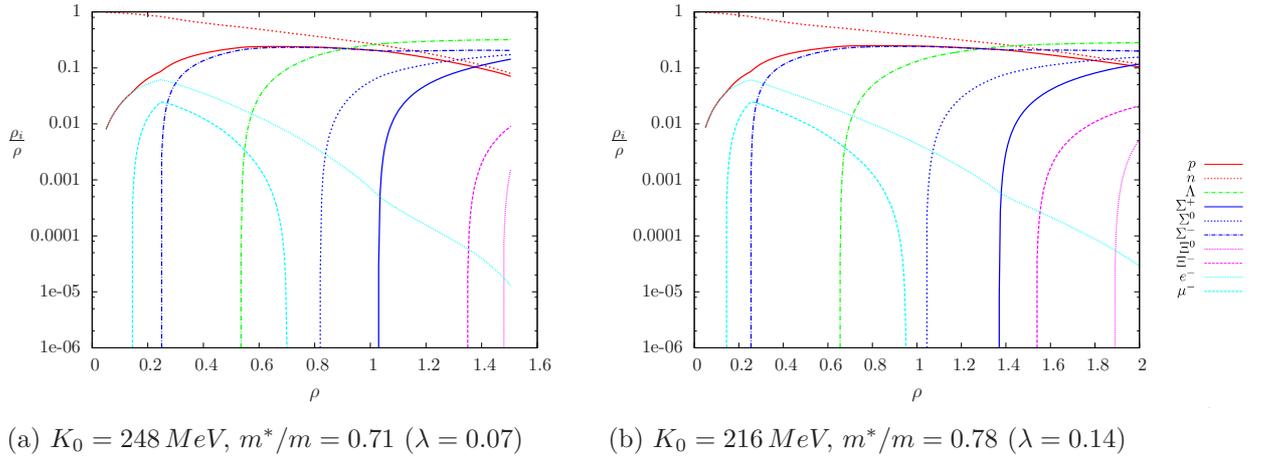


Figura 1.11: População relativa no modelo Ajustável para diferentes valores do parâmetro λ , no acoplamento $HYS(4A)$

A Figura 1.12 mostra a influência dos esquemas de acoplamentos de híperons na população. Da mesma forma que para o modelo de Boguta-Bodmer, verificamos uma forte influência da escolha de esquemas de acoplamentos na população. Ocorrerá mudança na ordem de criação de híperons bem como de seu limiar de densidades. Esse comportamento é ilustrado para os modelos $HYS(4A)$ e $HYS(4B)$, embora seja verificado para os outros esquemas de acoplamento.

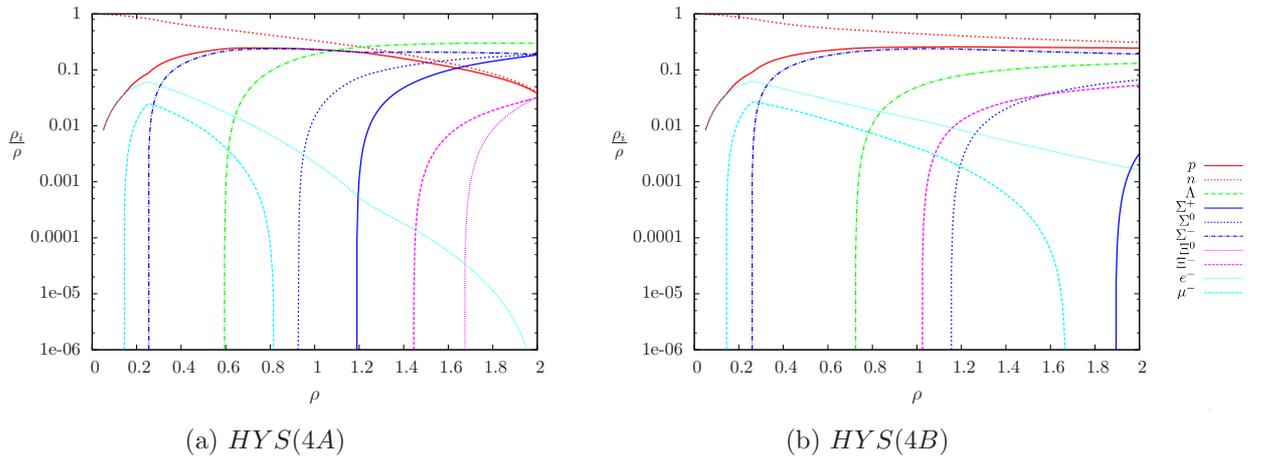


Figura 1.12: População relativa no modelo Ajustável para diferentes acoplamentos, com $K_0 = 226 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.75$ ($\lambda = 0.10$)

1.4 Comparação Entre os Modelos

Vimos que a influência das propriedades da matéria nuclear na saturação são bastante semelhantes na maioria dos casos para os dois modelos aqui apresentados, o modelo não-linear de Boguta-Bodmer e o modelo Ajustável. Devemos, agora, verificar se essa semelhança se mantém em termos quantitativos.

Analisando as equações de estado dos dois modelos, através da Figura 1.13, verificamos um comportamento praticamente idêntico. Para densidades intermediárias, a equação de estado do modelo Ajustável é sutilmente mais rígida que do modelo de Boguta-Bodmer, porém, para baixas e altas densidades seu comportamento é estritamente o mesmo.

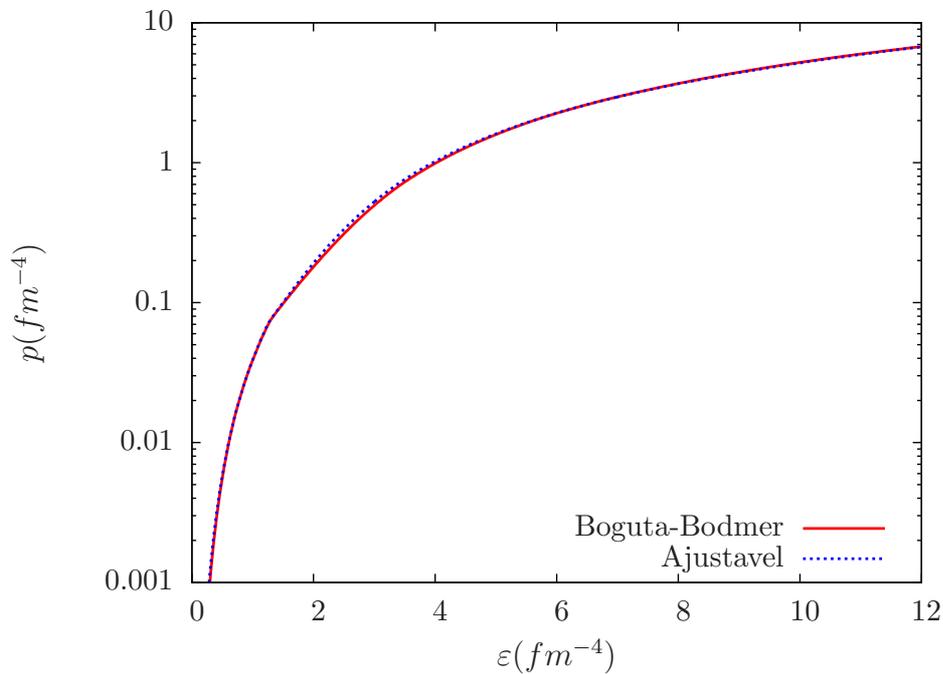
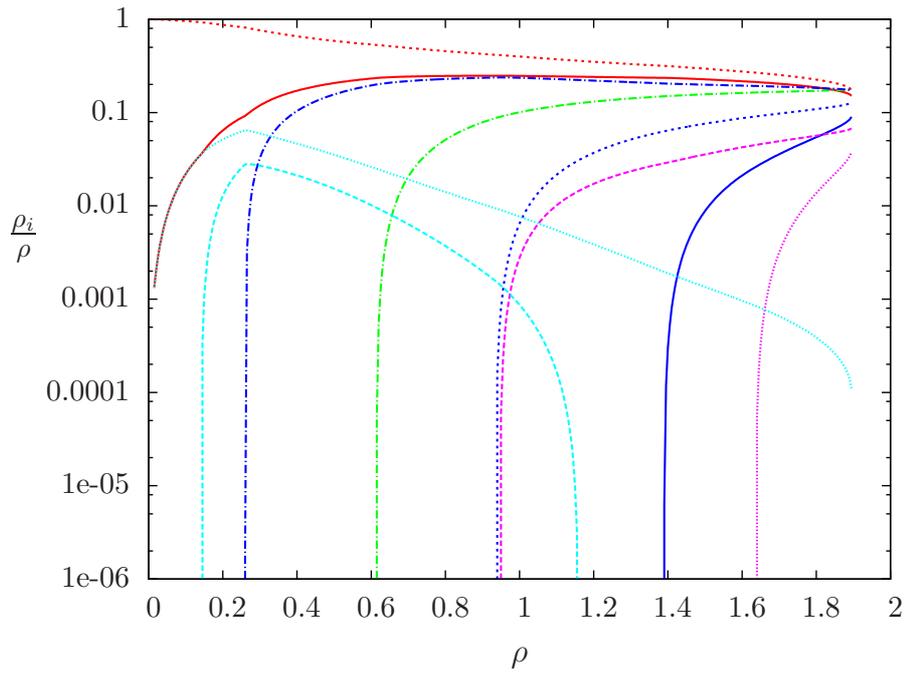


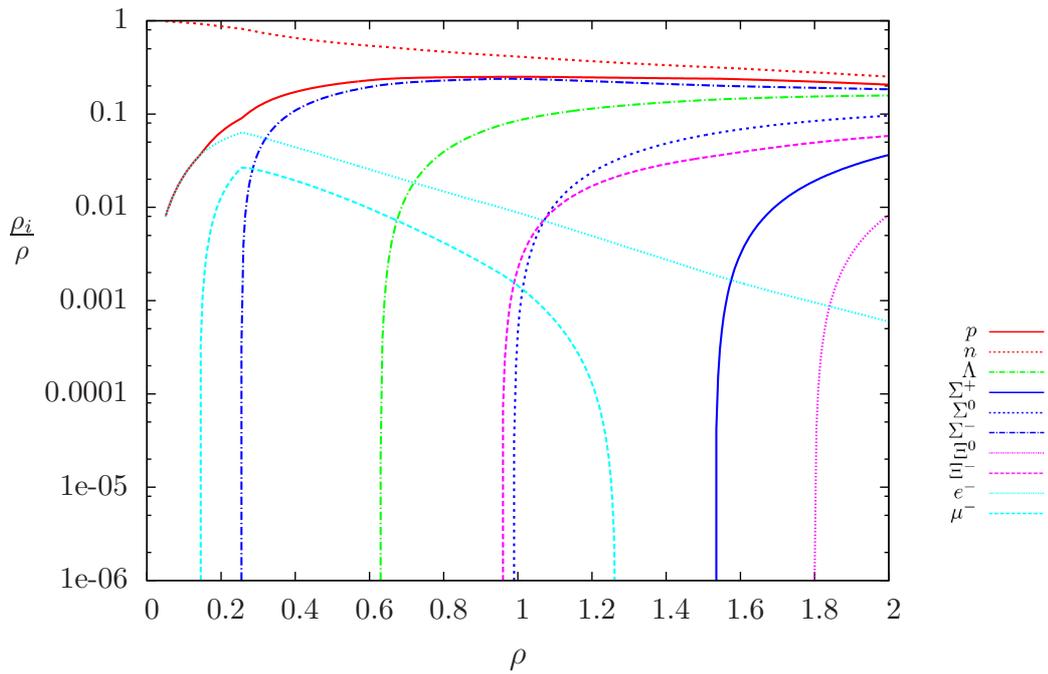
Figura 1.13: Equações de estado para os dois modelos, com $K_0 = 248 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.71$.
 Boguta-Bodmer: $100 \times b = 0.524$, $100 \times c = -0.489$,
 Ajustável: $\lambda = 0.07$.

Tomando agora os mesmos parâmetros para os dois modelos, mostramos uma comparação entre as populações de partículas na Figura 1.14. Novamente, a diferença entre os resultados é praticamente nula, exceto por um fraco deslocamento no limiar de criação de partículas para densidades mais altas no modelo Ajustável.

Contudo, é importante ratificar que todas as potencialidades do modelo Ajustável não foram exploradas, uma vez que consideramos apenas sua versão escalar nesse trabalho. O modelo apresentará outras componentes de força de muitos corpos no caso em que se explore outras combinações de parâmetros ajustáveis como, por exemplo, acoplamentos entre sigma



(a) Modelo de Boguta-Bodmer



(b) Modelo Ajustável

Figura 1.14: Populações relativas para os dois modelos, com $K_0 = 248 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.71$.

e omega (contanto que a ordem do acoplamento obedeça às simetrias da matéria nuclear). O modelo de Boguta-Bodmer, entretanto, apenas considera termos até ordem quártica de auto-acoplamentos do tipo sigma.

Capítulo 2

Matéria de Quarks

O Modelo Padrão da física de partículas aponta os quarks como uma das partículas fundamentais no universo, juntamente com os léptons e bósons de calibre. Atualmente, acredita-se que a *Cromodinâmica Quântica* (ou *Quantum Chromodynamics* - *QCD* - em inglês) seja a teoria fundamental que descreve a matéria de quarks através da interação forte entre férmions que possuem carga de cor.

Da mesma forma que a interação eletromagnética se dá entre partículas que possuem carga elétrica através da troca de fótons, a interação forte se dá entre partículas que possuem carga de cor através da troca de glúons. Contudo, os fótons não possuem carga elétrica, enquanto os glúons possuem carga de cor, tornando a teoria não-linear e de difícil tratamento matemático.

Nos regimes extremos de energia, a QCD apresenta duas propriedades: o confinamento para baixas energias e a liberdade assintótica para altas energias. Para diferentes regiões do diagrama de fases da QCD, é prevista a existência de novas fases da matéria. Dentre elas encontra-se a matéria de quarks localmente desconfinados que se acredita estar presente em estrelas de nêutrons. Porém, devido à complexidade da QCD, são utilizados novamente modelos efetivos para descrever os quarks nesse cenário.

O modelo mais empregado na descrição da matéria de quarks é o *modelo de sacola do M.I.T.*, proposto em 1974 por Chodos *et al* [33], no qual esta é tratada como um gás de férmions livres no interior de uma pequena região, denominada *sacola*. Como o formalismo é empregado para o regime de temperatura nula, os graus de liberdade dos glúons serão desconsiderados. Esse tópico voltará a ser apresentado no capítulo 4, quando a teoria de estrelas de nêutrons for apresentada.

Nesse capítulo temos por objetivo estudar a matéria de quarks desconfinados. Iniciamos com o histórico do modelo de quarks e sua detecção experimental. A seguir, apresentamos o formalismo do modelo de sacola do M.I.T., e fazemos uma discussão a respeito da

hipótese da matéria estranha.

2.1 Histórico

O primeiro modelo que considera a existência de quarks foi desenvolvido na metade dos anos sessenta quando um padrão entre os hádrons descobertos até aquela época foi identificado. A verificação experimental dos diferentes sabores de quarks se deu dos anos setenta até metade dos anos noventa. Veremos a seguir como se deu a descoberta e a detecção dessas partículas.

2.1.1 O Modelo de Quarks

Na década de sessenta, léptons (elétron, múon e seus neutrinos), bárions e mésons, e suas respectivas antipartículas, eram tomados como partículas fundamentais. Para os físicos dessa época, a interação forte era dada pela teoria de Yukawa, no qual núcleons interagem através da troca de píons. Nesse período, muitos bárions e mésons já haviam sido identificados e, dentre estes, alguns apresentavam um comportamento inesperado. Para essas partículas, denominadas *estranhas*, sua taxa de decaimento era muito menor do que sua taxa de criação, mostrando que as interações envolvidas nesses processos eram diferentes. A. Pais propôs que essa discrepância devia-se ao fato da criação de partículas estranhas se dar através da interação forte e seu decaimento através da interação fraca [34], evidenciando que um entendimento completo da natureza dessas partículas ainda não havia sido alcançado.

Em 1961, dezenas de partículas haviam sido descobertas e foram M. Gell-Mann [35] e Y. Ne'eman [36] quem identificaram independentemente um padrão que colocava ordem nos bárions e mésons do zoológico de partículas que havia se instalado. Esse padrão, conhecido como *caminho óctuplo*, era relacionado às cargas das partículas e a um número quântico associado à estranheza. Partículas de estranheza oposta são criadas aos pares através da interação forte, porém, a interação fraca não conserva essa quantidade. Convencionou-se atribuir *estranheza* $S = -1$ aos primeiros bárions estranhos descobertos e, para os bárions estranhos mais pesados que decaem em outros bárions estranhos com $S = -1$, a estranheza será $S = -2$. Os mésons estranhos possuem estranheza $S = -1$ e suas antipartículas $S = +1$.

As Figuras 2.1 e 2.2 [37] representam o caminho óctuplo para os bárions e mésons mais leves. O mesmo padrão é encontrado ao fazermos esse esquema para partículas mais pesadas, indicando que deve haver uma estrutura interna que as organiza. O caminho óctuplo previu a existência de um bárion de estranheza $S = -3$ e carga $Q = -1$. Em 1964, o bárion Ω^- , mostrado na Figura 2.1, foi detectado experimentalmente [38] apresentando precisamente as propriedades previstas por Gell-Mann, validando o modelo.

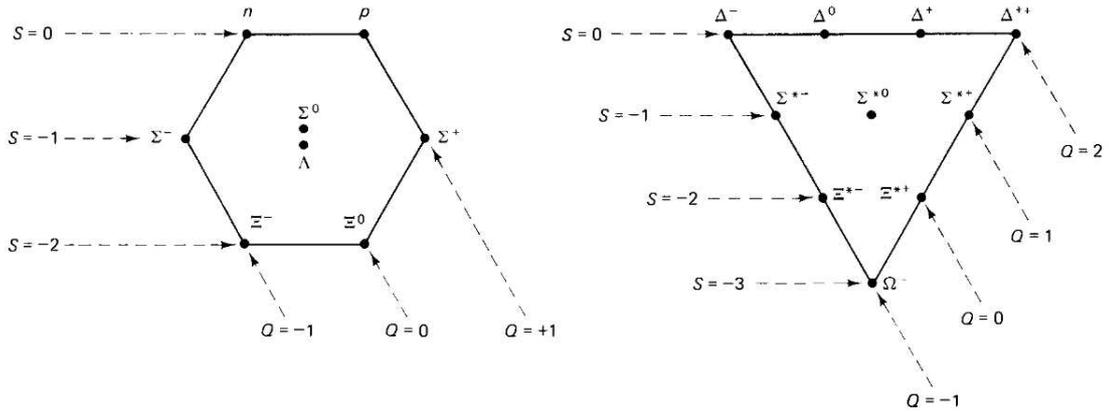


Figura 2.1: À esquerda, o caminho óctuplo para o octeto bariônico, e à direita, para o decuplo bariônico.

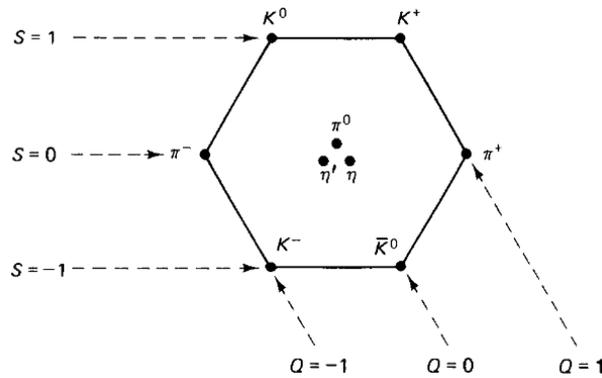


Figura 2.2: Caminho óctuplo para o primeiro noneto mesônico.

Em 1964, M. Gell-Mann [39] e G. Zweig [40] propuseram independentemente um modelo para explicar o padrão presente no caminho óctuplo. Segundo o modelo, bárions e mésons são duas formas diferentes de *hádrons* que, por sua vez, são compostos por partículas realmente elementares, os *quarks*. No modelo original, bárions são constituídos por três quarks e mésons por um par quark-antiquark que poderiam se apresentar com três *sabores* distintos: *up* (u), *down* (d) e *strange* (s). Essas partículas fundamentais apresentam valores fracionários de carga, spin e número bariônico, conforme mostrado na Tabela 2.1. Assim, esquematizando todas as combinações de quarks possíveis para gerar bárions e mésons, foi possível mais uma vez prever a existência de uma partícula nova. Este era o méson η' , mostrado na Figura 2.2, composto por um par $s\bar{s}$, que foi descoberto em 1964, a partir de colisões pión-núcleon, no acelerador Bevatron (no Laboratório Nacional Lawrence Berkeley, Estados Unidos). Contudo, é importante notar que a partir das propriedades de carga e estranheza dos quarks alguns pontos do caminho óctuplo serão proibidos como, por exemplo, um bárion de estranheza $S = 0$ e carga $Q = -2$ ou um méson de estranheza $S = -3$ e carga

$Q = +2$ [37].

Outra questão a ser levantada é o fato dessa abordagem permitir bárions compostos por três quarks de mesmo sabor e estado de spin, o que viola o princípio de exclusão de Pauli. De modo a contornar esse problema, foi proposta a existência de outro número quântico: a *cor*. Esse novo número quântico está relacionado ao fato de que apenas os quarks sofrem interação forte enquanto os hádrons não a sentem. Assim, é definido que quarks possuem carga de cor vermelha, verde ou azul (ou *red*, *green*, *blue* - *r*, *g*, *b* -, em inglês respectivamente), e o conjunto de três quarks deve formar um bárions de carga cor branca (neutra). De modo que os mésons também não possuam cor, estes serão uma combinação de um quark de uma dada cor e de um antiquark com a anti-cor correspondente.

Logo que o modelo de quarks foi proposto, ainda em 1964, diversos pesquisadores predisseram a existência de um quarto sabor de quark [41–43]. Contudo, os créditos pela predição do quarto sabor de quark, denominado *charm*, são de S.L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani [44] que, em 1970, o propuseram com os objetivos de melhor descrever os processos de decaimento através da interação fraca e identificar uma simetria entre o número de léptons e quarks.

Em 1973, M. Kobayashi e T. Maskawa [45] propuseram a existência de mais dois sabores de quarks, de modo a explicar a violação da simetria CP ¹. Em 1975, H. Harari [46] nomeou os dois novos sabores como *bottom* e *top*.

Contudo, apesar do modelo quark explicar devidamente a estrutura dos hádrons, nenhum quark isolado foi observado ao longo de anos de experimentos que buscavam detectá-los. A interpretação desse fato foi de que, sob determinadas condições de densidade e/ou temperatura presentes nos núcleos atômicos, a interação forte entre os quarks faz com estes mantenham-se confinados dentro dos hádrons. Segundo o modelo padrão atual, os glúons, assim como os quarks, possuem cor e interagem entre si, também experimentando a propriedade de confinamento de cor.

Outra importante propriedade dos quarks foi descoberta em 1973, por Frank Wilczek, David Gross e David Politzer [47, 48], denominada liberdade assintótica: quanto mais alta é a escala de energia, menos intensa a interação forte torna-se. Essa propriedade prediz que, sob condições extremas de densidade e/ou temperatura, os quarks podem ser considerados como partículas livres.

¹A simetria CP refere-se a simetria frente conjugação de carga e paridade.

Tabela 2.1: Composição de quarks do Octeto Bariônico

Octeto Bariônico	Composição	q	s
p	uud	+1	0
n	udd	0	0
Λ	uds	0	-1
Σ^+	uus	+1	-1
Σ^0	uds	0	-1
Σ^-	dds	-1	-1
Ξ^0	uss	0	-2
Ξ^-	dss	-1	-2

2.1.2 Detecção Experimental

A detecção experimental dos quarks *up* e *down* se deu através de experimentos de espalhamento profundamente inelástico, no acelerador SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*), nos quais léptons colidem com núcleons a altas energias revelando que os núcleons, de fato, possuem uma estrutura interna. Porém, devido à dificuldade de identificar tais constituintes dos núcleons como partículas elementares, estes foram chamados inicialmente de *partons* e apenas mais tarde foram identificados como os quarks *u* e *d*. Contudo, atualmente a terminologia *parton* ainda é comumente utilizada para designar os constituintes dos núcleons: quarks, antiquarks e glúons. Com a detecção dos quarks *up* e *down* foi possível também validar a existência do quark *strange* dado que esta encontrava-se de acordo com a teoria de Gell-Mann [49, 50].

A descoberta do quark *charm* se deu em 1974, com a detecção de um méson composto por um sabor de quarks diferente dos conhecidos até então. Essa nova partícula foi detectada independentemente pelos grupos de Burton Richter (SLAC) [51] e Samuel Ting (*Brookhaven National Laboratory* - BNL) [52] que lhe atribuíram os nomes J e ψ , respectivamente, que levou ao nome atual J/ψ desse méson.

Em 1977, a descoberta do quark *bottom* se deu através da detecção do méson Υ pelo grupo de Leon Lederman no Fermilab. A descoberta desse méson, composto por $b\bar{b}$, sugeriu que um novo sabor de quark também deveria ser encontrado, de modo que formasse a terceira geração de quarks. Porém, somente em 1995 os grupos CDF (*Collider Detector at Fermilab*) [53] e D ϕ (*DZero Experiment*) [54] do Fermilab anunciaram a descoberta do quark *top*, uma vez que este possuía uma massa muito maior do que havia sido prevista.

Por fim, resta discutir o t3pico referente ao confinamento dos quarks. Segundo a QCD, quarks interagem atrav3s da troca de gl3ons, as part3culas mediadoras da for3a forte. Quando dois quarks tendem a ser separados, os gl3ons ir3o formar uma estrutura alongada que mant3m os quarks ligados, n3o permitindo que estes se libertem da intera33o. Haver3 um momento em que a separa33o entre os quarks ser3 t3o grande que passa a ser mais energeticamente favor3vel para o gl3on criar um par quark-antiquark, que ir3 se unir ao par original. Experimentalmente, esse processo 3 observado na forma de jatos de m3sons e b3rions, resultantes do alongamento e posterior gera33o de pares quark-antiquark, gerado por colis3o a altas energias. Esse fen3meno, que ainda possui diversas quest3es te3ricas em aberto, 3 conhecido como *hadroniza33o* [55].

Atualmente, acredita-se que n3o existam mais sabores de quarks al3m dos j3 encontrados e com os aceleradores cada vez mais potentes, 3 poss3vel obter as propriedades dos quarks com mais precis3o, conforme mostra a Tabela 2.2 [56].

Tabela 2.2: Propriedades dos Quarks

Quark	q	$m (MeV)$
u	$+2/3$	1.7–3.3
d	$-1/3$	4.1–5.8
s	$-1/3$	~ 101
c	$+2/3$	$\sim 1\,270$
b	$-1/3$	$\sim 4\,190$
t	$+2/3$	$\sim 172\,000$

2.2 Modelo de Sacola do M.I.T.

Dentre os modelos efetivos propostos para a descri33o da mat3ria de quarks, o modelo de sacola proposto em 1974 por Chodos *et al.* do *Masachussets Institute of Tecnology*, tamb3m conhecido como *modelo de sacola do M.I.T.*, 3 um dos modelos mais utilizados na literatura devido 3 sua simplicidade. O modelo de sacola considera quarks livres no interior de uma regi3o no espa3o denominada *sacola*, embora estes estejam confinados em seu interior.

O confinamento dos quarks no interior da sacola 3 importante quando tal modelo 3 empregado para a descri33o de quarks no interior de h3drons, por3m, para os fins desta disserta33o, temos interesse apenas na regi3o do interior da sacola, onde os quarks encontram-se desconfinados. Uma abordagem bastante aprofundada do t3pico de confinamento pode

ser encontrada em [57]. Assim, nessa seção iremos abordar o modelo de sacola do M.I.T. focando apenas no interior da sacola, uma vez que desejamos descrever a matéria de quarks desconfinados. Veremos que tal escolha torna o tratamento matemático do modelo muito mais simplificado.

2.2.1 Densidade Lagrangiana

As características de liberdade assintótica e confinamento são alguns dos principais aspectos da QCD e devem ser reproduzidas ainda que por modelos efetivos. O modelo de sacola do M.I.T. possui a importante característica de representar tanto o regime de liberdade assintótica quanto o confinamento. Segundo o modelo, os quarks encontram-se confinados no interior de uma *sacola* devido a uma pressão externa, embora devam ser considerados livres no interior.

No interior da sacola as equações de movimento dos quarks serão descritas a partir da densidade lagrangiana para férmions livres, evidenciando seu regime de liberdade assintótica:

$$\mathcal{L}_{MIT} = \sum_f [\bar{\psi}_f (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_f) \psi_f - B] \Theta_V + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l \quad (2.1)$$

A condição de confinamento dos quarks é verificada a partir da seguinte condição de contorno na superfície da sacola:

$$\Theta_V = \begin{cases} 1, & \text{interior da sacola} \\ 0, & \text{fora da sacola.} \end{cases} \quad (2.2)$$

A *função de Heaviside* Θ_V serve como uma condição de contorno para a sacola. Assim, em seu interior, a condição garante que os quarks possuam uma solução de Dirac livre, ilustrando a característica de liberdade assintótica, e no seu exterior, a solução da equação corresponderá a uma função de onda nula, ilustrando que os quarks estão confinados dentro da sacola.

Podemos identificar a densidade lagrangiana de Dirac para os quarks no primeiro termo de \mathcal{L}_{MIT} , deixando clara a característica de quarks não-interagentes do modelo. A *constante de sacola* B representa a diferença entre a densidade de energia no interior da sacola, onde podemos considerar o meio como sendo um vácuo perturbativo da QCD, e o vácuo não-perturbado.

De modo a descrevermos uma matéria de quarks eletricamente neutra, incorporamos ainda os graus de liberdade dos léptons à densidade lagrangiana. A contribuição dos léptons também possuirá a forma da densidade lagrangiana de Dirac. E, através de \mathcal{L}_{MIT} , verificamos que a presença de léptons no modelo é permitida tanto no interior quanto no exterior da

sacola. Como queremos estudar a matéria de quarks no regime de temperatura nula, os graus de liberdade dos glúons não são considerados.

2.2.2 Equação de Estado

A fim de descrever a matéria de quarks desconfiados, utilizamos a densidade lagrangiana no interior sacola e, usando a mesma metodologia empregada para a matéria de hádrons vista no capítulo 1, obtemos sua equação de estado. Como a densidade lagrangiana do modelo descreve quarks livres, é natural que sua equação de estado seja a mesma de um gás de férmions livres, análoga à equação de estado para a matéria hadrônica quando a interação entre os mésons é desconsiderada.

De mesmo modo, a equação de estado dos léptons também será a mesma para um gás de férmions, embora seja necessário levar em conta que os fatores de degenerescência dos quarks e léptons serão distintos. Vimos que o fator de degenerescência γ_l para os léptons é $(2J_l + 1)$, uma vez que tais partículas possuem duas possibilidades de spin. Já para os quarks, é também preciso levar em conta a degenerescência de cor, logo, $\gamma_f = 3(2J_f + 1)$, sendo o fator de spin multiplicado por três devido às possibilidades de cor vermelho, verde ou azul.

Ainda é preciso que a pressão externa à sacola seja levada em conta. Essa pressão externa, dada pela constante de sacola B , mantém os quarks confinados no interior da sacola e, portanto, faz com que estes exerçam uma pressão contrária de mesma intensidade para que a estabilidade da sacola seja mantida.

Levando-se em conta todas as considerações acima, temos que a equação de estado para o modelo de sacola do M.I.T. será:

$$\varepsilon = B + \frac{3}{\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{F_f}} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_f^2} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F_l}} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_l^2} \quad (2.3)$$

$$p = -B + \frac{1}{\pi^2} \sum_f \int_0^{k_{F_f}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_f^2}} + \frac{1}{3\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F_l}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_l^2}} \quad (2.4)$$

ou, em termos dos potenciais químicos dos quarks e léptons:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & B + \frac{3}{\pi^2} \sum_f \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} m_f^2 + k_{F_B}^2 \right) k_{F_B} \mu_f - \frac{1}{8} m_f^4 \ln \left(\frac{k_{F_B} + \mu_f}{m_f} \right) \right] \\ & + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} m_l^2 + k_{F_l}^2 \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} - \frac{1}{8} m_l^4 \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
p = & -B + \frac{1}{\pi^2} \sum_f \left[\frac{1}{4} \left(k_{F_f}^2 - \frac{3}{2} m_f^2 \right) k_{F_f} \mu_f + \frac{3}{8} m_f^4 \ln \left(\frac{k_{F_f} + \mu_f}{m_f} \right) \right] \\
& + \frac{1}{3\pi^2} \sum_l \left[\frac{1}{4} \left(k_{F_l}^2 - \frac{3}{2} m_l^2 \right) k_{F_l} \mu_l + \frac{3}{8} m_l^4 \ln \left(\frac{k_{F_l} + \mu_l}{m_l} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.6}$$

A constante de sacola B presente na densidade de energia ε representa a diferença de energia entre a sacola e o vácuo, enquanto os outros dois termos correspondem, respectivamente, à densidade de energia de Fermi dos quarks e léptons. Na expressão para a pressão, o sinal negativo que acompanha a constante de sacola está associado a sua oposição à pressão exercida sobre a sacola e os outros termos, novamente, correspondem à pressão de Fermi dos quarks e léptons respectivamente. Embora os resultados aqui apresentados baseiem-se em uma discussão qualitativa, os mesmo resultados podem ser obtidos através do mesmo formalismo empregado no capítulo 1.

É importante ressaltar que obtivemos essa equação de estado utilizando apenas o resultado para o interior da sacola do modelo. A partir dessa abordagem devemos interpretar que a matéria de quarks aqui descrita corresponderá à uma única sacola cujos quarks em seu interior encontram-se desconfinados. É necessário, agora, que uma análise dos valores de constante de sacola B mais adequados para essa descrição seja feita.

2.2.3 Equilíbrio Químico

Vimos na seção 1.2.8 que a condição de equilíbrio químico, dada pela equação (1.141), leva em conta a conservação de carga elétrica e número bariônico. Lembrando que o número bariônico dos quarks corresponde à um terço, podemos escrever os potenciais químicos dos quarks em termos dos potenciais químicos do nêutron e do elétron:

$$\mu_u = \frac{1}{3}\mu_n - \frac{2}{3}\mu_e \tag{2.7}$$

$$\mu_d = \mu_s = \frac{1}{3}\mu_n + \frac{1}{3}\mu_e \tag{2.8}$$

Da expressão para μ_u , podemos escrever o potencial químico do nêutron como $\mu_n = 3\mu_u + 2\mu_e$ e, conseqüentemente:

$$\mu_d = \mu_s = \mu_u + \mu_e \tag{2.9}$$

Identificamos o potencial químico do quark up e do elétron como as variáveis independentes do sistema, uma vez que os potenciais químicos dos outros quarks podem ser

escritos através destes. Para a matéria de quarks à temperatura nula, o potencial químico das partículas corresponderá à sua energia de Fermi $E_F = \sqrt{k_F^2 + m^2}$. Uma vez verificado que a equação de estado para a matéria de quarks depende apenas do potencial químico dos quarks constituintes, concluímos que para determinar totalmente o sistema basta que as soluções para μ_u e μ_e sejam obtidas para diferentes densidades bariônicas. Da mesma forma que para a matéria hadrônica, as equações que determinam essas variáveis serão as de conservação de carga e número bariônico, dadas respectivamente por:

$$\frac{2}{3}\rho_u = \frac{1}{3}\rho_d + \frac{1}{3}\rho_s + \rho_e + \rho_\mu \quad (2.10)$$

$$\rho_B = \frac{\rho_u + \rho_d + \rho_s}{3} \quad (2.11)$$

onde as densidades de quarks são dadas por $\rho_f = \gamma_f (k_f^3/6\pi^2) = k_f^3/\pi^2$ e a dos léptons por $\rho_l = k_l^3/3\pi^2$.

Para o caso desse modelo, determinar o momentum de Fermi corresponde à determinar o potencial químico das partículas. Sendo assim, a população de partículas é também obtida a partir de μ_u e μ_e .

2.2.4 Hipótese da Matéria Estranha

Do ponto de vista de matéria nuclear, os núcleos atômicos mais estáveis são os de ^{56}Fe e ^{60}Ni , constituindo o estado fundamental da matéria nuclear. Contudo, para altas densidades, é prevista a matéria de quarks desconfiados, e precisamos verificar sua estabilidade. Entre 1974 e 1990, Bodmer [58], Witten [59] e Terazawa [60–63] propuseram que a matéria composta por quarks *up*, *down* e *strange*, pode possuir uma energia menor que a energia do núcleo de ^{56}Fe , sendo o verdadeiro estado fundamental da interação forte [64], denominado *matéria estranha*.

A matéria estranha deve ser mais estável que a matéria composta apenas por quarks *up* e *down* pois possui um férmion a mais, que diminuirá a energia de Fermi do sistema. Por sua vez, o ferro deve ser mais estável que a matéria de quarks *up* e *down* pois, caso contrário, os núcleos de ferro iriam para este estado de mais baixa energia e verificaríamos a presença da matéria de quarks a baixas densidades. Seguindo o mesmo raciocínio, podemos inferir que um gás de nêutrons possui maior estabilidade que a matéria de quarks *up* e *down*. Essas suposições são resumidas na expressão:

$$\frac{E}{A} \Big|_{u,d,s} < \frac{E}{A} \Big|_{^{56}Fe} < m_n < \frac{E}{A} \Big|_{u,d} \quad (2.12)$$

Assim, segundo a hipótese da matéria estranha, os núcleos atômicos são estados metaestáveis, conforme ilustrado na Figura 2.3 [64].

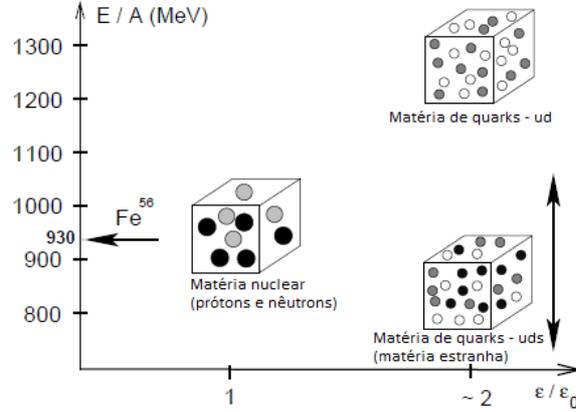


Figura 2.3: Hipótese da matéria estranha: estado fundamental da interação forte.

Ainda que a hipótese da matéria estranha não seja válida, no cenário de estrelas compactas onde as densidades são superiores às densidades nucleares, é possível que a matéria de quarks seja populada por quarks *up*, *down* e *strange*. Independentemente da hipótese da matéria estranha ser válida, vamos assumir nesse trabalho que a matéria composta por quarks *up*, *down* e *strange* deve possuir uma energia menor que a de um gás de partículas Λ , (compostas por quarks *uds*), estabelecendo um valor máximo para a constante de sacola.

2.2.5 Constante de Sacola

Para determinar o intervalo de valores válidos para a constante de sacola B teremos como base a estabilidade da matéria de quarks, conforme abordado na seção anterior. Partimos do cálculo da razão ε/ρ para matéria de quarks, que será relacionada à energia de ligação por nucleão para o núcleo de ^{56}Fe e massa do nucleão.

Assumimos que os constituintes da matéria de quarks serão os quarks *up*, *down* e *strange* em uma aproximação de quarks sem massa. Podemos escrever a equação de estado na forma:

$$\varepsilon = \sum_f \varepsilon_f + B, \quad p = \sum_f p_f - B \quad (2.13)$$

e identificamos os termos ε_f e p_f das equações (2.5) e (2.6) no limite de quarks sem massa:

$$\varepsilon_f = \sum_f \frac{3\mu_f^4}{4\pi^2}, \quad p_f = \sum_f \frac{\mu_f^4}{4\pi^2} = \frac{\varepsilon_f}{3} \quad (2.14)$$

E a densidade de energia total do modelo será:

$$\varepsilon = \sum_f \varepsilon_f + B = 4B \quad (2.15)$$

para uma densidade bariônica:

$$\rho_B = \sum_f \frac{\rho_f}{3}. \quad (2.16)$$

Supondo inicialmente uma matéria composta apenas de dois sabores de quarks, a neutralidade de carga impõe que $\rho_d = 2\rho_u$. Como o momentum de Fermi é proporcional a $k_f \sim \rho_f^{1/3}$, o potencial químico dos quarks obedece à relação:

$$\mu_2 \equiv \mu_u = 2^{-1/3} \mu_d \quad (2.17)$$

que leva à seguinte equação de estado:

$$\varepsilon_2 = 3p_2 + B = 4B \quad (2.18)$$

$$p_2 \equiv p_u + p_d = (1 + 2^{4/3}) \frac{\mu_2^4}{4\pi^2} = B \quad (2.19)$$

cuja densidade bariônica é:

$$\rho_{B_2} = \frac{\rho_u + \rho_d}{3} = \frac{\mu_2^3}{\pi^2}. \quad (2.20)$$

Para esse caso, a razão entre densidade de energia e densidade bariônica será:

$$\frac{\varepsilon_2}{\rho_{B_2}} = (1 + 2^{4/3})^{3/4} (4\pi^2)^{1/4} B^{1/4} = 6.44 B^{1/4}. \quad (2.21)$$

Vimos na seção anterior que um gás de nêutrons deve ser mais estável que a matéria composta por quarks *up* e *down*. Logo, comparar a energia de ligação por bárion acima com a massa do nêutron nos dará um limite mínimo para o valor da constante de sacola B :

$$m_n < \left. \frac{E}{A} \right|_{u,d} \equiv \frac{\varepsilon_2}{\rho_{B_2}} \quad (2.22)$$

$$6.44 B^{1/4} > 938.3 \text{ MeV} \quad (2.23)$$

Logo, o limite inferior para a constante de sacola será $B^{1/4} > 145.7 \text{ MeV}$.

Aplicando o mesmo procedimento para a matéria composta por três sabores de quarks, obtemos as densidades e potenciais químicos através da neutralidade de carga $\rho_u = \rho_d = \rho_s$. Logo $\mu_3 \equiv \mu_u = \mu_d = \mu_s$.

Assim, a equação de estado desse sistema será:

$$\varepsilon_3 = 3p_3 + B = 4B \quad (2.24)$$

$$p_3 = \frac{3\mu_3^4}{4\pi^2} = B \quad (2.25)$$

para uma densidade bariônica:

$$\rho_{B_3} = \frac{\mu_3^3}{\pi^2}. \quad (2.26)$$

Calculando a razão entre densidade de energia por bárion, temos:

$$\frac{\varepsilon_3}{\rho_{B_3}} = 3^{3/4} (4\pi^2)^{1/4} B^{1/4} = 5.71 B^{1/4}. \quad (2.27)$$

Novamente, analisando a estabilidade da matéria conforme a discussão da seção anterior, devemos levar em conta duas situações: se a matéria de quarks de três sabores será o estado fundamental da interação forte ou não.

Para o primeiro caso, é preciso que a razão ε_3/ρ_{B_3} seja menor que a energia por núcleon de um núcleo de ^{56}Fe :

$$\frac{\varepsilon_3}{\rho_{B_3}} \equiv \frac{E}{A} \Big|_{u,d,s} < \frac{E}{A} \Big|_{^{56}\text{Fe}} \quad (2.28)$$

$$5.71 B^{1/4} > 930 \text{ MeV}. \quad (2.29)$$

Logo, o limite superior para a constante de sacola, assumindo a hipótese da matéria estranha, será $B^{1/4} < 162.9 \text{ MeV}$.

De todo modo, mas principalmente para o segundo caso, é preciso que a razão ε_3/ρ_{B_3} seja menor que a massa do híperon Λ :

$$\frac{E}{A} \Big|_{u,d,s} < m_\Lambda \quad (2.30)$$

$$5.71 B^{1/4} > 1116 \text{ MeV} \quad (2.31)$$

Logo, o limite superior para a constante de sacola será $B^{1/4} < 195.4 \text{ MeV}$.

Concluindo, o intervalo de valores válidos para a constante de sacola será:

$$145.7 \text{ MeV} < B^{1/4} < 195.4 \text{ MeV} \quad (2.32)$$

e, para $B^{1/4} < 162.9 \text{ MeV}$, a hipótese da matéria estranha será válida.

Esses intervalos de valores foram obtidos assumindo que a massa dos quarks é nula. Ao considerarmos que a massa do quark strange não é negligenciável, os valores obtidos para o limite superior serão menores. Logo, nessa seção foi apresentado o máximo limite superior.

2.2.6 Resultados

Nessa seção são apresentados os resultados para a equação de estado do modelo de sacola do M.I.T..

Equação de Estado

O comportamento da equação de estado do modelo de sacola do M.I.T. é mostrado na Figura 2.4 e é facilmente verificado a partir de sua expressão para a equação de estado. A densidade de energia do modelo depende de constante de sacola B linearmente e, portanto, é natural que essa quantidade seja cada vez maior para maiores constante de sacola. Isso significa que, ao considerarmos uma constante de sacola cada vez maior, a diferença de energia entre o vácuo perturbativo e o não perturbativo será cada vez maior e, conseqüentemente, a densidade de energia no interior da sacola também o será, conforme é evidenciado pelo deslocamento em direção à densidades de energias maiores na equação de estado. Já a pressão será cada vez menor conforme aumentamos o valor da constante de sacola B , fazendo com que a equação de estado seja mais suave. Fisicamente, isso significa que para uma maior diferença de energia, o vácuo exercerá uma pressão maior sobre a sacola, que deverá produzir uma pressão contrária de mesma intensidade, suavizando sua equação de estado. Assim, uma sacola com uma densidade de energia maior necessitará de uma menor quantidade de pressão para suportar a diferença de pressão exercida pelo vácuo.

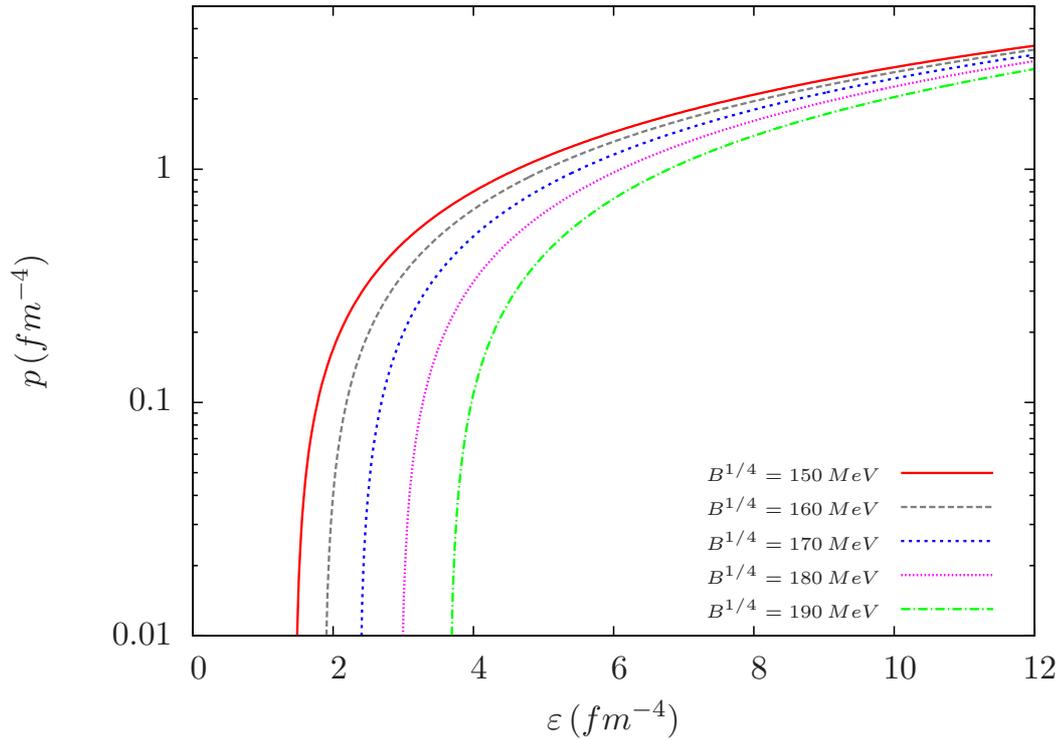


Figura 2.4: Equação de Estado do modelo de sacola do M.I.T. para diferentes valores de B .

População

A população de partículas do modelo, na Figura 2.5, mostra que a fração entre os quarks será aproximadamente a mesma ao longo de regime de altas densidades, de modo a obedecer as leis de conservação de carga elétrica e de número bariônico. É importante ressaltar que, ainda que a fração de quarks não seja a mesma inicialmente, esta rapidamente evolui para um estado de frações aproximadamente iguais. Esse resultado será verificado no próximo capítulo, quando mostrarmos a fase mista da transição de fase, onde a matéria de quarks coexistirá com a matéria hadrônica.

Verifica-se que quando altas densidades são alcançadas a fração de elétrons é rapidamente suprimida conforme a fração do *quark strange* aumenta. A justificativa para esse comportamento é análoga à formação de híperons na matéria hadrônica, pois será mais favorável que os quarks up e os elétrons formem quarks strange, diminuindo a energia de Fermi dos elétrons e, conseqüentemente, do sistema. Ao longo desse processo a conservação de número bariônico será respeitada, uma vez que se forma um quark strange a partir de um quark up e ambos possuem o mesmo número bariônico. A conservação de carga elétrica também será respeitada no processo. Os graus de liberdade dos múons não chegam a ser produzidos no sistema, pois a configuração de equilíbrio se instaura antes que seu limiar seja

alcançado. Assim, concluímos que a matéria de quarks será populada por uma fração de léptons muito pequena, que estará presente apenas para baixas densidades.

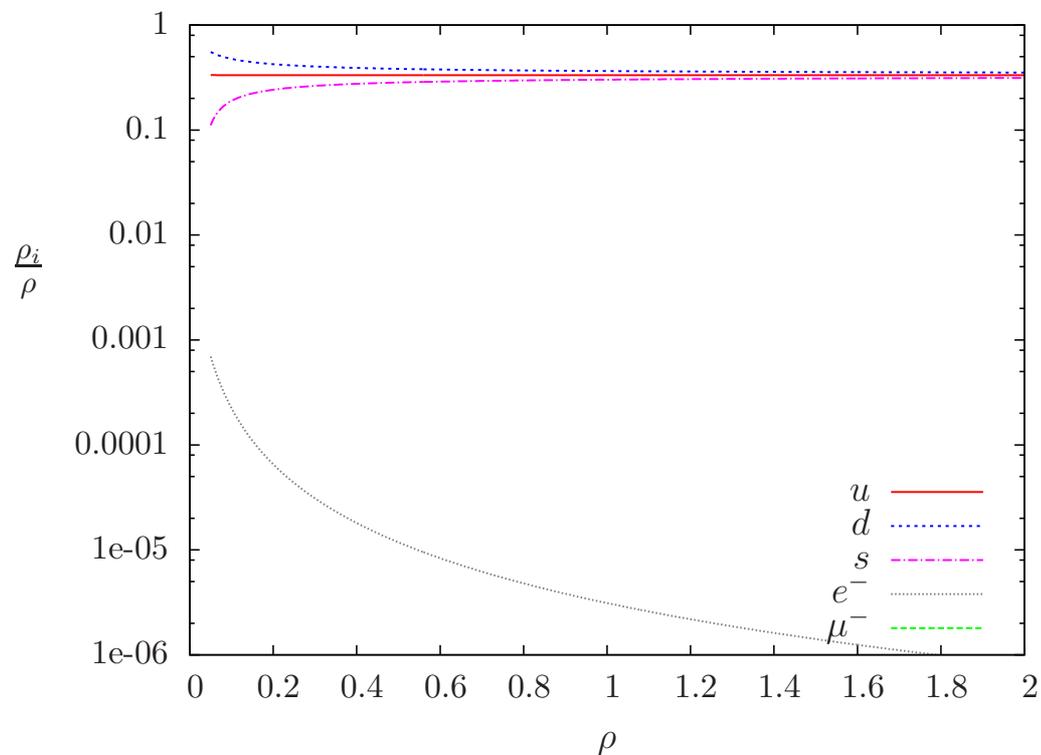


Figura 2.5: População de partículas em função da densidade bariônica no modelo de sacola do M.I.T. para $B = 170 \text{ MeV}$.

Descrevemos neste capítulo e no anterior, através de modelos efetivos, as fases de quarks e hadrônica, respectivamente. A partir das equações de estado e densidades de partículas obtidas desses modelos, vamos no próximo capítulo analisar como se dá a transição entre essas fases.

Capítulo 3

Transições de Fase Hádron-Quark

Nos dois capítulos anteriores apresentamos modelos para descrever a matéria de hádrons e de quarks desconfinados. Vamos agora utilizar as equações de estado obtidas a partir desses modelos para efetuar uma transição de fase da matéria de hádrons para a matéria de quarks. Segundo o diagrama de fases da QCD, é possível que para condições físicas extremas existam diversos estados exóticos da matéria. Tais estados exóticos da matéria são alcançados somente através de transições de fase, conforme iremos mostrar a seguir.

Começamos esse capítulo com uma introdução ao tópico de transições de fase com o intuito de estudar as transições de fase hádron-quark na QCD. A seguir, a partir do diagrama de fases da QCD, apresentamos os possíveis cenários para que essa transição ocorra. Finalmente, a partir do formalismo termodinâmico desenvolvido por Gibbs, descrevemos a transição de fase hádron-quark como uma transição de fase de primeira ordem para um sistema multicomponente cujas cargas elétrica e bariônica são conservadas globalmente. Através dos resultados, mostramos que a influência dos parâmetros nas equações de estados dos modelos se refletirá na dinâmica da transição de fase.

3.1 Introdução

O fenômeno de transição de fase está presente em nosso cotidiano, por exemplo, quando gelamos ou colocamos água para ferver. Esses dois processos (transição líquido-sólido e líquido-vapor) são exemplos de uma transição de fase de sistemas monocomponentes pois, no caso, a água é o único componente envolvido. Contudo, o tópico de transições de fase é mais abrangente, envolvendo sistemas com mais de uma componente. Um exemplo de transição de fase em sistemas multicomponente são justamente as transições de fase hádron-quark, pois haverá uma fase composta por diferentes bárions e outra composta por quarks

de diferentes sabores.

Além do tipo de sistema que está sendo tratado, é preciso também levar em conta como se dá a transição de fase. Nessa seção vamos caracterizar os diferentes tipos de transição de fase e, a seguir, buscar os possíveis cenários para a transição de fase hádron-quark entre os diferentes estados da matéria do diagrama de fases da QCD.

3.1.1 Transições de Fase

Os estados da matéria são caracterizados por possuírem propriedades físicas uniformes. Definimos por transição de fase a mudança das propriedades do sistema, causada por uma mudança na condição externa do sistema como, por exemplo, temperatura e/ou pressão. São vários os exemplos de transição de fase na física, desde as que podem ser observadas no cotidiano, como a condensação da água (transição vapor-líquido) nos azulejos do banheiro quando tomamos um banho quente, ou a supercondutividade de metais à baixíssimas temperaturas na física de materiais, ou ainda, a cristalização dos íons na superfície de estrelas compactas, gerando uma crosta cristalina [1].

A classificação de transições de fase é baseada nas propriedades termodinâmicas do sistema. Em particular, a variação da energia livre de Gibbs¹ do sistema tem um papel importante nessa classificação. Segundo os critérios atuais, as transições de fase são classificadas em dois grandes grupos:

- *Primeira ordem*: haverá absorção ou perda de calor ao longo da transição, ou seja, calor latente. A presença de uma fase mista devido à coexistência de fases é outra característica importante desse tipo de transição. Tais transições de fase geram uma descontinuidade na derivada primeira da energia livre de Gibbs com relação a uma variável intensiva do sistema e, por isso, são também chamadas de transições de fase descontínuas. **Exemplo**: Na transição gelo-líquido, o gelo absorve calor (por exemplo, devido à mudança da temperatura externa) e, sem mudar sua temperatura, se liberta de seu arranjo cristalino, se tornando água líquida.
- *Segunda ordem*: as propriedades termodinâmicas variam continuamente durante a transição ao longo de todo o sistema. Para esse caso, não haverá uma fase mista. A derivada primeira da energia livre de Gibbs com relação às variáveis intensivas será contínua. A descontinuidade estará associada à sua derivada segunda, a susceptibilidade. **Exemplo**: Na transição do paramagnetismo para o ferromagnetismo, a

¹A energia livre de Gibbs provém de uma transformação de variáveis na energia interna do sistema, de modo que esta seja função da temperatura e pressão, que são variáveis intensivas: $U = U(S, V, N_i) \rightarrow G = G(T, P, N_i)$.

magnetização $M = -\partial G/\partial H$ será contínua, enquanto a susceptibilidade magnética $\chi_M = \partial M/\partial H$ apresentará uma descontinuidade próximo ao ponto crítico².

Como a entropia é relacionada à energia livre de Gibbs, esta sofrerá uma descontinuidade no caso de transições de fase de primeira ordem, e será contínua para transições de segunda ordem. Esse comportamento pode ser relacionado a um parâmetro, denominado *parâmetro de ordem*, que descreve o grau de ordenamento do sistema. Esse parâmetro vale 0 na fase desordenada e 1 em uma fase ordenada e, assim como a entropia, sofre uma descontinuidade para transições de primeira ordem. Assim, o parâmetro de ordem está relacionado à simetria que, em geral, é quebrada quando ocorre uma transição de fase.

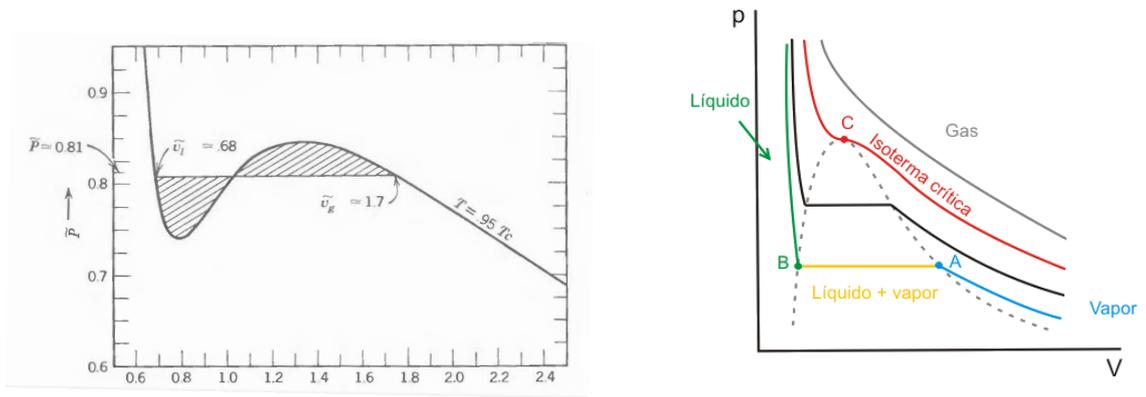
Historicamente, o estudo teórico das transições de fase de primeira ordem foi desenvolvido por Van der Waals no final do século XIX. Com o intuito de reproduzir as isotermas para sistemas líquidos obtidas empiricamente por Thomas Andrews, Van der Waals obteve uma correção para a equação de estado de um fluido ideal, no qual considerava o volume das moléculas e a atração dessas entre si. Porém, para determinadas temperaturas, essa equação de estado apresentava um comportamento instável, associado a uma transição de fase. Assumindo que as duas fases encontram-se em equilíbrio, Maxwell propôs que a região de instabilidade era uma região de coexistência de fases, no qual a pressão deveria ser constante. A chamada *construção de Maxwell* determina o valor da pressão na fase mista a partir de uma reta horizontal no diagrama de isoterma, que cobre regiões iguais ao longo da região oscilante do gráfico. As isotermas obtidas a partir da equação de Van der Waals e a construção de Maxwell são mostradas nas Figuras 3.1a e 3.1b.

Uma teoria para transições de fase de segunda ordem foi desenvolvida por Lev Landau na metade do século XX, com o intuito de explicar as descontinuidades que ocorrem próximo ao ponto crítico. Essa teoria descreve as descontinuidades das quantidades termodinâmicas através de leis de potência, onde os parâmetros a ela associados são chamados de expoentes críticos. Para uma abordagem mais rica do tópico de fenômenos críticos consulte, por exemplo, as referências [26, 66].

No regime de temperatura nula, consideramos que todas as transições de fase serão quânticas pois, apesar de o sistema encontrar-se no estado fundamental, este sofre a transição de fase devido às flutuações quânticas que modificam as propriedades deste estado.

Outro tipo de classificação denota as transições de fase de ordem infinita, que são transições de fase contínuas nas quais não ocorre quebra de simetria. E, por fim, além de transições de fases, existem mudanças de fase que não são classificadas como transição, onde

²Ponto crítico corresponde ao ponto do diagrama de fases que limita a existência de uma fase. Geralmente, as propriedades de cada fase ao redor do ponto crítico sofrem uma grande mudança em seu comportamento.



(a) Equação de estado de Van der Waals, com a construção de áreas iguais de Maxwell [26].

(b) Exemplo de transição de fase [65].

Figura 3.1: Isotermas da transição de fase líquido-vapor com a construção de Maxwell. Em ambas figuras, o eixo vertical corresponde à pressão e o eixo horizontal ao volume.

as propriedades termodinâmicas variam abrupta mas continuamente, estes são os chamados *crossover*, e são mudanças de fase muito importantes para o estudo das fases da QCD.

3.1.2 As Fases da QCD

A matéria composta por quarks e glúons confinados em seu interior, denominada matéria hadrônica, é a matéria usualmente encontrada na natureza. Porém, sob condições extremas de temperatura e/ou densidade, a usual estrutura da matéria é quebrada e verifica-se um novo estado da matéria composta por quarks e glúons desconfinados. Essas fases teóricas, nas quais quarks e glúons são tomados como graus de liberdade, são chamadas de *fases da QCD*. A escala de energia da QCD corresponde à temperaturas da ordem de $T \sim 10^{12} K$, ou a uma distância média entre os quarks menor que sua escala de tamanho, $\overline{\Delta x} < 1 fm$ [2]. Nesse regime de energias a interação forte será dominante e, conseqüentemente, a matéria deve ser descrita através da QCD que é a teoria fundamental da interação forte.

As fases da QCD ainda não são completamente conhecidas. Contudo, é possível escrever um diagrama de fases expresso em função de temperatura e potencial químico dos quarks, que são quantidades relacionadas à estrelas compactas. O diagrama de fases da QCD mostrado a seguir corresponde a uma compilação de resultados de experimentos de física nuclear e de partículas e cálculos de modelos efetivos, QCD na rede e cálculos perturbativos em regimes assintóticos [67].

Através do diagrama na Figura 3.2, identificamos diferentes fases e regimes onde devem ocorrer transições de fase. Começamos seguindo o eixo vertical do diagrama, que apresenta cenários com simetria entre matéria e anti-matéria (pois $\mu = 0$) a altas temper-

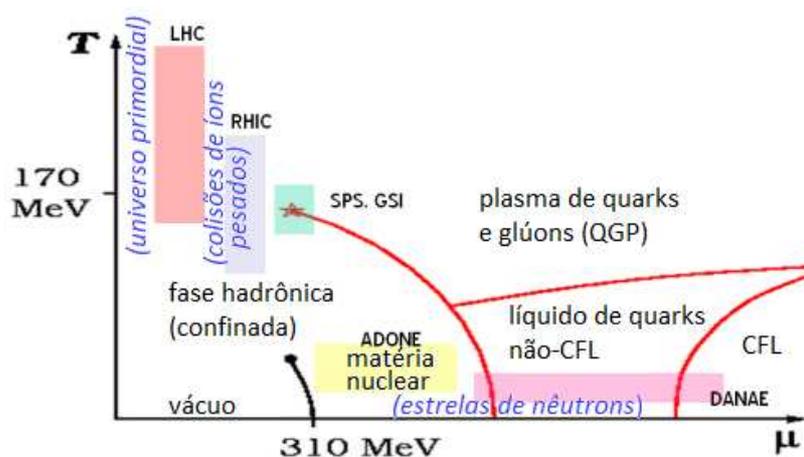


Figura 3.2: Diagrama de fases da QCD, com temperatura no eixo vertical e potencial químico bariônico no eixo horizontal.

aturas. Nessa região de altas temperaturas encontra-se a fase de plasma de quarks e glúons (QGP, do inglês, *Quark Gluon Plasma*) e a fase da matéria hadrônica a altas energias:

- **QGP:** para temperaturas de cerca de $T = 170 \text{ MeV}$, é previsto que a matéria de hádrons sofra uma mudança, tornando-se um gás composto principalmente por quarks, anti-quarks e glúons (e em menor quantidade por fótons, elétrons e pósitrons). Esse cenário corresponde ao estado do universo cerca de $10 \mu s$ após o Big Bang, mostrando que tal transição deve ter estado presente nos primórdios do universo [68].
- **matéria hadrônica:** a matéria hadrônica à altas temperaturas será um gás de hádrons, composta basicamente por píons (para $\mu = 0$). Para um regime de potencial químico não-nulo, haverá o surgimento de bárions. Os limites do diagrama para essa fase são o vácuo, no regime de temperatura nula e $\mu < 310 \text{ MeV}$, e a matéria nuclear, para um potencial químico bariônico acima desse valor.

Na origem do diagrama de fases, onde temos o regime de temperatura nula e matéria simétrica, $T = 0 = \mu$, encontra-se o vácuo físico. Essa região é caracterizada apenas pela presença de partículas virtuais, geradas por flutuações quânticas do vácuo ³.

Seguindo o eixo horizontal, agora no regime de assimetria entre matéria e anti-matéria, $\mu \neq 0$, identificamos as seguintes fases:

- **matéria nuclear:** a matéria hadrônica como encontrada em núcleos atômicos, com densidades altas, da ordem de $\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$. A matéria presente em estrelas de

³Vale a pena ressaltar que os mésons responsáveis pela mediação da força nuclear, presentes nos modelos da hadrodinâmica quântica apresentadas no capítulo 1 são virtuais.

nêutrons corresponde ao regime de temperatura nula e escalas de densidade igual ou superior à nuclear. Esses objetos possuem uma alta assimetria de isospin e, devido à enorme quantidade de bárions comprimidos em seu interior, essa matéria é chamada por alguns autores de *matéria nuclear infinita*.

- **matéria de quarks:** quando as densidades passam a ser cerca de uma ordem de grandeza maior que a da matéria nuclear, é possível que seja alcançado um estado onde os quarks estão desconfinados. Especula-se que tal estado da matéria esteja presente no núcleo de estrelas de nêutrons, sendo a transição de fase da matéria nuclear para a matéria de quarks o tema dessa dissertação [69–71]. Existem outros trabalhos teóricos nessa área que consideram diversos modelos para estrelas compostas puramente por matéria de quarks [72].
- **CFL (*color-flavor locked*):** quando extremos de densidade são atingidos, acredita-se que a matéria de quarks sofra uma transição para um estado supercondutor de cor [73–76].

Podemos identificar no diagrama diversas regiões onde deve ocorrer transições de fase. No regime de temperatura nula e assimetria entre matéria e anti-matéria (eixo horizontal do diagrama), espera-se que a transição de fase ocorra com a presença de descontinuidades das propriedades termodinâmicas à medida que a pressão aumenta. Assim, conforme o potencial químico bariônico aumenta, são previstas transições de fase de primeira ordem [73,77]. Vimos que para esse tipo de transição, ocorre a presença de fases mistas e, como exemplo, podemos citar a matéria atômica, que corresponde à fase mista entre o vácuo e matéria nuclear.

Embora a natureza da transição de fase que leva à fase de QGP não seja completamente conhecida, cálculos de QCD na rede para potencial químico bariônico nulo (eixo vertical do diagrama de fases), prevêem que, em altas temperaturas, a transição da fase hadrônica para QGP ocorra no regime de *crossover* [78]. Resultados do acelerador Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), em Brookhaven National Laboratory, Estados Unidos, para $\mu_B \sim 0$, e observações cosmológicas, estão de acordo com essa previsão de transição contínua à medida que o QGP esfria [77].

No diagrama, identificamos um ponto crítico no qual a transição muda sua característica de primeira ordem para *crossover*. A localização desse ponto crítico é ainda desconhecida devido à dificuldade de se diferenciar as duas fases. Experimentos em aceleradores de partículas como o RHIC e Super Proton Synchrotron (SPS), no CERN, bem como melhorias nos cálculos de QCD na rede para potencial bariônico finito, são esforços que vem sendo realizados com o intuito de determinar a sua localização, que é de fundamental importância para a QCD [79].

Ainda existem inúmeras limitações experimentais e teóricas no que diz respeito a um entendimento completo das fases da QCD. Experimentalmente, a necessidade de se alcançar energias extremamente altas em laboratório, dificulta a obtenção de resultados nessa área. Contudo, desde o início dos experimentos realizados no LHC até o presente momento, os resultados para o plasma de quarks e glúons têm confirmado diversas previsões teóricas acerca de suas propriedades, bem como apresentando concordância com os resultados obtidos no RHIC. Já no regime de baixas temperaturas, uma alternativa é buscar pela natureza da matéria em estrela de nêutrons através de dados observacionais desses objetos. Já do ponto de vista teórico, as limitações são relacionadas à dificuldade de se desenvolver uma teoria com um completo tratamento analítico para a QCD. Existem modelos de QCD na rede e modelos efetivos que buscam resultados cada vez mais exatos para o diagrama de fases da QCD.

Concluindo, vimos que dentre as transições envolvidas na QCD, as transições de fase hádron-quark estarão presentes em dois cenários: o de colisões de íons pesados e o de estrelas de compactas. Em particular, o segundo cenário corresponde ao foco desse trabalho. As características do regime de estrelas de nêutrons no diagrama de fases da QCD que devem ser levadas em conta na realização da transição de fase são:

1) altas densidades bariônicas: pois estrelas de nêutrons possuirão densidades acima da densidade da matéria nuclear;

2) temperatura nula: apesar de a temperatura no interior desses objetos ser da ordem de $10^5 - 10^7 K$, esse valor é baixo quando comparado à escala de energia nuclear ($10^9 K \sim 0.1 MeV$);

3) conservação de número bariônico: veremos na próxima seção que a conservação de número bariônico deve ser global, a fim de possibilitar um arranjo do sistema de menor energia;

4) carga elétrica total nula: a carga líquida total de uma estrela de nêutrons deve ser nula, contudo, isso não implica que o seja em cada fase separadamente. Assim, a imposição de conservação de carga deve ser global;

5) violação conservação de estranheza: a interação fraca pode mudar o sabor dos quarks, violando a conservação de estranheza de um sistema. Como a escala dessa interação é da ordem de $10^{-10} s$, que é muito menor que a escala de evolução de uma estrela de nêutrons, a carga de estranheza líquida será não-nula nesse cenário.

3.2 Formalismo Termodinâmico

Uma vez estabelecido o cenário onde deve ocorrer a transição de fase, precisamos agora definir o formalismo termodinâmico a ser empregado. As transições de fase hádron-quark são transições de primeira ordem em um sistema multicomponente, no qual duas cargas serão globalmente conservadas. Veremos que o requisito de duas cargas conservadas fará com que o comportamento da equação de estado na fase mista seja diferente de um sistema no qual apenas uma carga é conservada.

Nesse contexto, a pressão varia ao longo da fase mista, não obedecendo a uma construção de Maxwell onde a pressão é constante. Uma pressão variável permite que a transição de fase ocorra no interior de estrelas de nêutrons, uma vez que o equilíbrio hidrostático pode ser estabelecido.

Nessa seção, discutimos a questão das cargas conservadas e suas implicações nos aspectos gerais da transição de fase e, a seguir, apresentamos o critério de Gibbs que será usado para descrever o equilíbrio entre as fases de interesse.

3.2.1 Cargas Conservadas

Vimos que para que ocorra a transição de fase no cenário de estrelas de nêutrons, é preciso que o número bariônico e a carga elétrica sejam quantidades conservadas. Porém, até o presente momento não foi feita nenhuma ressalva quanto a esse comportamento ser global ou local, ou seja, se a conservação dessas quantidades deve se dar em cada fase separadamente ou simplesmente ser válida para toda a estrela.

Em 1992, Glendenning [80] propôs que as leis de conservação no âmbito de estrelas compactas devem ser globais. Sob essa perspectiva, é possível diminuir a assimetria de isospin da fase hadrônica fazendo com que esta possua uma carga líquida positiva, compensada por uma fase de quarks de carga líquida negativa.

Neste mesmo trabalho, Glendenning propõe que a conservação de número bariônico também deve ser global, uma vez que esse vínculo será mais fraco para um arranjo microscópico que uma condição de conservação local.

Para estabelecer as leis de conservação na transição de fase, definimos um parâmetro:

$$\chi = V_Q/V, \quad (V = V_H + V_Q) \quad (3.1)$$

que define a fração de matéria de quarks presente no meio para uma dada densidade bariônica total. Assim, a fase puramente hadrônica é definida por $\chi = 0$ e a fase puramente de quarks por $\chi = 1$. A fase mista compreenderá o intervalo intermediário, $0 < \chi < 1$.

Estabelecemos a relação de conservação global de número bariônico através da equação:

$$(1 - \chi) \rho_H + \chi \rho_Q = \rho_{BT} \quad (3.2)$$

onde ρ_H e ρ_Q correspondem, respectivamente, à densidade total de bariônica na fase hadrônica e na de quarks, e ρ_{BT} à densidade bariônica total do sistema. Analogamente, a conservação global de carga elétrica será expressa por:

$$(1 - \chi) q_H + \chi q_Q = Q/V \quad (3.3)$$

onde q_H e q_Q correspondem, respectivamente, à densidade de carga elétrica total da fase hadrônica e de quarks, e Q à carga elétrica total do sistema.

3.2.2 Critério de Gibbs

Uma vez feita a discussão acerca das quantidades conservadas, devemos agora relacionar as variáveis termodinâmicas do sistema às suas quantidades independentes. Como dito anteriormente, estamos tratando de um sistema multicomponente e, para tais sistemas, o comportamento das variáveis termodinâmicas apresenta diferenças com relação aos monocomponentes.

Através do critério de Gibbs estabelecemos o equilíbrio entre as fases, de maneira que a energia do sistema seja minimizada. Para uma temperatura fixa, as condições de Gibbs são expressas por:

$$\mu_{H,n} = \mu_{Q,n} = \mu_n \quad (3.4)$$

$$\mu_{H,e} = \mu_{Q,e} = \mu_e \quad (3.5)$$

$$T_H = T_Q = T \quad (3.6)$$

$$p_H(\mu_n, \mu_e, \{\sigma, \omega, \varrho\}, T) = p_Q(\mu_n, \mu_e, T) \quad (3.7)$$

Ao discutirmos o equilíbrio químico para a fase de hádrons, no capítulo 1, vimos que os potenciais químicos independentes envolvidos eram o do nêutron e do elétron. Facilmente verifica-se os mesmos potenciais químicos independentes para a fase de quarks, pois no capítulo 2 identificamos tais potenciais como sendo o do quark up e do elétron e o potencial químico do quark up pode ser escrito em termos de μ_n e μ_e . Assim, ao longo da fase mista

devemos assumir que essas quantidades serão as mesmas nas duas fases, conforme mostram as duas primeiras equações acima. Uma vez que estamos tratando nosso sistema em um regime de temperatura nula, a terceira condição de Gibbs não será utilizada nesse trabalho.

Devemos, agora, verificar que apesar do vínculo de que as equações de estado das duas fases devam ser iguais ao longo da fase mista, isso não significa que a pressão deva ser constante nesse intervalo de densidades. Isso se deve ao fato de a pressão em cada fase depender de dois potenciais químicos independentes, pois para cada valor de χ ao longo da transição, os valores de μ_n e μ_e variam de modo que as condições de Gibbs sejam satisfeitas. Se apenas uma carga é conservada, a pressão dependerá de apenas um potencial químico, sujeito a uma única lei de conservação, não podendo variar. Assim, concluímos que a variação da pressão ao longo da fase mista deve-se à ocorrência de mais de uma carga conservada, que nada mais é que uma consequência do sistema ser multicomponente. O comportamento da pressão e dos potenciais químicos independentes na fase mista é ilustrado na Figura 3.3, para uma equação de estado genérica [2]:

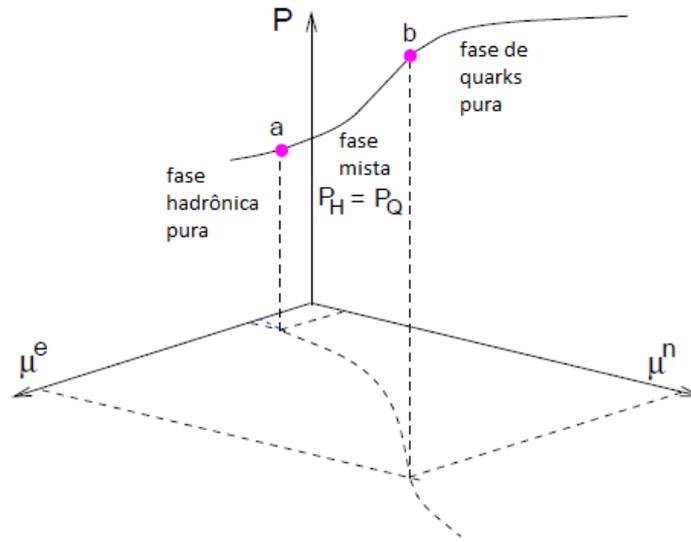


Figura 3.3: Fase mista para uma transição com duas cargas conservadas.

Portanto, para determinarmos as variáveis termodinâmicas ao longo da fase mista, devemos variar o parâmetro χ e resolver um sistema de seis incógnitas ($\mu_n, \mu_e, \rho_B, \sigma, \omega, \varrho$) e seis equações: três equações para os campos σ, ω, ϱ ; duas equações de leis de conservação de carga elétrica e número bariônico e a equação para condição de equilíbrio de Gibbs (3.7).

3.3 Estrutura da Fase Mista

O surgimento de estruturas na fase mista é um fenômeno bastante conhecido no que se refere às transições de fase de primeira ordem. A ocorrência dessas estruturas deve-se à competição entre as energias de Coulomb e de superfície associadas às regiões de carga líquida não nula presentes separadamente nas fases hadrônica e de quarks.

Para uma dada densidade bariônica para a qual o início da transição é prevista, começam a surgir gotas da fase de quarks no interior da fase hadrônica. Essas gotas crescem conforme a densidade do sistema aumenta até o ponto no qual existe a mesma proporção de matéria entre as fases. Seguindo para densidades ainda mais altas, a situação se inverte e o sistema passa a poder ser interpretado como bolhas da fase hadrônica embebidas em uma fase de quarks. Essas bolhas tornam-se cada vez menores conforme a densidade aumenta até um ponto no qual passamos a ter apenas uma fase puramente de matéria de quarks.

Quando há a presença de campos externos, a forma dessas estruturas pode variar. Em especial, no contexto estelar no qual a pressão e densidade são cada vez maiores para um raio estelar cada vez menor, as estruturas iniciais serão gotas, mas conforme consideramos raios menores, haverá o surgimento de estruturas como “barras” e “tábuas” de fase de quarks e, analogamente ao caso apresentado acima, para um determinado valor de raio ocorrerá a inversão. A partir desse ponto, se seguimos ainda mais em direção ao núcleo da estrela, passamos a identificar tábuas, barras e, finalmente, gotas de fase hadrônica até que a transição seja completa. Aqui, é importante ressaltar a possibilidade de existência de estrelas que não tenham uma transição completa, no qual seu núcleo será composto por uma fase mista, no qual tais estruturas devem ser encontradas. A Figura 3.4 mostra o esquema de formação de estruturas na fase mista em função da densidade [2].

O estudo de estruturas na fase mista está fora do escopo desse trabalho, contudo tal tópico é de grande importância para o estudo de alguns fenômenos que até o presente momento não possuem uma explicação completa no contexto de estrelas compactas. O primeiro desses fenômenos são os denominados *glitches*. Um *glitch* é o fenômeno no qual ocorre um aumento repentino, de duração irregular, do período de um pulsar, seguido de um decréscimo que retorna o valor original do período. O período de tempo entre os *glitches* varia de meses a anos e tal fenômeno possui características muito específicas para cada objeto em particular. Atualmente, existem medidas de cerca de 315 *glitches* em 102 pulsares [81] e a causa para tal fenômeno permanece um tópico em aberto. Existem estudos [82–84] que relacionam as estruturas da fase mista a esse fenômeno através do argumento de que as estruturas das diferentes fases presentes ao longo da estrela possuem momentos de inércia distintos que, uma vez em interação, podem gerar um *glitch*.

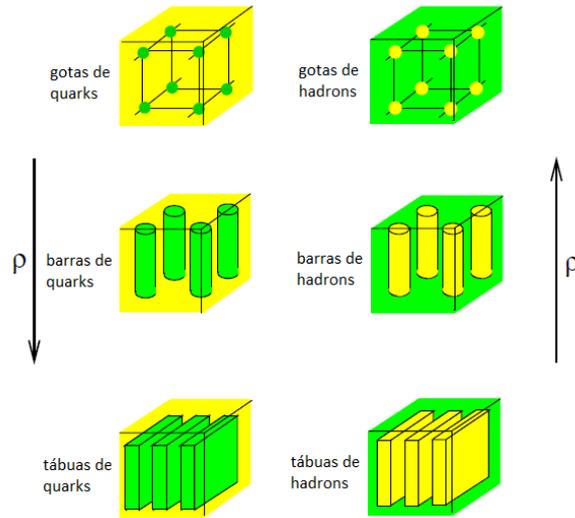


Figura 3.4: Estruturas da fase mista: conforme a densidade aumenta o sistema sofre uma inversão de fases.

A fase mista, oriunda do fato de assumirmos uma transição de fase de primeira ordem, também possui implicações para o estudo de ondas gravitacionais. As discontinuidades oriundas do início e final da transição podem afetar o espectro de frequência dos modos de oscilação não-radiais, que são utilizadas nos cálculos de sinais detectáveis de ondas gravitacionais [85, 86].

3.4 Resultados

Os aspectos da transição de fase nos quais as dependências dos parâmetros serão analisadas são a equação do estado, as densidades de início e final da transição e a população de partículas. Estudaremos a dependência de tais elementos com as propriedades da matéria nuclear simétrica na saturação, com os esquemas de acoplamento para híperons e com os modelos de Boguta-Bodmer e Ajustável que descrevem a fase hadrônica, e com a constante de sacola do modelo de quarks.

A distribuição de carga elétrica na fase mista é mostrada na Figura 3.5. Podemos notar que a fase hadrônica apresentará uma carga líquida positiva que no início da fase mista é neutralizada pelos léptons. Ao longo da transição de fase, conforme aumenta a fração de quarks, de carga líquida negativa, os léptons são suprimidos e a carga da fase hadrônica passa a ser neutralizada pelos quarks. Essa estrutura de cargas entre as fases deve-se à imposição de conservação global de carga. Sob essa imposição, a interação com o méson isovetorial tenderá a instaurar a simetria de isospin do sistema, diminuindo sua energia. O comportamento da distribuição de cargas na fase mista será o mesmo para qualquer modelo

ou escolha de parâmetros. Ao final da fase mista, quando a fração de hádrons no sistema será nula, a neutralidade de carga do sistema será assegurada pelo arranjo de mesma proporção entre os três tipos de quarks presentes no sistema, conforme foi mostrado no capítulo 2.

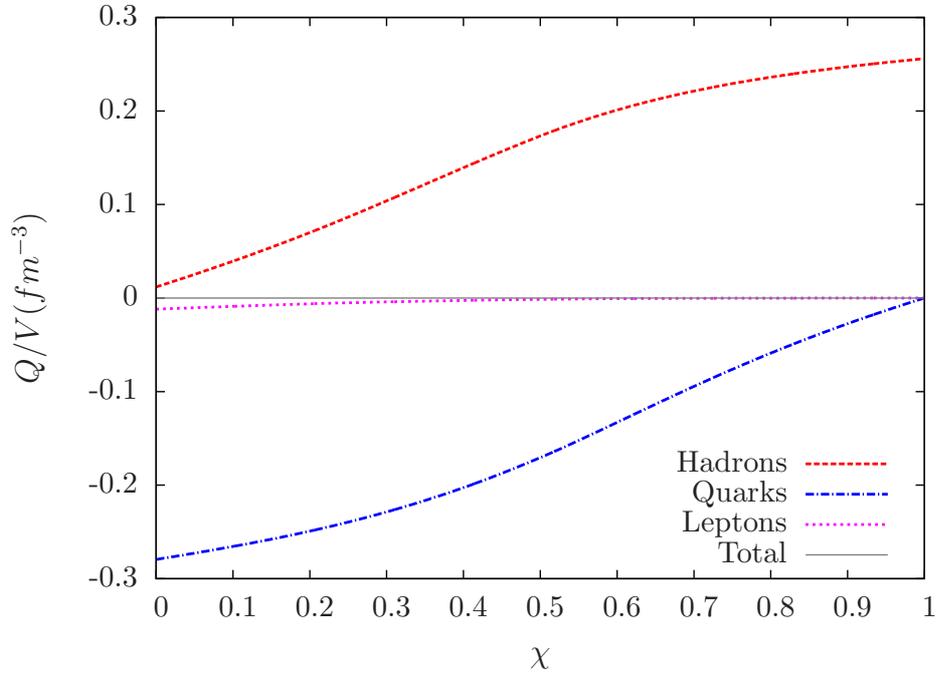


Figura 3.5: Conservação global de carga para uma transição de fase no modelo Ajustável, com $\lambda = 0.07$, $HYS(3)$ e $B^{1/4} = 170 MeV$.

Analisemos a equação de estado com relação à constante de sacola B do modelo de quarks na Figura 3.6. Os pontos indicam o início e final da transição de fase. Nota-se que para baixos valores da constante de sacola, o início da transição ocorre para densidades menores e, conseqüentemente, também acabará para densidades menores. Podemos verificar no gráfico que, ao final da transição, a equação de estado sofre um enrijecimento e, para o caso em que a transição acaba para baixas densidades (porque B é baixo), esta equação de estado terá um intervalo maior de densidades para crescer, sendo a mais rígida para altas densidades. Verifica-se que o comportamento da equação de estado é essencialmente o mesmo para os dois modelos que descrevem a fase hadrônica, mesmo ao longo fase mista, se escolhermos as constantes dos dois modelos de modo que tenham compressibilidades e massas efetivas iguais. Como a equação de estado apresenta o mesmo comportamento para os dois modelos hadrônicos, vamos comparar os parâmetros para a transição de fase apenas com um deles.

A Figura 3.7 mostra a influência da massa efetiva do núcleon na equação de estado para o modelo de Boguta-Bodmer. Uma massa efetiva do núcleon mais alta permite que a

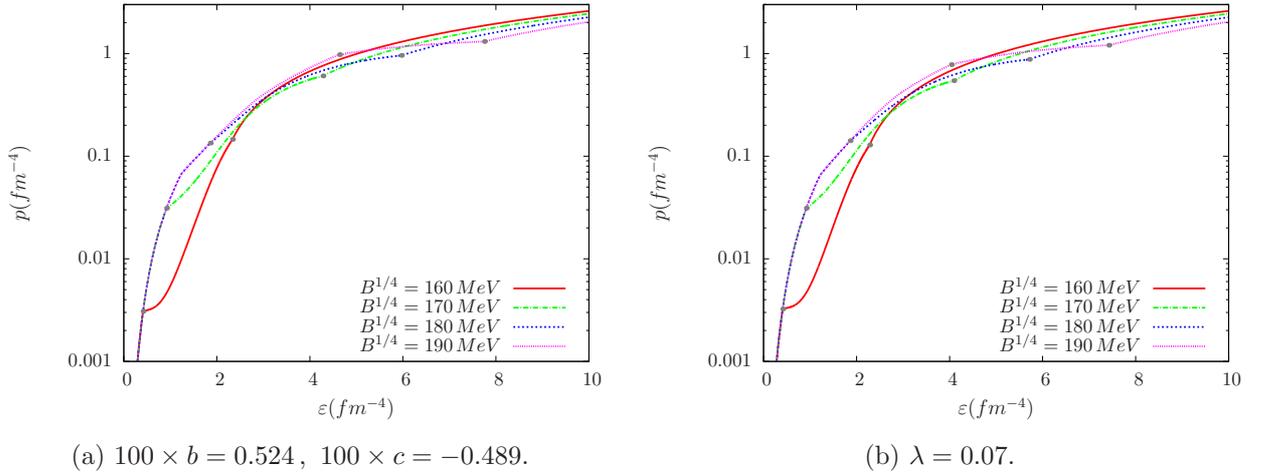


Figura 3.6: Equação de estado para os dois modelos, com $K_0 = 248 \text{ MeV}$, $m^*/m = 0.71$ e acoplamento $HYS(4A)$, sob transição de desconfinamento, para diferentes valores de B .

fase mista se estenda até densidades maiores, uma vez que inicialmente possui a equação de estado mais suave. Este suportará uma fase mista maior e, para altas densidades, acabará por ser o mais rígido, passando por um cruzamento em densidades intermediárias. Nenhum efeito é observado com relação ao início da transição de fase.

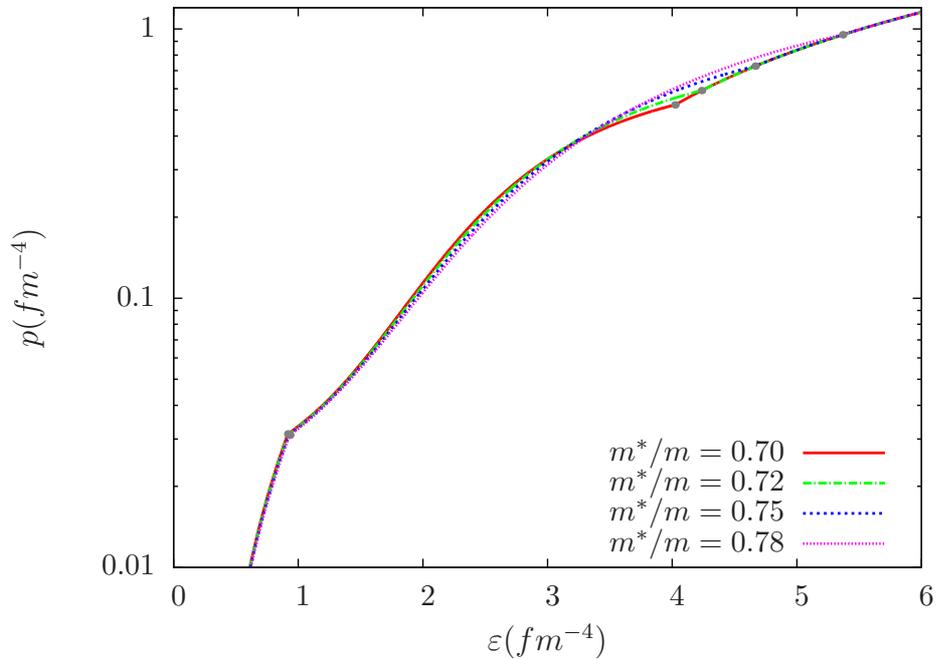


Figura 3.7: Influência da massa efetiva na transição no modelo de Boguta-Bodmer, com $K_0 = 265 \text{ MeV}$, $HYS(4B)$ e $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$.

Esse mesmo efeito de cruzamento devido à uma equação de estado mais suave em seu estado inicial é mostrado para a compressibilidade na Figura 3.8. Vimos no capítulo 1 que uma menor compressibilidade possuirá uma equação de estado mais suave. Assim, para menores compressibilidades, a fase mista será maior e fará com que a equação seja a mais rígida para altas densidades. Para esse parâmetro, também não são observados efeitos no início da transição.

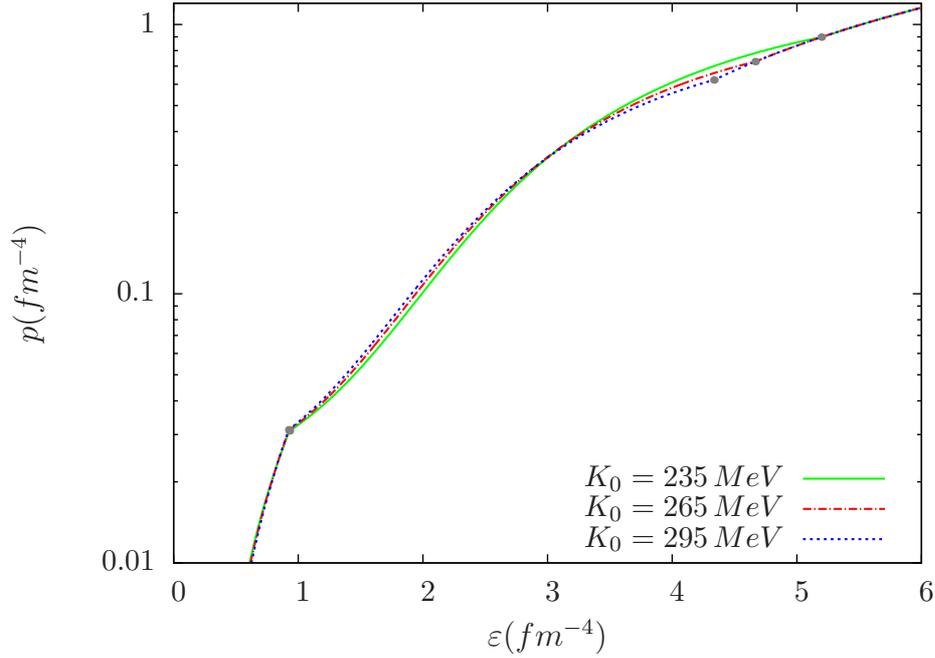


Figura 3.8: Influência da compressibilidade na transição no modelo de Boguta-Bodmer, para $m^*/m = 0.75$, $HYS(4B)$, $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$.

A Figura 3.9 mostra a influência do esquema de acoplamento de híperons na equação de estado do modelo Ajustável. Os modelos possuem início e final da transição para diferentes densidades, e os modelos nos quais a transição é mais tardia serão os que apresentarão uma equação de estado mais rígida ao longo da fase mista, no caso, a rigidez da equação de estado é maior para o modelo $HYS(4A)$, seguida de $HYS(1)$ e $HYS(4B)$. Ao final da fase mista, a rigidez da equação de estado é essencialmente a mesma para todos os modelos que a completam.

Nesse gráfico também é importante identificar que dois dos modelos de acoplamento, $HYS(2)$ e $HYS(3)$, não permitem que a transição para a fase de quarks seja completa, ou seja, a partir de um determinado valor de χ , as equações que o sistema deve satisfazer não possuem solução. Para esses modelos, o estado final de equilíbrio do sistema conterá uma fase hadrônica com bolhas de quarks em seu interior, para o caso da fase mista ter ido até $\chi = 0.5$ ou bolhas de hádrons embebidas em uma fase de quarks, caso a fase mista tenha

excedido $\chi = 0.5$. Para os outros modelos de acoplamento que completam a transição, vemos uma diferença nos valores de densidade para o qual ocorre o início e o fim da fase mista. Contudo, como os modelos que iniciam a transição mais cedo também a finalizam mais cedo, o tamanho da fase mista para diferentes modelos de acoplamento será fracamente afetado pela diferente escolha de modelo de acoplamento de híperons.

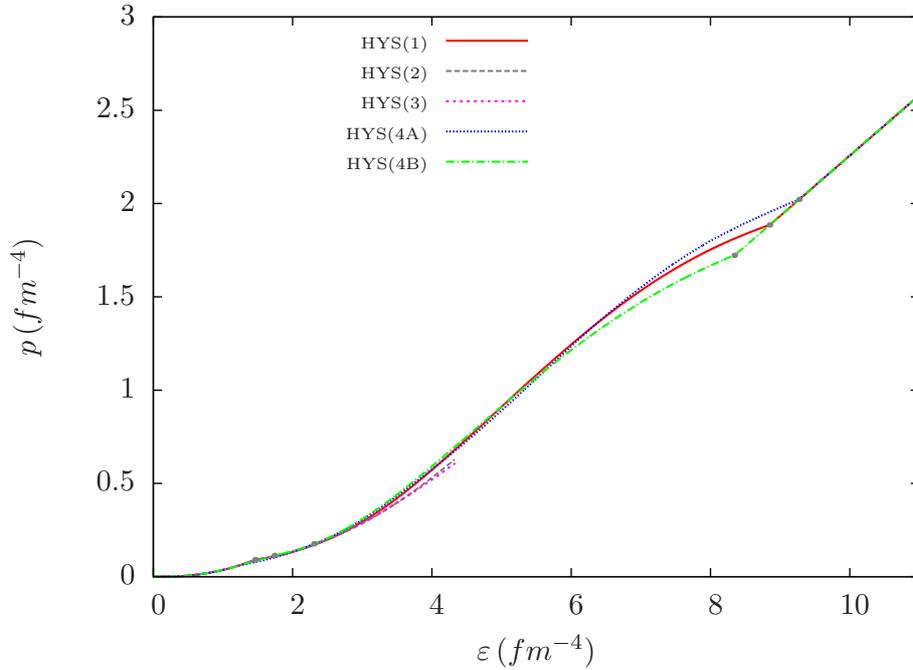


Figura 3.9: Influência do acoplamento na transição no modelo Ajustável, com $\lambda = 0.07$, $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$. Para os acoplamentos $HYS(2)$ e $HYS(3)$, a transição de fase não é completa.

A influência do parâmetro ajustável λ na equação de estado do modelo Ajustável é mostrada na Figura 3.10. Esse parâmetro é relacionado à massa efetiva do núcleon e à compressibilidade da matéria nuclear na saturação que, como vimos no capítulo 1, tornam a equação mais rígida para valores baixos de m^* e altos de K_0 . Analisando sob o ponto de vista da compressibilidade, um maior valor desta quantidade gera uma equação de estado mais rígida para a fase hadrônica e durante grande parte da fase mista. Contudo, quando a fase de quarks passa a ser dominante na fase mista, essa quantidade deixará de ter uma influência importante na rigidez da equação de estado, fazendo com que essa suavize até o ponto no qual termina a transição. Vemos através desse gráfico que a equação de estado que possui uma rigidez maior terá uma fase mista menor já que o início da transição não é afetado por essa quantidade e o final da transição ocorrerá para menores valores de densidade.

Por fim, devemos ressaltar o aspecto da equação de estado na interface de separação entre as fases. Como as duas fases apresentam, separadamente, valores diferentes para

densidade de energia e densidade bariônica durante toda a transição de fase, a interface da fase mista será um ponto onde haverá uma descontinuidade nas derivadas primeiras dessas quantidades.

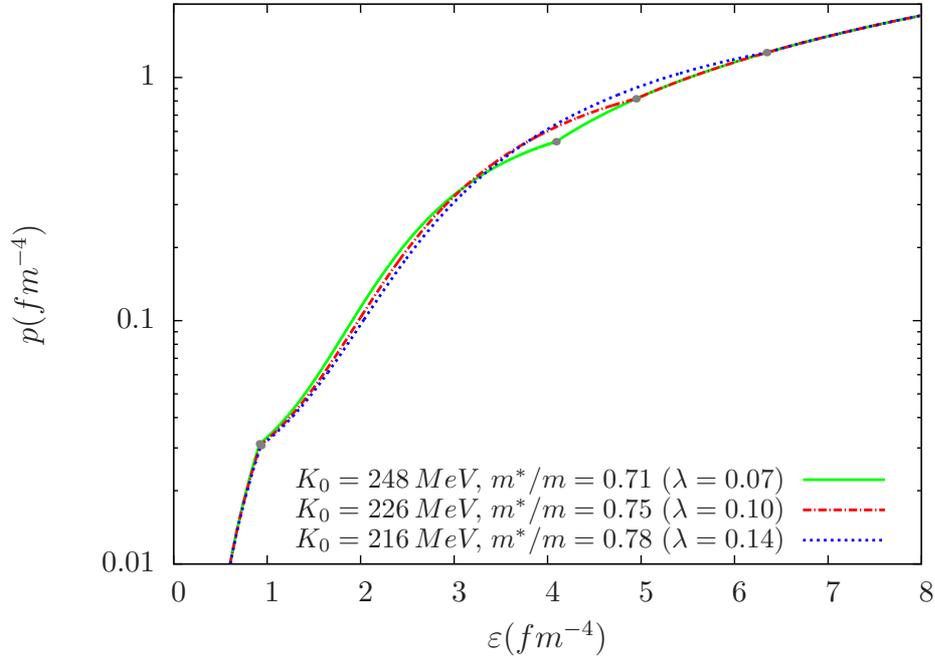


Figura 3.10: Influência do parâmetro ajustável na transição de fase no modelo Ajustável, com $HYS(4B)$, $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$.

Vamos, agora, analisar a influência dos parâmetros sobre a população de partículas, usando o modelo Ajustável para descrever a matéria de hádrons. A Figura 3.11 mostra a influência da constante de sacola B na população e na fase mista, que corresponde à região hachurada no gráfico. Para um valor de B baixo, a fase mista inicia-se em menores densidades, pois a densidade de energia da sacola será baixa. A influência do início da transição é decisiva para a população de partículas. Vemos na Figura 3.11a, com $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$, que o início da transição para baixas densidades inibe o limiar de criação de híperons, fazendo com que estes não populam a matéria. Já para $B^{1/4} = 190 \text{ MeV}$, como a transição se inicia apenas para altas densidades, a população de híperons está presente até mesmo antes do início da fase mista.

A influência da massa efetiva do núcleon e , consequentemente, da compressibilidade para o modelo Ajustável, é mostrada na Figura 3.12. A massa efetiva do núcleon tem por efeito tornar a fase mista maior, conforme já havia sido verificado pela análise da equação de estado. Uma fase mista maior permite que o limiar de criação de híperons seja alcançado antes que a fase puramente de quarks comece. Uma comparação pode ser feita através das Figuras 3.11b e 3.12a, que mostram a população para diferentes modelos de acoplamento.

Para o acoplamento $HYS(4A)$ a transição começa para densidades maiores, permitindo a presença de híperons antes mesmo do início da fase mista.

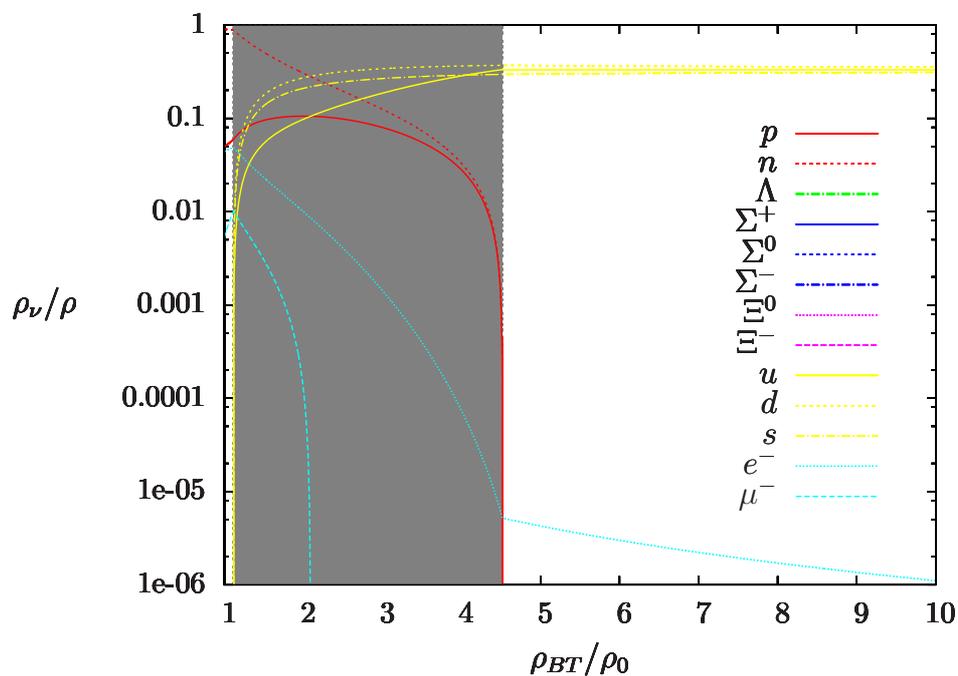
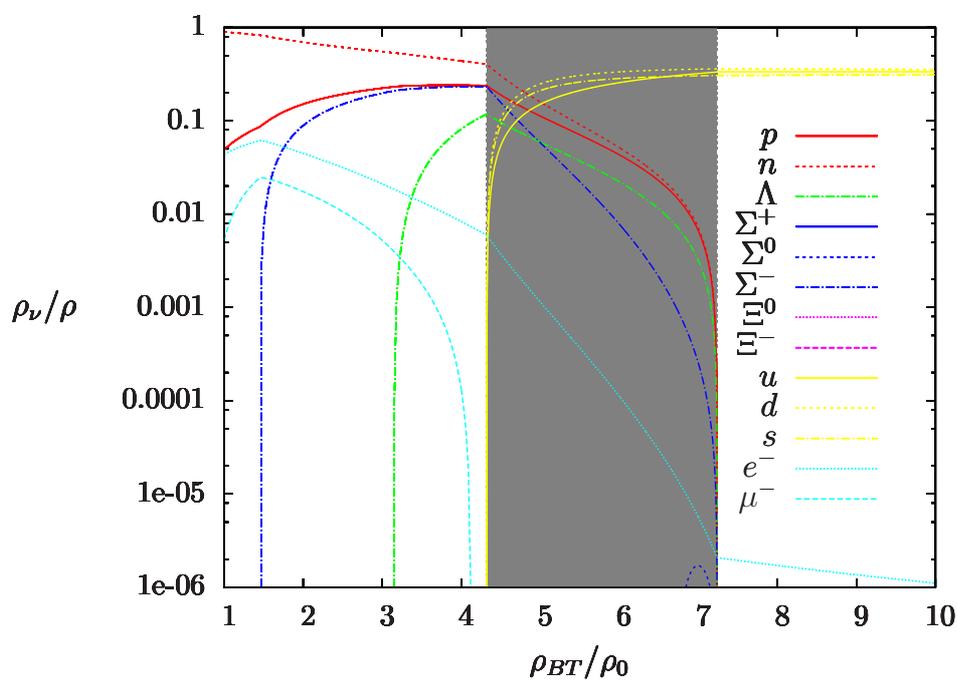
(a) $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$ (b) $B^{1/4} = 190 \text{ MeV}$

Figura 3.11: População relativa de partículas no modelo Ajustável com transição de desconfinamento, para diferentes valores da constante de sacola B , com $\lambda = 0.07$, $HYS(4A)$.

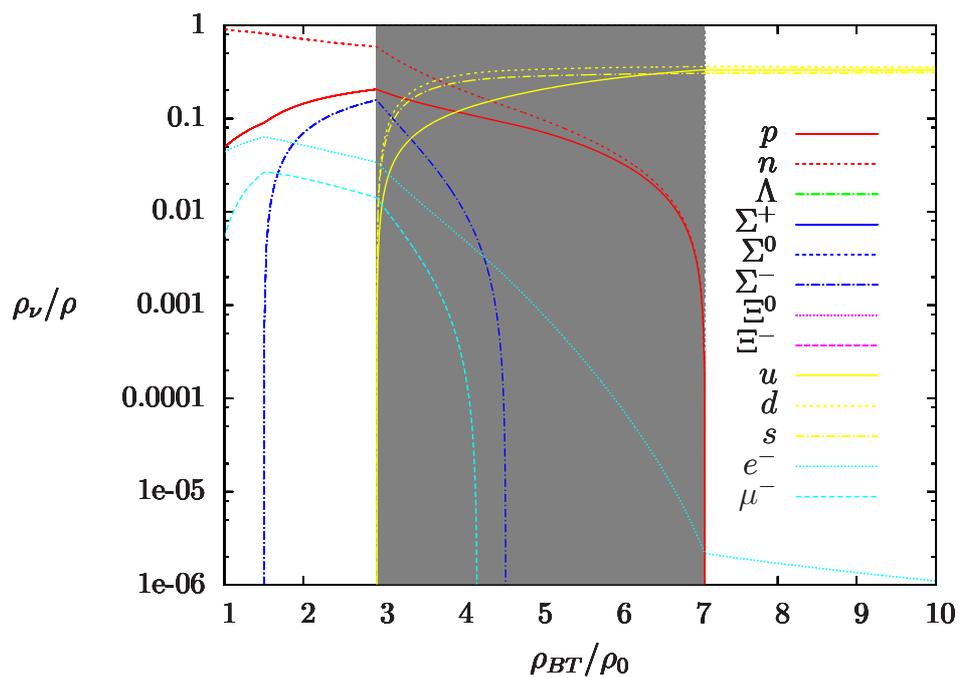
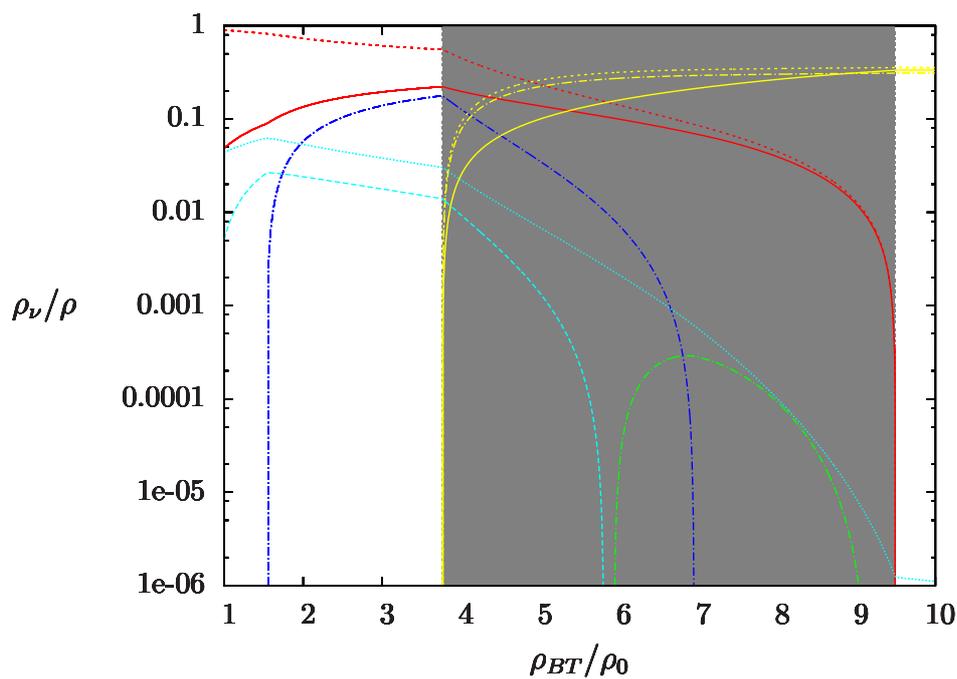
(a) $\lambda = 0.07$ (b) $\lambda = 0.14$

Figura 3.12: População relativa de partículas no modelo Ajustável com transição de desconfinamento, para diferentes valores do parâmetro λ , com $B^{1/4} = 190 \text{ MeV}$, $HYS(4B)$.

Vimos que para maiores valores da constante de sacola B a transição inicia para densidades maiores. Esse efeito no início da transição afeta fortemente a população de partículas, conforme mostra a Figura 3.13. Para valores baixas de B , a transição inicia para baixas densidades, inibindo o limiar de criação de híperons. Para esse caso, a fase mista conterà apenas núcleons, léptons e quarks e a distribuição de cargas em cada fase se reflete claramente no comportamento das partículas na fase mista, onde podemos notar o decaimento acentuado da fração de léptons conforme a fração de quarks aumenta. A população para uma constante de sacola de valor maior será muito mais rica pois o início tardio da transição de fase permite que o limiar de criação de híperons seja alcançado ainda na fase hadrônica. A fase mista contará com mais graus de liberdade bariônicos para manter a conservação de carga elétrica e número bariônico, tornando possível mesmo a formação de híperons ao longo da fase.

As Figuras 3.14 e 3.15 mostram separadamente o efeito de alargamento da fase mista até mais altas densidades quando uma massa efetiva do núcleon mais alta é considerada para o modelo de Boguta-Bodmer. Através da comparação das duas figuras, que são mostradas para diferentes valores de módulo de compressibilidade, podemos verificar uma fraca diminuição no tamanho da fase mista quando tomamos uma compressibilidade maior. A partir dessas figuras, conclui-se que nenhum efeito é verificado na população de partículas com relação a essas propriedades da matéria nuclear. Contudo, espera-se que se a fase mista se tornar muito grande, seja possível que o limiar de híperons seja alcançado.

Uma vez finalizada a análise da transição de fase hádron-quark dentro de um contexto geral, podemos agora aplicar essa equação de estado incluindo as fases hadrônica, mista e de quarks no cenário de estrelas compactas. Para tanto, devemos calcular o equilíbrio hidrostático de tal estrela no âmbito da relatividade geral, empregando as equações de estado referente a cada uma das fases, conforme será mostrado no próximo capítulo.

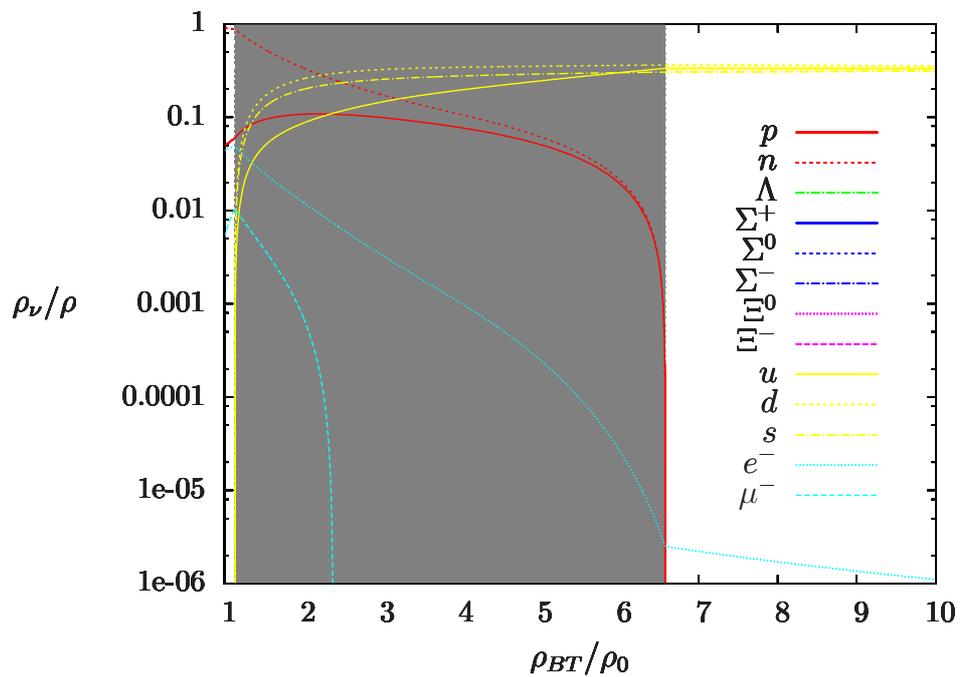
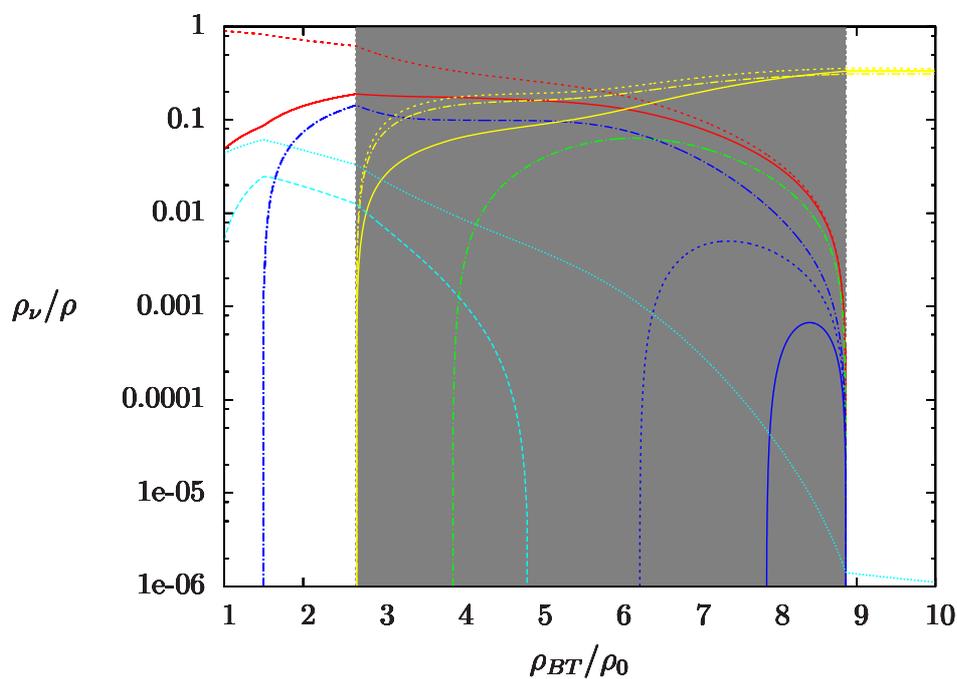
(a) $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$ (b) $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$

Figura 3.13: População relativa de partículas no modelo Ajustável com transição de desconfinamento, para diferentes valores da constante de sacola B , com $\lambda = 0.14$, $HYS(4A)$.

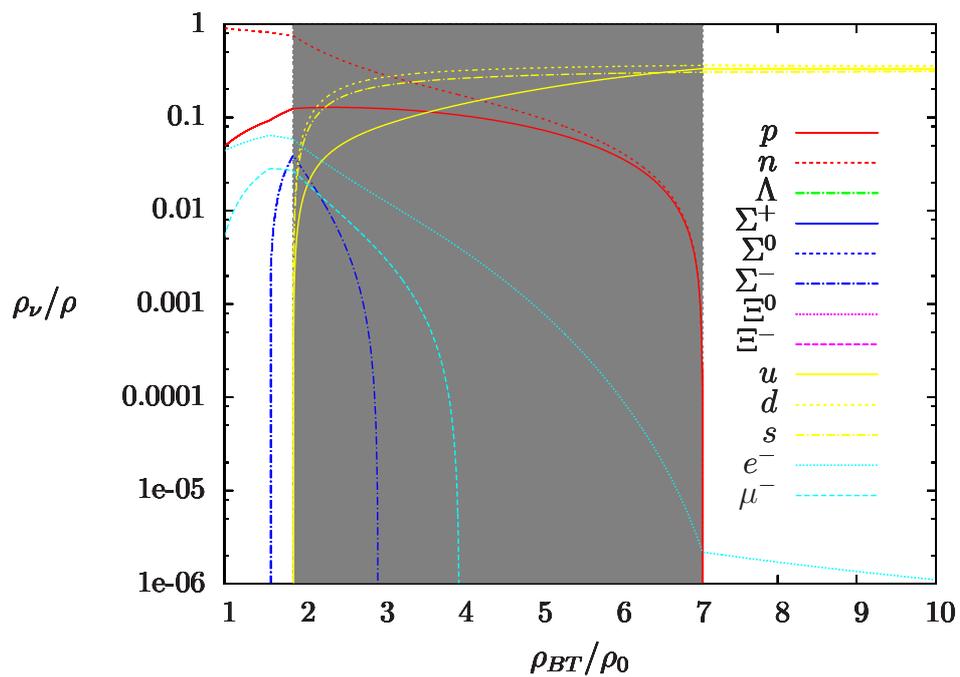
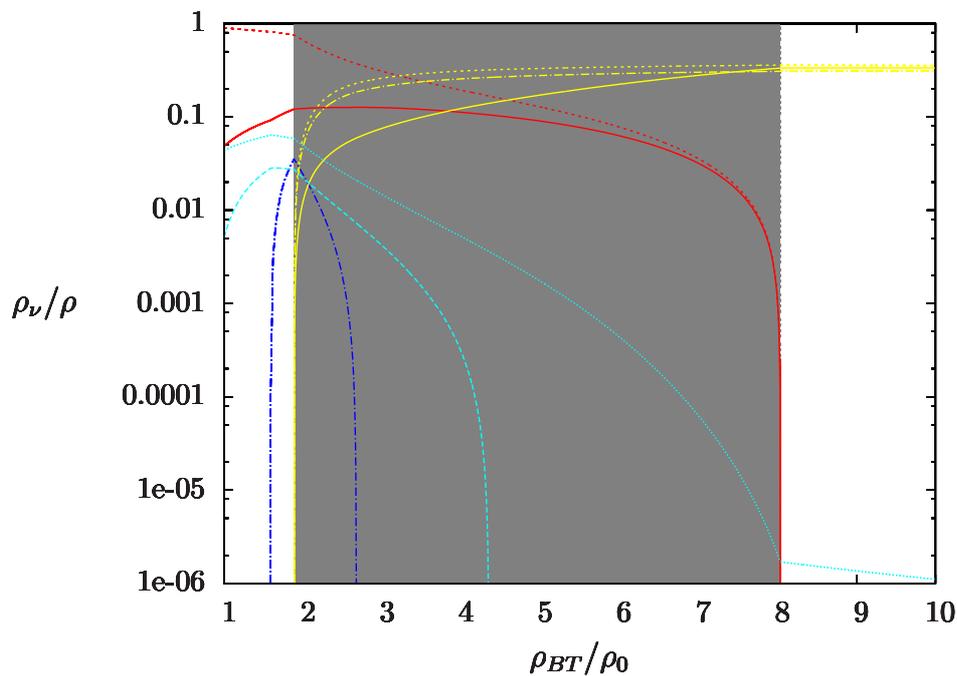
(a) $m^*/m = 0.75$.(b) $m^*/m = 0.78$.

Figura 3.14: População relativa de partículas no modelo de Boguta-Bodmer com transição de desconfinamento, para diferentes valores da massa efetiva, com $K_0 = 235 \text{ MeV}$, $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$, $HYS(4B)$.

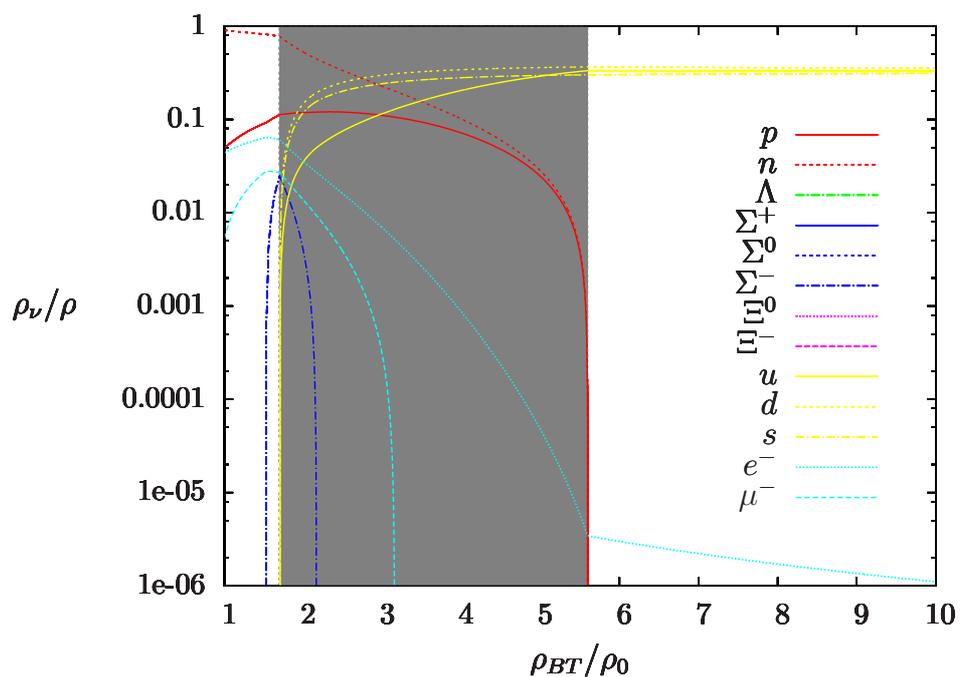
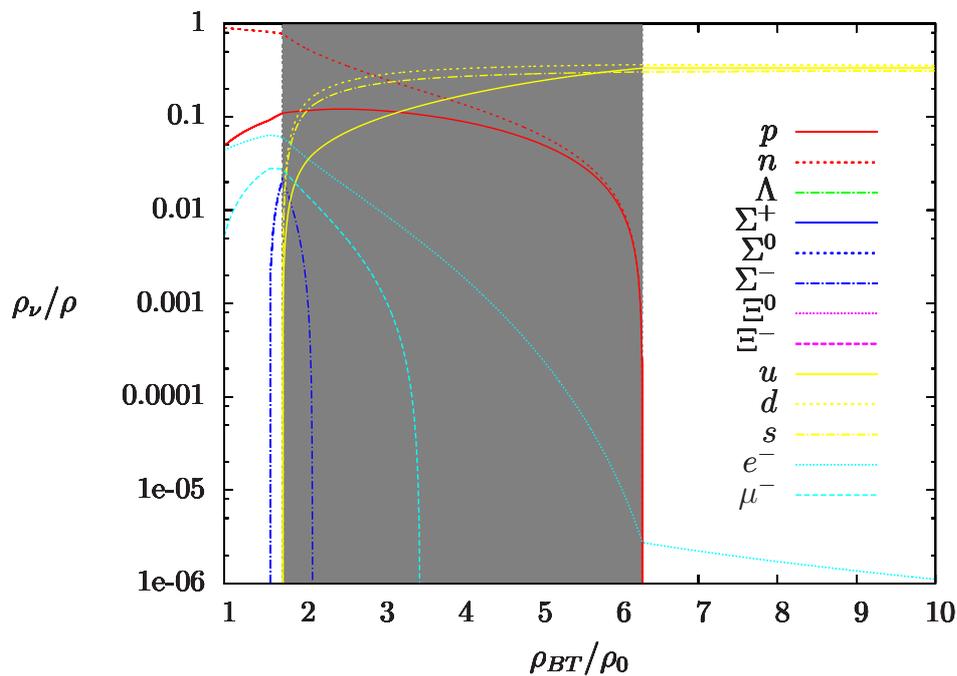
(a) $m^*/m = 0.70$.(b) $m^*/m = 0.75$.

Figura 3.15: População relativa de partículas no modelo de Boguta-Bodmer com transição de desconfinamento, para diferentes valores da massa efetiva, com $K_0 = 295 \text{ MeV}$, $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$, $HYS(4B)$.

Capítulo 4

Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são o estágio evolutivo final de estrelas de massas intermediárias, entre aproximadamente $8 M_{\odot} - 25 M_{\odot}$. Estudar esses objetos corresponde a testar alguns limites da física, pois tais corpos celestes experimentam densidades altíssimas, ainda maiores que as encontradas em núcleos atômicos, e apresentam uma série de fenômenos que até o momento atual não são totalmente entendidos. A área de estrelas compactas possui um caráter interdisciplinar muito vasto, pois relaciona a física nuclear e de partículas à astrofísica, relatividade geral, termodinâmica, eletromagnetismo e diversas outras áreas da física.

Dentre os vários tópicos em aberto nessa área, um dos principais corresponde à determinação da equação de estado da matéria nuclear. Como estrelas de nêutrons são objetos extremamente densos, é possível comparar teoria e observação de modo a se obter avanços com relação a esse tópico. Além da equação de estado da matéria nuclear, vimos no capítulo 3 que existem diferentes fases da matéria, até o momento não encontradas na natureza, que podem ser encontradas no interior desses objetos, tornando o estudo da transição de fase hádron-quark no âmbito estelar de grande importância para a determinação do diagrama de fases da QCD.

Nesse capítulo vamos utilizar as equações de estado obtidas nos capítulos anteriores para descrever a matéria no interior desses objetos e, assim, obter suas propriedades globais. Começamos o capítulo apresentando a evolução histórica do entendimento das estrelas de nêutrons, sob os pontos de vista teórico e observacional. A seguir, apresentamos suas características gerais baseadas em dados observacionais bem como em estimativas teóricas. Finalmente, apresentamos os tópicos principais da teoria de estrelas de nêutrons no que se refere a um estado de equilíbrio químico, elétrico e hidrostático, bem como condições de estabilidade. Nessa parte do trabalho, apresentamos as equações de equilíbrio hidrostático na Relatividade Geral, que prevêem a massa máxima que esses objetos podem possuir para uma dada equação de estado.

Através dessas equações podemos determinar a relação massa-raio desses objetos para diferentes composições químicas. Primeiramente, apresentamos os resultados para estrelas compostas por matéria hadrônica, com a presença de híperons em seu interior. A seguir, mostramos os resultados para uma estrela no qual ocorre o desconfinamento de quarks em seu interior, comparando as propriedades e estruturas internas dos dois casos: estrelas de híperons e estrela híbrida.

4.1 Histórico

O histórico das estrelas de nêutrons começou no início da década de 30, com a descoberta do nêutron, em 1932, por James Chadwick [87]. No mesmo ano, Lev Landau [88] antecipou a ideia de estrelas compostas pelos nêutrons descobertos por Chadwick propondo a existência de um objeto celeste extremamente compacto, onde os núcleos atômicos estariam tão próximos que praticamente formariam um núcleo atômico gigante. Diz-se que Landau antecipou tal idéia pois, apesar de seu artigo ter sido publicado em 1932, sua idéia de tais objetos já havia sido desenvolvida um ano antes.

Dois anos após a descoberta do nêutron, em 1934, Walter Baade e Fritz Zwicky conceberam a idéia de que as explosões de supernovas eram a transição de uma estrela comum para um objeto extremamente compacto composto por nêutrons [89]. Ainda em 1934, Baade e Zwicky publicaram mais hipóteses acerca dessas estrelas de nêutrons, apontando que estas deveriam ser objetos com densidades extremamente altas, podendo em alguns casos exceder a densidade da matéria nuclear e que seu raio deveria ser muito pequeno, sendo objetos de difícil detecção .

Em 1939, Richard Chase Tolman [90] e Julius Robert Oppenheimer & George Michael Volkoff [91], derivaram independentemente as equações que descrevem o equilíbrio hidrostático de uma estrela esfericamente simétrica no âmbito da relatividade geral. Os efeitos da relatividade geral para a determinação das propriedades globais de estrelas de nêutrons são extremamente importantes devido à altíssima gravidade presente nesses objetos.

As equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, ou simplesmente TOV, determinam a massa máxima que uma estrela estável e estática pode ter dada uma equação de estado que descreva a matéria em seu interior. A partir de uma equação de estado extremamente simplificada, foi obtido o *limite de massa de Oppenheimer-Volkoff*, $M_{máx} \sim 0.71 M_{\odot}$, pelos mesmos, que era menor que o limite de massa obtido por Chandrasekhar¹ [92]. Apesar da

¹O limite de massa de Chandrasekhar corresponde à maior massa que um gás de elétrons degenerados

obtenção de um valor incorreto para a massa máxima de estrelas de nêutrons, essa estimativa evidenciou a necessidade de uma equação de estado adequada para modelar esses objetos.

Houve um decréscimo na produção científica referente à estrelas de nêutrons nos anos que seguiram até a década de 60 devido à segunda guerra mundial. A partir dessa época, surgiram diversos estudos teóricos que buscavam por uma equação de estado na matéria nuclear à altas densidades, ou seja, uma equação de estado para as estrelas de nêutrons. Nesse período a física nuclear já estava mais desenvolvida e, dentre essas propostas teóricas, encontrava-se a inclusão de forças nucleares de interação entre núcleons e a consideração de outras partículas como léptons e híperons [93,94] na estrutura dessas estrelas. Ainda, em 1969, foi proposta a hipótese da presença de caroços de quarks no interior desses objetos por Ivanenko e Kurdgelaidze [95,96]. Além de esforços na busca da equação de estado da matéria nuclear, desenvolvimentos teóricos referentes à supercondutividade da matéria nuclear e à processos de resfriamento de estrelas de nêutrons através da emissão de neutrinos também foram feitos nesse período [5].

Ainda na década de 60, começam os esforços observacionais buscando a detecção de estrelas de nêutrons como fontes de raios-X. Em 1962, Giacconi descobre a primeira fonte de raios-X não solar, no que se seguiu a descoberta de várias outras fontes. Em 1964, é medido o tamanho da fonte de raios-X na Nebulosa do Caranguejo, apresentando um tamanho muito maior do que as previsões para um raio de estrelas de nêutrons.

Kardashev [97] e Pacini [98] chegaram a propor, separadamente, que as estrelas de nêutrons fossem o resultado do colapso de uma estrela magnetizada em rotação, cuja aparência deveria ser de uma nebulosa, fazendo com que a fonte na Nebulosa do Caranguejo fosse interpretada como uma estrela de nêutrons. Apesar dessas propostas de interpretação das nebulosas, as observações de fontes de raios-X não foram o suficiente para se estabelecer uma ideia clara sobre a natureza do objeto central.

A descoberta do primeiro pulsar ocorreu em 1967, e veio de uma fonte que não era esperada como sendo uma estrela de nêutrons. Em 1965, a equipe de A. Hewish começou a construção do radiotelescópio de resposta rápida, em Cambridge, que tinha como objetivo separar oscilações do ruído nos sinais de rádio. Dois anos depois, a aluna de pós-graduação de Hewish, Jocelyn Bell, detectou uma fonte de rádio cujo sinal era variável e periódico. O período dessa fonte era extremamente preciso, de um pulso a cada 1.337 s e, após muitas especulações acerca da natureza da fonte, o grupo de Hewish sugeriu que a fonte de rádio era uma anã branca ou estrela de nêutrons oscilante [99].

A natureza da fonte dos pulsares, estrelas de nêutrons ou anãs brancas, veio da de-

relativísticos pode suportar, sendo calculado como $1.44 M_{\odot}$.

tecção do período do pulsar na Nebulosa do Caranguejo, $P = 33\text{ ms}$, que não poderia ser sustentado por uma anã branca. Assim, em 1969, Gold [100] propõe a explicação de que pulsares são estrelas de nêutrons altamente magnetizadas e em rotação. Essa interpretação dos pulsares foi corroborada por diferentes autores [101–103] e permanece como a mais aceita na atualidade.

Nas últimas décadas foram descobertos pulsares em sistemas binários e pulsares de períodos de milissegundos (de $1 - 10\text{ ms}$). Atualmente (2011), telescópios espaciais como o *Hubble Space Telescope* (HST) continuam a busca por mais pulsares, existindo cerca de 1800 catalogados [104]. A descoberta de grande importância mais recente foi a medida de massa do pulsar PSR J1614–2230, obtida em 2010 por Paul Demorest *et al.* [105], que mostrou que esse objeto possui uma massa de $1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$, o que pode trazer importantes implicações no entendimento da estrutura interna desses objetos.

4.2 Características Gerais

Estrelas passam a maior parte de seu período evolutivo queimando hidrogênio em hélio em seu núcleo, enquanto estão na sequência principal do diagrama Hertzsprung-Russel [1]. Conforme o combustível nuclear referente a um determinado elemento é esgotado, a estrela passa a queimar elementos cada vez mais pesados até o ferro em seu núcleo, continuando a queima dos elementos mais leves em suas camadas externas.

Quando cessa o combustível nuclear, a estrela evoluirá para seu estágio final, que corresponde a um objeto compacto. Existem três possibilidades de evolução final para uma estrela e o principal fator determinante é a massa inicial [1]:

1. **Estrelas de baixa massa** (entre aproximadamente $0.08 - 10 M_{\odot}$): a estrela ejeta seu envelope de hidrogênio, formando uma *nebulosa planetária*, deixando como remanescente que será uma anã branca. Essa etapa evolutiva corresponde ao estágio final de cerca de 98% das estrelas;
2. **Estrelas de massa intermediária** (entre aproximadamente $10 - 25 M_{\odot}$): a estrela explode em um evento de supernova, deixando como remanescente uma estrela de nêutrons;
3. **Estrelas de alta massa** (entre aproximadamente $25 - 100 M_{\odot}$): a estrela também explode em um evento de supernova, deixando um buraco negro como remanescente.

O remanescente de uma supernova será um objeto extremamente quente, denominado *protoestrela de nêutrons*, que rapidamente resfria através da emissão de fótons da sua superfície e neutrinos de seu interior [5]. A temperatura típica de uma protoestrela de nêutrons

é de cerca de $10^{10} K$ e seu período de existência, no qual os neutrinos encontram-se presos em seu interior, é de $10 - 20 s$. A presença de neutrinos e efeitos de temperatura faz com que a estrutura desses objetos seja distinta de uma estrela de nêutrons, cuja temperatura será da ordem de $10^6 K$ [106].

Após o resfriamento, o objeto resultante dessa formação será um pulsar que, como vimos, corresponde a um objeto altamente magnetizado em rotação. Quando esses objetos são formados, eles possuem velocidades angulares altíssimas e campos magnéticos extremamente intensos. Tais propriedades são resultados da conservação de momentum angular e fluxo magnético durante o colapso da estrela progenitora, conforme $R^2\Omega = cte$ e $R^2B = cte$, onde Ω corresponde à velocidade angular de rotação e B à intensidade do campo magnético.

Os pulsos observados decorrem da diferença de inclinação entre o eixo de rotação e o eixo magnético dos pulsares. A emissão de radiação eletromagnética desses objetos ocorre na direção de seus pólos magnéticos e, se esse jato é projetado sobre Terra durante a rotação do pulsar, este será percebido como um sinal periódico. A Figura 4.1 ilustra um pulsar com seus eixos de rotação e magnético [107].

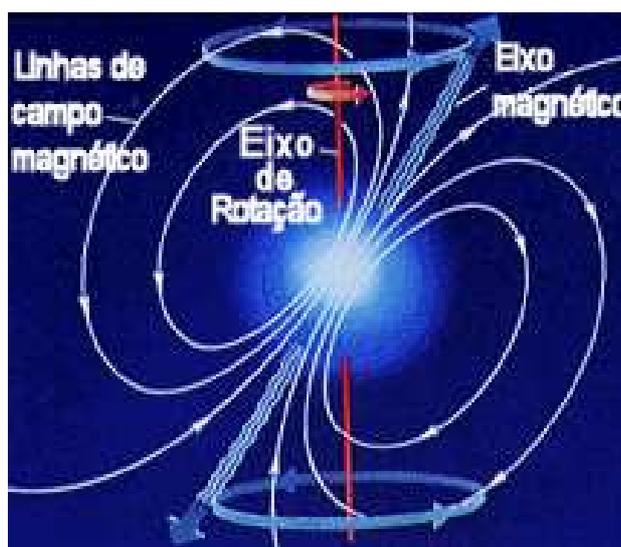


Figura 4.1: Ilustração de um pulsar.

Atualmente, existem cerca de 2000 estrelas de nêutrons catalogadas na Via Láctea, sendo a maioria detectada como rádio pulsares [108]. A maioria dessas estrelas encontra-se em maior número dentro do disco da Via Láctea. Estima-se que nasce uma estrela de nêutrons na Via Láctea a cada período entre 30 e 100 anos. Essa estimativa, juntamente com outros dados referentes a pulsares, sugere que a população desses objetos seja de aproximadamente 100 mil na nossa galáxia, dependendo do modelo de formação de galáxias empregado [109].

4.2.1 Algumas Estimativas

Uma típica estrela de nêutrons possui uma massa de cerca de $1.4 M_{\odot}$ e um raio de cerca de 10 km . A partir dessas quantidades, podemos estimar a densidade média desses objetos como sendo da ordem de $\bar{\rho} \simeq 7 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, que corresponde a cerca de três vezes a densidade da matéria presente em núcleos atômicos.

Como esses objetos são extremamente densos, é possível questionar se a matéria em seu interior encontra-se degenerada. Diz-se que a matéria em um sistema é degenerada quando todos os níveis de energia de Fermi do sistema estão ocupados. A matéria degenerada possui uma equação de estado que independe da temperatura e, para testarmos se os nêutrons são degenerados no interior dessas estrelas, basta compararmos sua energia de Fermi, à temperatura nula, com a energia térmica da estrela de nêutrons.

A energia de Fermi de uma partícula de massa m , para temperatura nula, em um meio de densidade ρ é dada por²:

$$E_F(T = 0) = \left(\frac{h^2}{8m} \right) \left(\frac{3\rho}{m\pi} \right)^{2/3} \quad (4.1)$$

onde h é a constante de Planck e a massa do nêutron $m_n = 1.675 \times 10^{-24} \text{ g}$. Considerando uma estrela de nêutrons de densidade média de $\rho = 7 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, temos que a energia de Fermi será da ordem de $E_F \sim 10^{-4} \text{ erg} \sim 60 \text{ MeV}$.

A temperatura de estrelas de nêutrons é da ordem de $10^6 - 10^7 \text{ K}$ e podemos estimar a ordem sua energia térmica por $E_T \sim k_B T$, para uma escala de temperatura de 10^6 K como sendo $E_T \sim 10^{-10} \text{ erg} \sim 6 \times 10^{-5} \text{ MeV}$. Assim, como a energia de Fermi dos nêutrons é muito maior que a energia térmica da estrela, podemos concluir que os nêutrons encontram-se degenerados no interior desses objetos e a aproximação de temperatura nula é perfeitamente aceitável na descrição de estrelas de nêutrons. Outra consequência importante desse resultado é que será a pressão de degenerescência dos nêutrons que suportará o colapso gravitacional dessas estrelas.

Uma vez que sabemos que esses objetos possuem uma gravidade extremamente alta, outra questão que pode ser levantada é qual deve ser sua velocidade de escape. A velocidade de escape de um objeto corresponde à velocidade que uma partícula em sua superfície ter para escapar da gravidade do objeto:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \quad (4.2)$$

Calculando essa velocidade para uma estrela de nêutrons de $M = 1.4 M_{\odot}$ e um raio

²Para consultar unidades e constantes físicas, ver Apêndice A.

$R = 10 \text{ km}$, temos que $v_{esc} \sim 190\,000 \text{ km/s}$.

Em termos de comparação, podemos também fazer uma aproximação da velocidade média dos nêutrons no interior dessas estrelas. Assumindo que os nêutrons estão distribuídos uniformemente dentro da estrela, em uma distribuição esférica, podemos estimar a distância média entre essas partículas através da expressão do *raio de Wigner–Seitz* [110]:

$$\Delta x = \left(\frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{1/3} \quad (4.3)$$

Através do princípio da incerteza, $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, determinamos Δp e, considerando o caso não-relativístico, estimamos a velocidade dos nêutrons como:

$$\bar{v}_n = \Delta p / m_n \quad (4.4)$$

Obtemos que a velocidade média dos nêutrons em uma estrela de nêutrons será $\bar{v}_n \simeq 38\,000 \text{ km/s}$, que apesar de ser uma velocidade extremamente alta, é muito menor que a velocidade de escape dessa estrela.

4.2.2 Propriedades Observacionais

Estrelas de nêutrons possuem temperaturas efetivas superficiais entre cerca de $500 \text{ mil} - 150 \text{ milhões}$ de *kelvin* e luminosidades, quando isoladas, mais baixas que a do Sol, entre $L \sim 10^{31} - 10^{32} \text{ erg.s}^{-1}$. Suas temperaturas são extremamente altas mesmo em comparação com as estrelas mais quentes e sua magnitude no visível muito mais fraca que uma anã branca. Em geral, o espectro de emissão desses objetos possui não apenas a contribuição térmica, mas também de ondas de rádio e raios-X.

O tamanho angular de estrelas de nêutrons e, portanto, sua medida de raio, é obtido através do fluxo de energia observado desses objetos e de modelos atmosféricos que determinam sua temperatura a partir de seu espectro. A determinação do raio a partir da temperatura efetiva desses objetos possui uma incerteza muito grande associada às diversas contribuições não-térmicas do espectro. A medida de raio mais precisa que existe atualmente é da estrela de nêutrons RXJ1856-3754, sem emissão de rádio, que possui um espectro medido puramente de corpo negro e um raio de $16.8_{-1.4}^{+1.1} \text{ km}$ [111].

A distribuição de massa desses objetos e, conseqüentemente, sua massa máxima, é um tópico extremamente importante na física de estrelas compactas e que nos últimos anos vem desenvolvendo grandes avanços. Existem diversas fontes de incertezas observacionais nas medidas de massa de estrelas de nêutrons³ e, até o momento, a compilação dos resultados

³As massas de pulsares medidas atualmente são advindas de sistemas binários. Um exemplo de incerteza

para a maioria pulsares que possuem medidas de massa mostra um intervalo de massas entre $1 - 3 M_{\odot}$ ⁴, conforme é mostrado na Figura 4.2 [113,114].

Estudos recentes sobre a distribuição de massa de estrelas de nêutrons, mostram que é possível que essa distribuição seja bimodal, ou seja, que apresente dois picos de massa [115]. Em 2011, R.Valentim, E. Rangel e J.E. Horvath [116] mostraram que os picos dessas distribuição devem estar entre $1.01 < M/M_{\odot} < 1.34$, para o limite de baixa massa, e $1.43 < M/M_{\odot} < 1.64$ para o limite de alta massa.

Como mencionado acima, pulsares originam-se com rotação extremamente rápida. Justamente devido à sua alta rotação, pulsares tendem a perder energia por radiação, aumentando seu período [2]. Medidas recentes de períodos de pulsares indicam que existem duas classes para esses objetos: os pulsares de rotação rápida (pulsares de milissegundos) e de rotação lenta. Contudo, os períodos típicos desses objetos são de $0.25 - 2 s$, mostrando que os pulsares de milissegundos são menos comuns [117]. O pulsares de maior e menor período medidos até o momento são o pulsar PSR J1748-2446ad, com período de $1.39 ms$ e o pulsar PSR 1845-19, de período $4.308 s$, respectivamente.

A intensidade dos campos magnéticos superficiais em pulsares é da ordem de $10^{11} - 10^{13} G$ [118]. Outras medidas de pulsares mostram que alguns desses objetos podem possuir campos magnéticos ainda mais intensos, da ordem de $\sim 10^{15} G$. Estes objetos, denominados *magnetares*, podem ser os responsáveis por diversos fenômenos observacionais que ainda não possuem uma explicação clara como, por exemplo, o fenômeno de *soft gamma-repeaters* [5]⁵. Diversos estudos teóricos acerca de desses objetos buscam compreender sua formação e como a matéria deve se comportar em seu interior [119,120].

para esses sistemas é a medida da distância entre os objetos, que é necessária para o cálculo da massa.

⁴Estima-se que o limite de massa máxima que uma estrela de nêutrons pode ter é cerca de $3.2M_{\odot}$, pois a partir desse limite a força repulsiva entre nêutrons não será capaz de suportar gravidade, e a estrela e implode em um buraco negro [112]

⁵O fenômeno consiste em pequenas explosões de raios gama com frequência irregular.

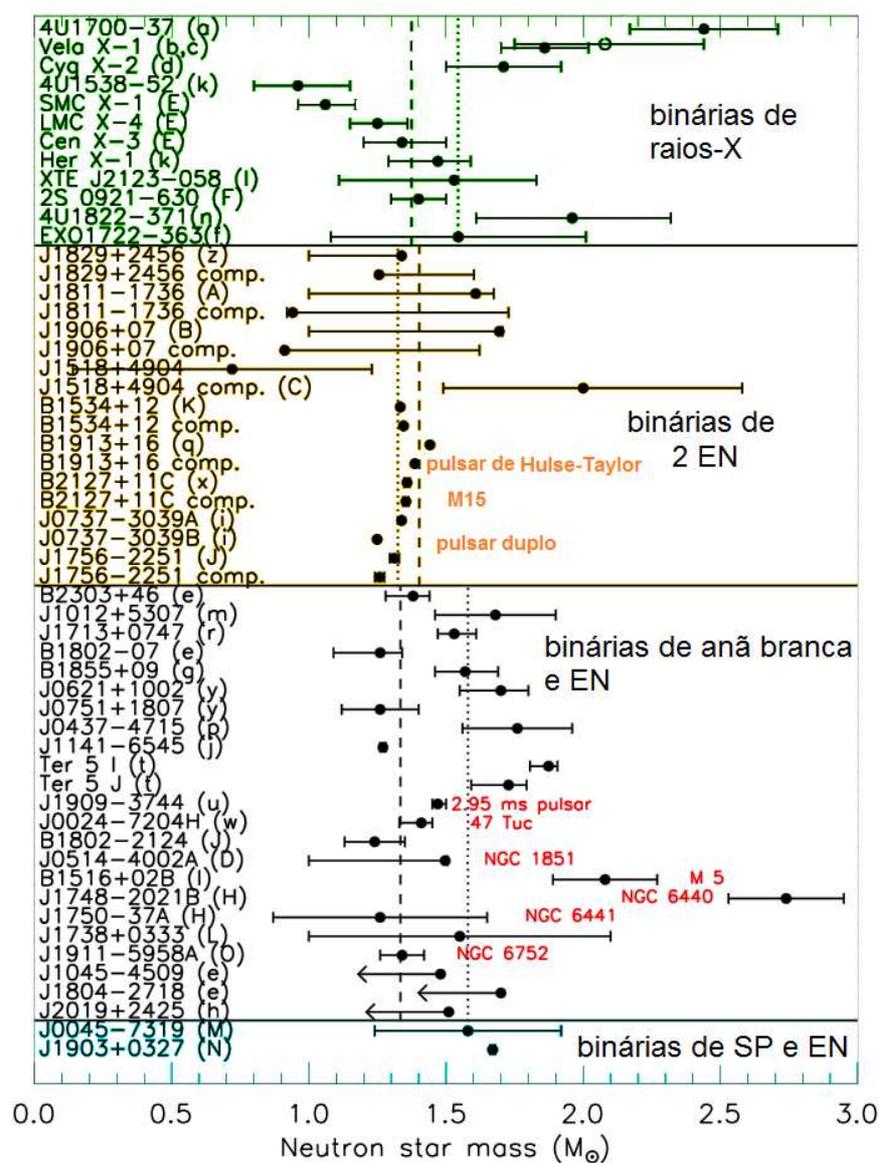


Figura 4.2: Distribuição de massas de estrelas de nêutrons. A figura apresenta uma coletânea de dados observacionais referentes à estrelas de nêutrons em diferentes tipos de sistemas binários. As letras em parêntesis que acompanham os nomes das estrelas são referentes à diferentes publicações de resultados observacionais (a lista completa de referências encontra-se em <http://stellarcollapse.org/nsmasses>). As linhas verticais pontilhadas indicam a massa média para cada tipo de estrelas do diagrama, e as linhas tracejadas indicam as médias ponderadas das massas.

4.3 Teoria de Estrelas de Nêutrons

Vimos as principais características de estrelas de nêutrons na seção anterior. Queremos agora, obter essas características a partir de modelos teóricos cuja equação de estado

da matéria em seu interior é dada pelos modelos que vimos nos capítulos anteriores. Para tanto, vamos a seguir especificar as possíveis estruturas internas que esses objetos podem ter, bem como estabelecer a expressão para o equilíbrio hidrostático que deve ser obedecida pela equação de estado.

4.3.1 Estrutura Interna

Mostramos na seção anterior que os nêutrons são degenerados no interior de estrelas de nêutrons. Da mesma forma, também podemos mostrar que os elétrons também serão. Essa característica é importante no processo de “neutronização” da estrela, no qual os elétrons degenerados induzem o decaimento β inverso, colidindo com um próton e formando um nêutron e um neutrino do elétron. Poder-se-ia esperar que houvesse um subsequente decaimento β , fazendo que o nêutron decaísse em um elétron, um próton e um anti-neutrino do elétron. As expressões para o decaimento β inverso e o decaimento β são mostradas abaixo:

$$e^- + p \longrightarrow n + \nu_e, \quad n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \quad (4.5)$$

Contudo, como os elétrons gerados nessa reação devem possuir energia menor que a dos elétrons originais, o processo não poderá ocorrer pois todos os níveis de energia estarão ocupados. Dessa forma, prótons serão convertidos em nêutrons em núcleos que possuem uma repulsão coulombiana menor, tornando a formação de núcleos mais pesados possível [1].

Os núcleos de ^{56}Fe e ^{58}Ni serão os mais estáveis até densidades $\rho \simeq 4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$. Acima dessas densidades, ocorre o fenômeno de *neutron drip* [121], no qual os nêutrons escapam dos núcleos, passando a ser livres e em equilíbrio com os elétrons e núcleos atômicos no interior da estrela. Para densidades ainda maiores, os núcleos unem-se formando um gás de prótons, elétrons e nêutrons. Quando a densidade é da ordem de $\rho \sim 10^{15} \text{ g/cm}^3$, é mais energeticamente favorável para o sistema que surjam partículas como píons, múons e híperons, bem como condensados mesônicos [3]. Finalmente, para densidades superiores, o desconfinamento dos quarks torna-se possível, bem como a existência de uma fase de quarks superfluida [67].

Devido às várias possíveis estruturas internas que uma “estrela de nêutrons” pode ter, existe uma nomenclatura na área para especificar o modelo de estrela que está sendo levado em conta. Essa nomenclatura pode ser identificada na Figura 4.3 [122]:

Vimos no capítulo 3 as diferentes fases da QCD e agora, através de uma análise das possíveis estruturas internas presentes em estrelas de nêutrons, identificamos que muitas dessas fases podem ser constituintes desses objetos. Esse aspecto evidencia mais uma vez a

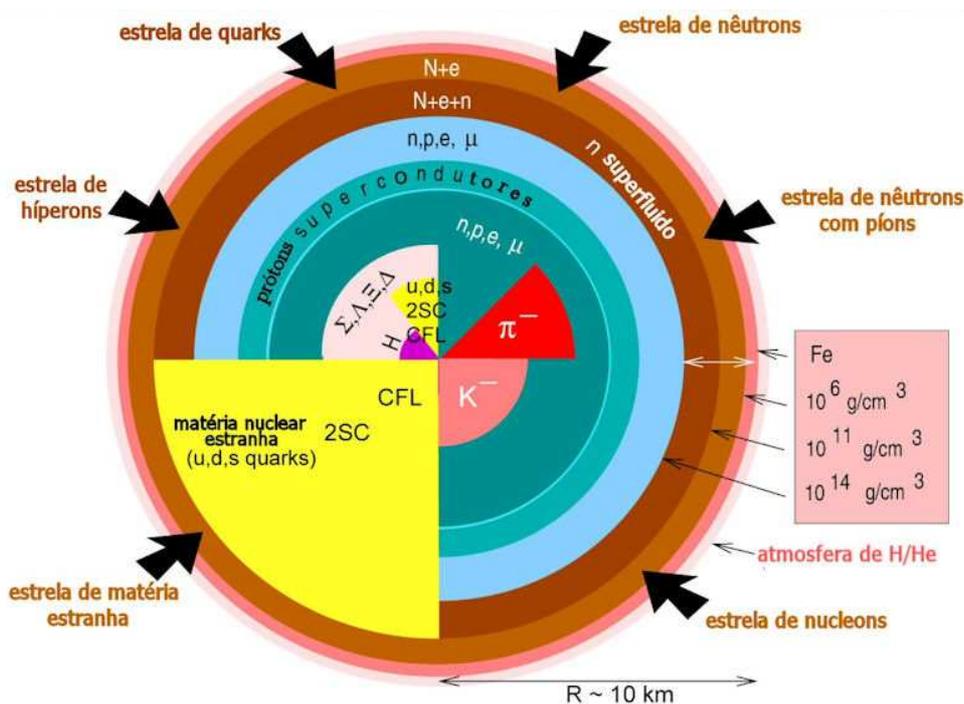


Figura 4.3: Esquema das possíveis estruturas internas para uma estrela de nêutrons.

interdisciplinaridade da área e a importância do estudo da composição desses objetos.

4.3.2 Equilíbrio Hidrostático e Estabilidade

Todas estrelas devem respeitar leis de equilíbrio para que possam manter sua estrutura. No interior de estrelas de nêutrons devem ser estabelecidas relações de equilíbrio de carga, equilíbrio químico e equilíbrio hidrostático. As duas primeiras relações de equilíbrio são impostas a partir da equação de estado dos modelos empregados, conforme vimos nos capítulos anteriores.

Resta-nos, portanto, estabelecer a relação de equilíbrio entre gravidade e pressão no interior da estrela. Estrelas de nêutrons são corpos cujo campo gravitacional é intenso, fazendo com que o espaço-tempo seja distorcido em seu interior e ao seu redor. Sendo assim, a relação de equilíbrio deve ser estabelecida no âmbito da relatividade geral.

A equação de equilíbrio hidrostático na relatividade geral é deduzida a partir das equações de campo de Einstein, que são equações que relacionam a geometria do espaço-tempo ao tensor energia-momentum da matéria, cujo movimento é ditado pela geometria. Contudo, para qualquer estrela de nêutrons, a mudança da curvatura ao longo da escala de distância da interação entre as partículas é desprezível [4]. Assim, podemos descrever a matéria em seu interior através do tensor energia-momentum de um fluido ideal, já que em qualquer ponto da estrela de nêutrons pode ser descrito por um espaço-tempo localmente

plano.

Logo, para uma distribuição de matéria relativística, composta por um fluido ideal esfericamente simétrico e estático, as equações que regem o equilíbrio hidrostático serão:

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{\varepsilon(r)M(r)}{r^2} \left[1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right] \left[1 - \frac{2M(r)}{r} \right]^{-1} \quad (4.6)$$

$$M(r) = \int_0^r 4\pi (r')^2 \varepsilon(r') dr' \quad (4.7)$$

onde $p(r)$, $\varepsilon(r)$ e $M(r)$ correspondem à pressão, densidade de energia e massa em uma camada da estrela, respectivamente.

As equações acima foram deduzidas independentemente por Tolman [90] e por Oppenheimer e Volkoff [91], em 1939, e são comumente referidas simplesmente por TOV. A primeira expressão representa o balanceamento entre a força de pressão e a força gravitacional na estrela. Os termos entre colchetes à direita da equação representam correções relativísticas da expressão para o equilíbrio hidrostático newtoniano. Identificamos a presença da pressão nos termos de correção, mostrando que para o caso relativístico a pressão contribui para a atração gravitacional e, conseqüentemente, para a deformação do espaço tempo.

A segunda equação determina a *massa gravitacional* da estrela em função de seu raio e densidade de energia. Esta massa é calculada tomando $r = R$ e $M(R) = M$ na expressão, correspondendo à massa que um observador distante mede por efeitos gravitacionais.

Podemos identificar uma singularidade na equação de equilíbrio hidrostático para um raio de valor $r = 2M$. Esse raio corresponderá ao *raio de Schwarzschild* da estrela, ou seja, o raio mínimo que a estrela pode ter, de modo que a pressão seja capaz de suportar a gravidade e evitar o colapso.

Para resolver a equação de equilíbrio hidrostático, devemos definir a equação de estado que será usada para descrever a matéria no interior da estrela. Essa equação será proveniente dos modelos para matéria de hádrons ou quarks, que foram obtidas nos capítulos anteriores. Aqui, novamente devemos ressaltar a questão já abordada acima de estarmos fazendo um transporte da relatividade restrita para a relatividade geral, dado que as equações de estado são obtidas a partir de um tensor energia-momentum de um fluido ideal no espaço-tempo plano e as equações TOV são obtidas na relatividade geral.

Uma vez incluída a equação de estado na equação, é preciso definir as condições iniciais para efetuar o cálculo numérico. A partir de uma densidade de energia central $\varepsilon(r = 0) = \varepsilon_c$, e para uma massa central nula $M(r = 0) = 0$, obtemos o gradiente de pressão e, conseqüentemente o próximo valor de $\varepsilon(r)$. Esse procedimento deve ser repetido até que a pressão seja nula, para um raio que corresponderá ao raio da estrela, $p(r = R) = 0$.

Resolvendo a TOV para diferentes valores de densidade de energia central ε_c , obtemos a família de estrelas possíveis para a dada equação de estado, que é comumente ilustrada através de um diagrama de massa em função do raio. A partir das relações massa-raio para um determinado modelo, é possível estabelecer a massa e o raio máximos permitidos pela sua equação de estado.

Um caso interessante que possui solução exata é o de uma estrela hipotética com matéria incompressível, ou seja, de densidade constante. Para esse caso, a solução das equações TOV levam a uma relação massa-raio [123]:

$$\frac{2M}{R} = 1 - \left(\frac{p_c + \varepsilon_0}{3p_c + \varepsilon_0} \right)^2 \quad (4.8)$$

onde p_c é a pressão central e ε_0 é a densidade de energia.

Como a densidade é constante, uma maior massa implica um maior raio e maior pressão central. Assim, se tomamos a maior massa possível para essa estrela, sua pressão será tão grande que a densidade de energia torna-se desprezível e temos:

$$\frac{2M}{R} < \frac{8}{9}. \quad (4.9)$$

Dessa relação, podemos identificar o raio de Schwarzschild $R_S = 2M$, que leva à condição $R > (9/8) R_S$, que determina o menor raio estável que essa estrela pode ter como sendo apenas um pouco maior que o raio de Schwarzschild. Esse resultado é provado como válido para qualquer estrela estática, conforme é mostrado na Referência [123].

Contudo, apenas estabelecer o equilíbrio hidrostático para a estrela não assegura sua estabilidade. Resta-nos, agora, determinar uma condição para que a estabilidade seja mantida. Para tanto, podemos analisar os casos em que as estrelas são retiradas do equilíbrio e verificarmos se este pode ser restaurado:

- Se uma estrela de massa M e densidade central ε_c é comprimida, sua densidade central aumenta para um valor ε'_c . Para que o equilíbrio seja restaurado, sem que a massa da estrela mude, a pressão na nova configuração deve ser mais intensa que a gravidade, fazendo com que a estrela se expanda e retorne a seu estado inicial. Isso só ocorrerá se a massa M' que a estrela teria na nova configuração se estivesse em equilíbrio for maior que a massa inicial M .
- Se uma estrela de massa M e densidade central ε_c sofre uma expansão, diminui sua densidade central para um valor ε'_c . Neste caso, a gravidade da estrela deve vencer a pressão, fazendo com que a estrela contraia e o equilíbrio seja restaurado. Para que a contração ocorra, é preciso que a massa M' que a estrela teria na nova configuração se estivesse em equilíbrio seja menor que a massa inicial M .

Desses dois casos, podemos concluir que, para que o equilíbrio seja restaurado, é necessário que:

$$\frac{dM(\varepsilon_c)}{d\varepsilon_c} > 0. \quad (4.10)$$

Essa é uma condição necessária, porém, não suficiente para que a estabilidade de estrelas seja estabelecida, principalmente quando existem pulsações envolvidas. Para mais detalhes sobre estabilidade, consultar as Referências [2, 5].

A Figura 4.4 [5] mostra as regiões de estabilidade para estrelas compactas. Dessa figura podemos verificar que para um mesmo modelo pode haver mais de uma solução. Porém, conforme vimos acima, apenas as soluções na região onde $dM/d\varepsilon_c > 0$ serão estáveis. Veremos nos resultados desse capítulo o mesmo comportamento nos diagramas massa-raio. Para esses casos, a instabilidade estará presente a partir do ponto em que a massa passa a diminuir conforme o raio diminui, pois a densidade central será maior quando o raio é menor.

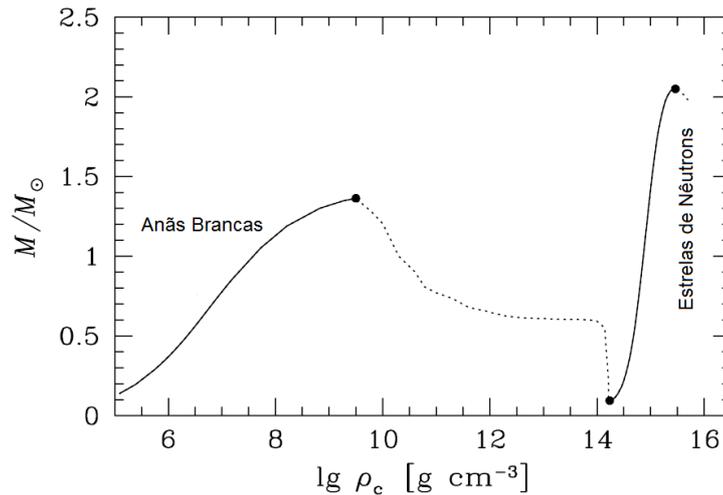


Figura 4.4: Regiões de estabilidade para estrelas compactas.

4.4 Resultados

Com os modelos obtidos ao longo dos três primeiros capítulos desse trabalho, podemos modelar estrelas de híperons e estrelas híbridas. Através das equações de estado dos modelos apresentados no primeiro capítulo, podemos obter a relação massa-raio para estrelas de híperons e também sua população em função do raio. E, utilizando a equação de estado no qual ocorre uma transição de fase, podemos obter essas mesmas propriedades para estrelas híbridas, onde haverá um caroço de matéria de quarks em seu núcleo.

Estrelas de Híperons

Vamos agora analisar a relação massa-raio para estrelas de híperons. Vimos no capítulo 1 que para menores valores da massa efetiva do núcleon, a equação de estado dos modelos hadrônicos é mais rígida. O mesmo comportamento para a equação de estado é verificado quando consideramos módulos de compressibilidades com altos valores. Uma equação de estado mais rígida implica que a quantidade de massa que os férmions do sistema podem suportar será maior, possibilitando que a massa da estrela seja maior.

A Figura 4.5 mostra a relação massa-raio para estrelas de híperons descritas pela equação de estado do modelo de Boguta-Bodmer para diferentes escolhas de massa efetiva do núcleon e compressibilidades. Nota-se que a maior massa máxima para essas estrelas, $M \simeq 2 M_{\odot}$, será alcançada quando tomamos o menor valor de massa efetiva do núcleon e a maior compressibilidade, $m^*/m = 0.72$ e $K_0 = 295 \text{ MeV}$, respectivamente. A competição entre os efeitos dessas propriedades na massa máxima é mostrado nas curvas para $m^*/m = 0.75$ e $K_0 = 235 \text{ MeV}$ e para $m^*/m = 0.78$ e $K_0 = 265 \text{ MeV}$, mostrando que uma massa efetiva maior leva a uma massa da estrela menor, ainda que para valores intermediários de compressibilidade. Fixando os valores de massa efetiva, nota-se que altos valores de compressibilidade levam a um raio maior da estrela, conforme mostrado para as curvas com $m^*/m = 0.75$. É importante notar que para essa relação massa-raio é utilizado o modelo de acoplamento de híperons $HYS(4B)$, que leva a uma equação de estado mais rígida e, conseqüentemente, maior massa máxima.

A relação massa-raio para diferentes acoplamentos de híperons no modelo Ajustável é mostrada na Figura 4.6. Para esse modelo, vimos que a compressibilidade e a massa efetiva do núcleon são quantidades correlacionadas, e os mesmos efeitos obtidos para o modelo de Boguta-Bodmer, de diminuir a massa máxima da estrela para maior massa efetiva e menor compressibilidade são mostrados nas duas figuras separadamente. Para o modelo Ajustável, o raio máximo será praticamente o mesmo para diferentes parâmetros de acoplamento λ , pois vimos no primeiro capítulo que o intervalo de módulos de compressibilidade possíveis será mais restrito.

Com relação aos modelos de acoplamento de híperons, os modelos que gerarão estrelas de maior massa serão aqueles cuja equação de estado for mais rígida. Seguindo esta lógica e, conforme vimos os resultados para a equação de estado obtidos no primeiro capítulo, os modelos $HYS(4B)$ e $HYS(1)$ gerarão as estrelas de maiores massas, seguidos pelos modelos $HYS(4A)$ e $HYS(2)$, com estrelas de massas máximas intermediárias e o modelo $HYS(3)$ para as estrelas de menor massa. Contudo, verifica-se na Figura 4.6b que o modelo $HYS(2)$ levará à menor massa máxima quando consideramos valores altos de massa efetiva do núcleon e baixos de compressibilidade, que tendem a fazer a massa máxima da estrela ser menor. Esse

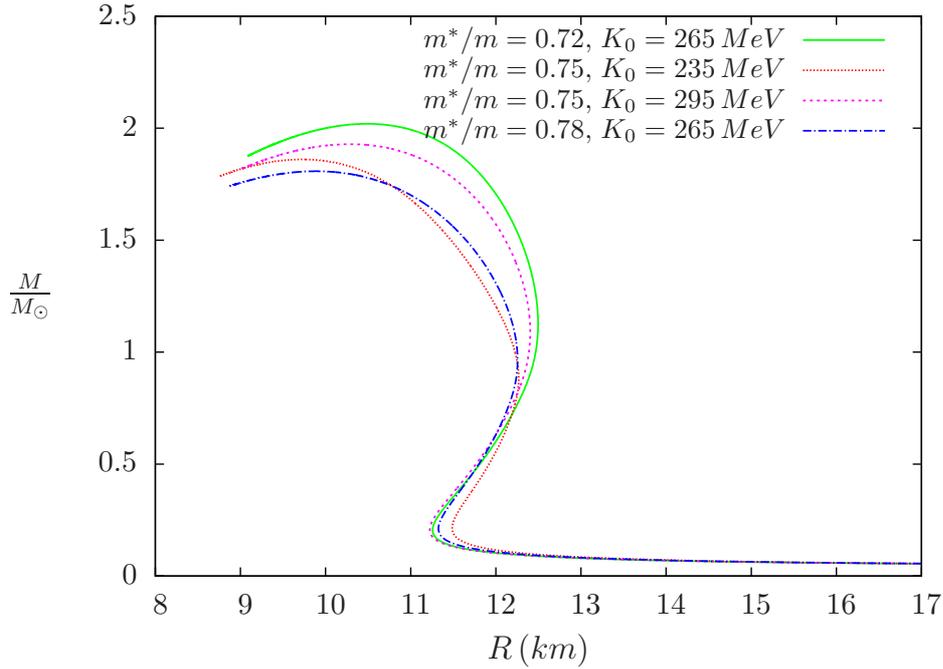


Figura 4.5: Relação massa-raio para estrelas de híperons no modelo de Boguta-Bodmer, para diferentes valores da compressibilidade e massa efetiva do nêutron. O modelo de acoplamento *HYS(4B)* foi utilizado.

efeito é uma consequência da já mencionada correlação entre a massa efetiva do nêutron e os modelos de acoplamento que se baseiam nos resultados para as constantes de acoplamento dos nêutrons. Como essas constantes de acoplamento são obtidas a partir das propriedades da matéria nuclear na saturação, é natural que os modelos *HYS(1)*, *HYS(2)* e *HYS(3)* também sejam afetados e, no caso, observamos uma grande influência da m^* no resultado para o modelo *HYS(2)*.

Na Figura 4.7, exemplificamos o esquema de estabilidade para as estrelas híbridas através do gráfico de massa em função da densidade central para o modelo Ajustável. Analisando a relação massa-densidade central para diferentes modelos de acoplamentos de híperons, verificamos que a faixa de estabilidade para essas estrelas inicia para densidades centrais de $\rho_c \simeq 0.06 \text{ fm}^{-3}$. A independência de modelos no início da região de estabilidade ocorre pois para essa região de densidades a matéria será populada apenas por nêutrons e léptons, fazendo com que os diferentes modelos de acoplamento sejam irrelevantes. A região de estabilidade termina para a densidade central que corresponde à massa máxima de cada modelo, se estendendo em um intervalo entre $\rho_c \simeq 0.7 - 1.6 \text{ fm}^{-3}$ para o caso apresentado na figura.

No capítulo 1, vimos que as propriedades da matéria nuclear como massa efetiva do nêutron e compressibilidade não afetam fortemente a população de partículas do sistema,

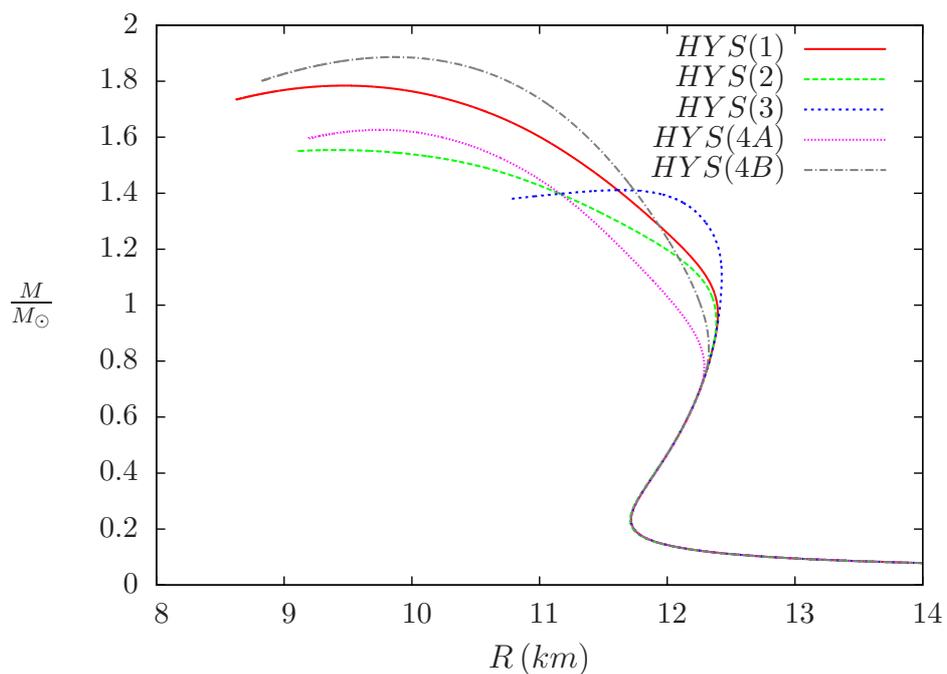
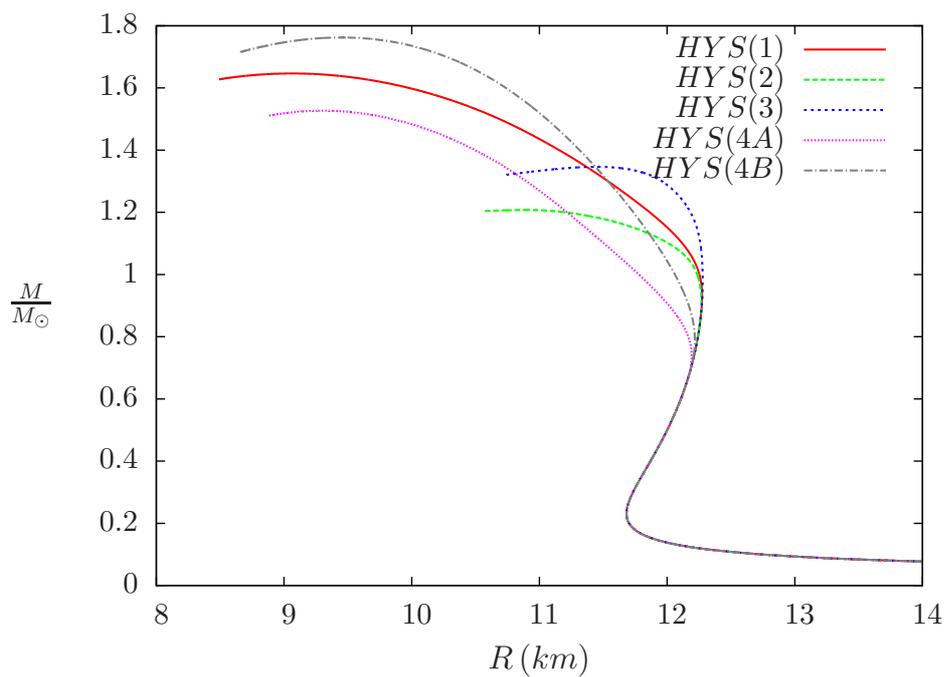
(a) $\lambda = 0.10$.(b) $\lambda = 0.14$.

Figura 4.6: Relação massa-raio para estrelas de híperons no modelo Ajustável, para os diferentes modelos de acoplamento apresentados no capítulo 1.

exceto pela sua correlação com os modelos de acoplamentos de híperons. A Figura 4.8 exemplifica a influência dos acoplamentos de híperons na população da estrela em função de

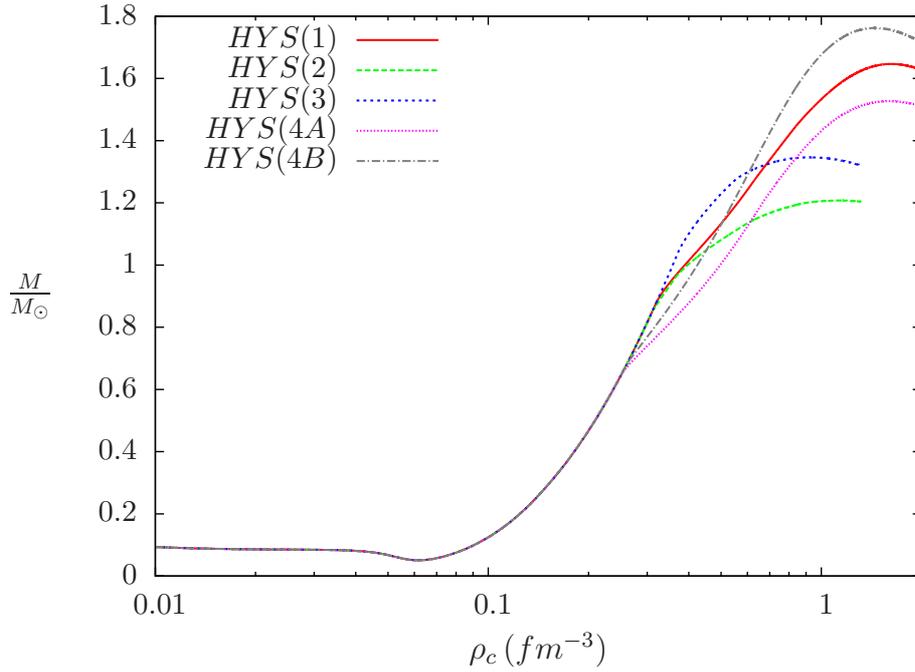
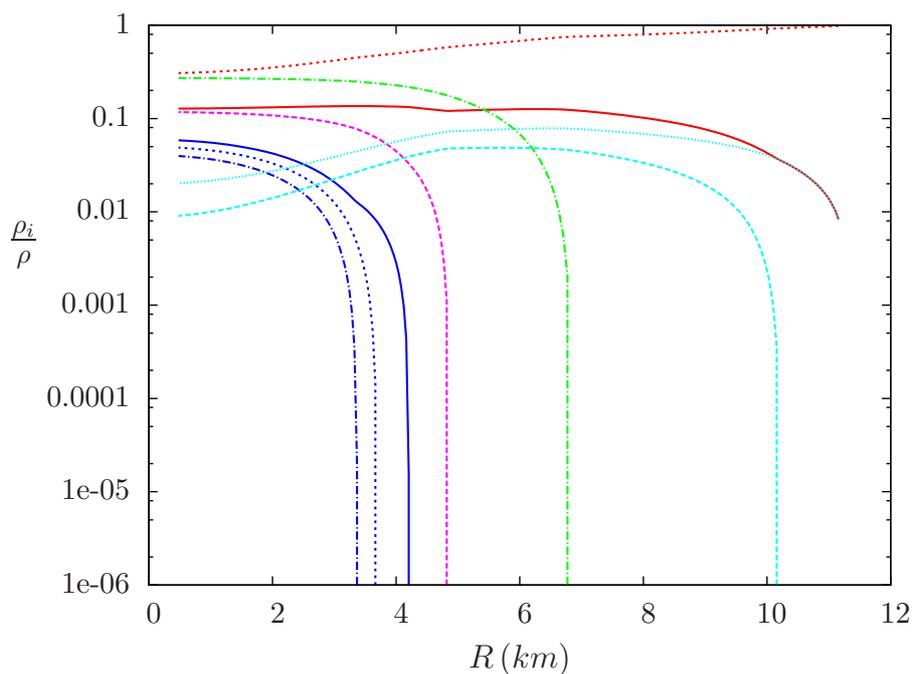
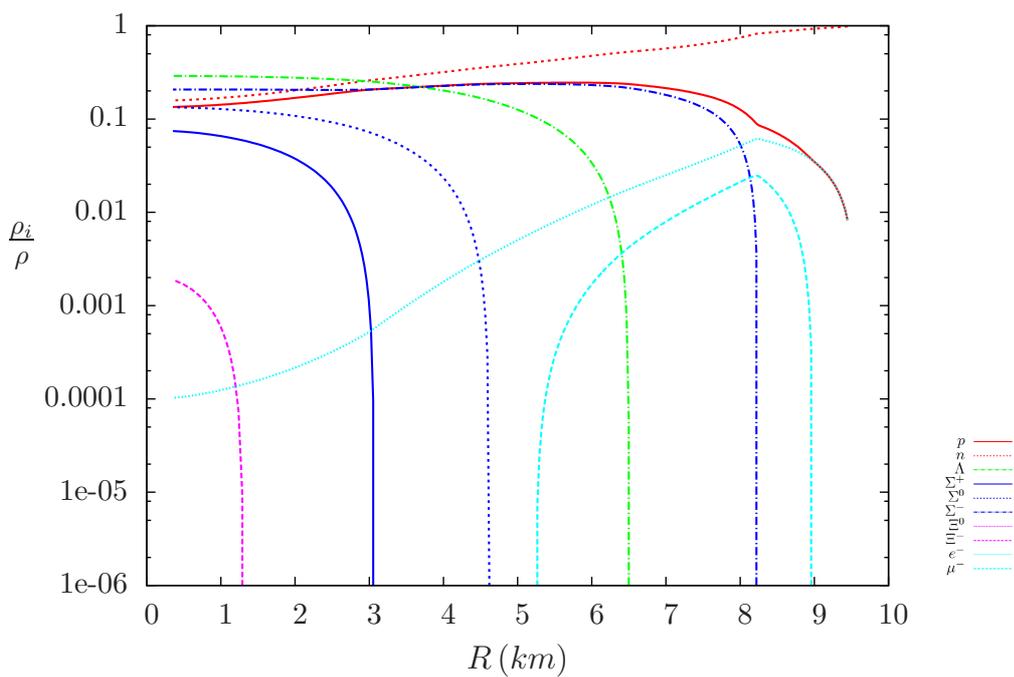


Figura 4.7: Relação massa-densidade central para estrelas de híperons no modelo Ajustável, para diferentes acoplamentos. Foi utilizado $\lambda = 0.10$ para o parâmetro ajustável.

seu raio para os modelos $HYS(3)$ e $HYS(4A)$, para uma estrela de híperons cuja equação de estado é descrita através do modelo Ajustável. Para a estrela onde o modelo $HYS(3)$ é utilizado, verifica-se que a fração de léptons se mantém grande mesmo para regiões mais internas, e que os híperons só surgirão a partir do raio de aproximadamente 7 km . Já a estrela cuja população hiperônica é descrita pelo modelo $HYS(4A)$ apresentará uma população de híperons desde regiões mais externas, próximo a 8 km , tendo como consequência a diminuição da fração de léptons para regiões mais internas da estrelas, de modo que a carga elétrica total se mantenha conservada e neutra. É interessante observar que as partículas presentes nas duas estrelas são exatamente as mesmas, porém com distribuições completamente diferentes ao longo do raio das estrelas.



(a) Modelo de acoplamento *HYS(3)*, $M = 1.41 M_{\odot}$, $R = 11.57 \text{ km}$, $\rho_c = 0.93 \text{ fm}^{-3}$.



(b) Modelo de acoplamento *HYS(4A)*, $M = 1.63 M_{\odot}$, $R = 9.64 \text{ km}$, $\rho_c = 1.51 \text{ fm}^{-3}$.

Figura 4.8: População relativa em função do raio em uma estrela de híperons no modelo ajustável, para a estrela de massa máxima, com $\lambda = 0.10$.

Estrelas Híbridas

Vamos agora analisar os resultados de relação massa-raio para as estrelas híbridas.

A Figura 4.9 mostra o diagrama TOV para a fase hadrônica descrita pelo modelo de Boguta-Bodmer para diferentes valores de massa efetiva do núcleon e módulo de compressibilidade. O primeiro resultado observado é a independência da massa máxima com rela ao às propriedades da matéria nuclear. Como para esse caso estamos considerando uma constante de sacola que faz com que a transi ao inicie para baixas densidades, o tamanho da fase hadrônica será pequeno, fazendo com que as propriedades da matéria nuclear não tenham grande influência na massa máxima da estrela. Já o raio máximo sofre uma pequena influência com as propriedades da matéria nuclear. Vimos no capítulo 3 que valores altos da massa efetiva do núcleon (e baixos de compressibilidade) tendem a aumentar o tamanho da fase mista e, conforme a matéria de quarks compõe uma fra ao maior da estrela, esta tenderá a diminuir o seu raio, uma vez que s o necessárias densidades muito grandes para que esse estado da matéria esteja presente. O comportamento an omalo verificado na TOV para valores de massa próximos a $0.5 M_\odot$ corresponde ao limiar de densidades centrais a partir do qual inicia a transi ao de fase, onde a presença de quarks na fase mista tem como efeito a diminui ao dos raios possíveis para cada escolha de parâmetros.

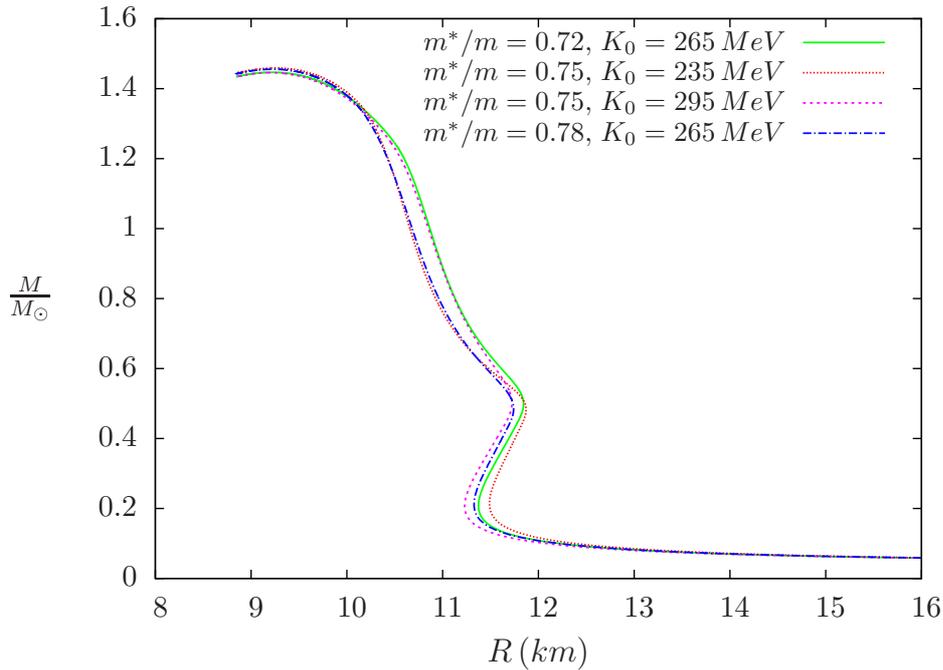


Figura 4.9: Rela ao massa-raio para estrelas híbridas no modelo de Boguta-Bodmer, para diferentes valores da compressibilidade e massa efetiva do núcleon. O modelo de acoplamento $HYS(4B)$ foi utilizado, assim como $B^{1/4} = 170 \text{ MeV}$.

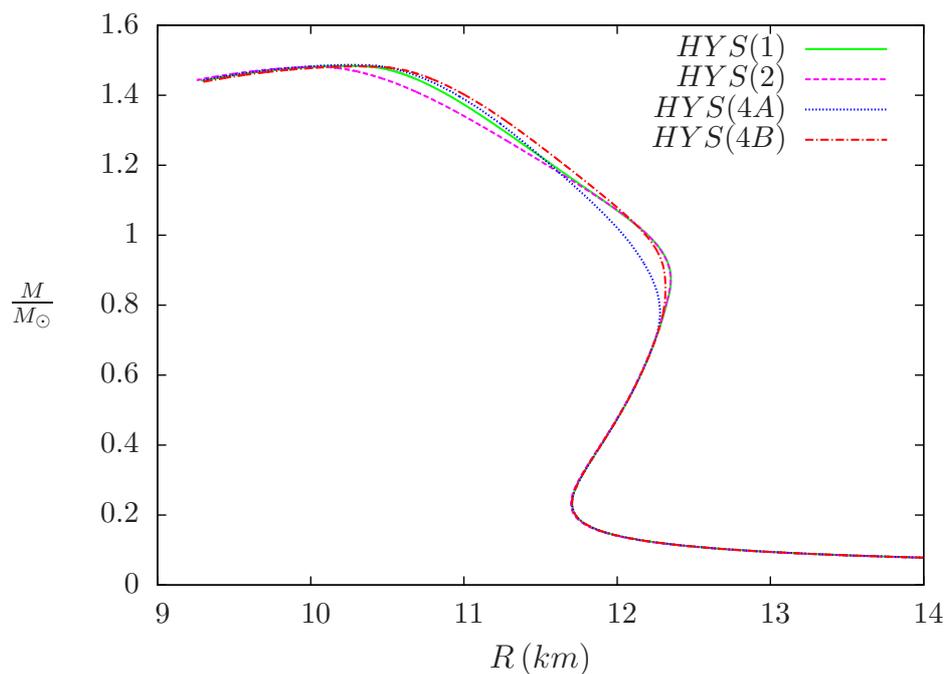
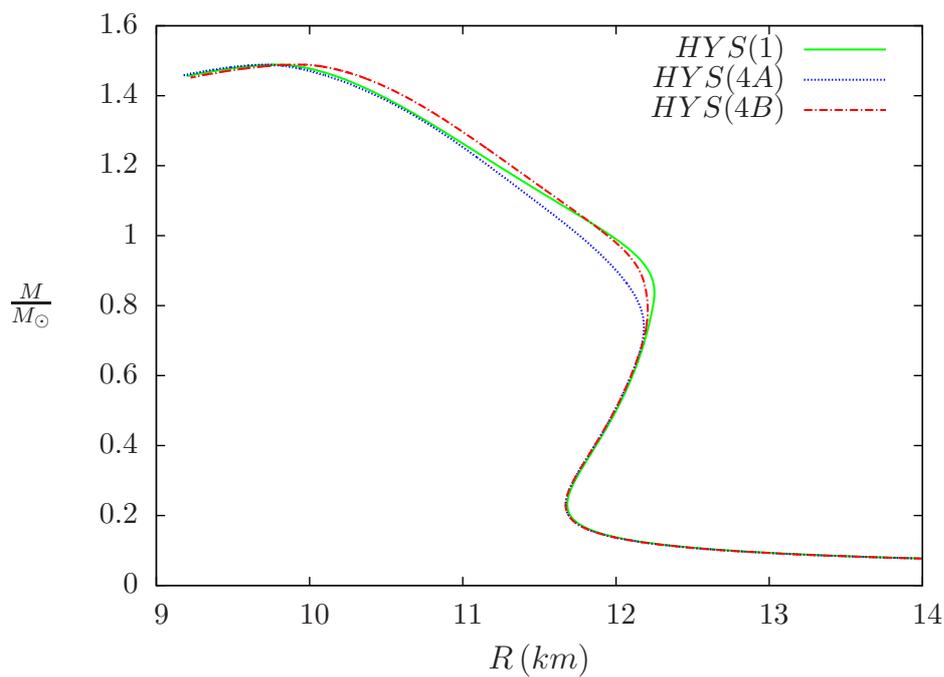
(a) $\lambda = 0.10$.(b) $\lambda = 0.14$.

Figura 4.10: Relação massa-raio para estrelas híbridas no modelo ajustável, para diferentes valores do parâmetro λ , com $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$.

Os mesmos resultados referentes à influência das propriedades da matéria nuclear na relação massa-raio para o modelo Ajustável são verificados na Figura 4.10. As figuras também mostram os efeitos dos acoplamentos de híperons no diagrama massa-raio para os casos em que a transição de fase é completa, onde novamente nota-se que a presença de quarks no sistema será dominante, fazendo com que esses efeitos sejam pouco relevantes para as propriedades globais da estrela.

A Figura 4.11 mostra a dependência do diagrama massa-raio com relação à constante de sacola do modelo que descreve a fase de quarks. Conforme verificado para os outros diagramas de estrelas híbridas, a presença de quarks possuía a influência dominante nas propriedades globais da estrela. No capítulo 3, vimos que a constante de sacola determina se a transição começará para baixas ou altas densidades e, como consequência, influencia na população de partículas presentes no sistema. A Figura 4.11 mostra que a constante de sacola tem forte influência no raio máximo da estrela. Constantes de sacola de valor menor, que permitem que a transição inicie para baixas densidades, farão com que o raio máximo da estrela seja menor. Já uma constante de sacola maior, que faz com que a transição inicie somente a altas densidades, gerará uma estrela de maior massa máxima devido ao maior tamanho da fase hadrônica permitida antes do início da transição.

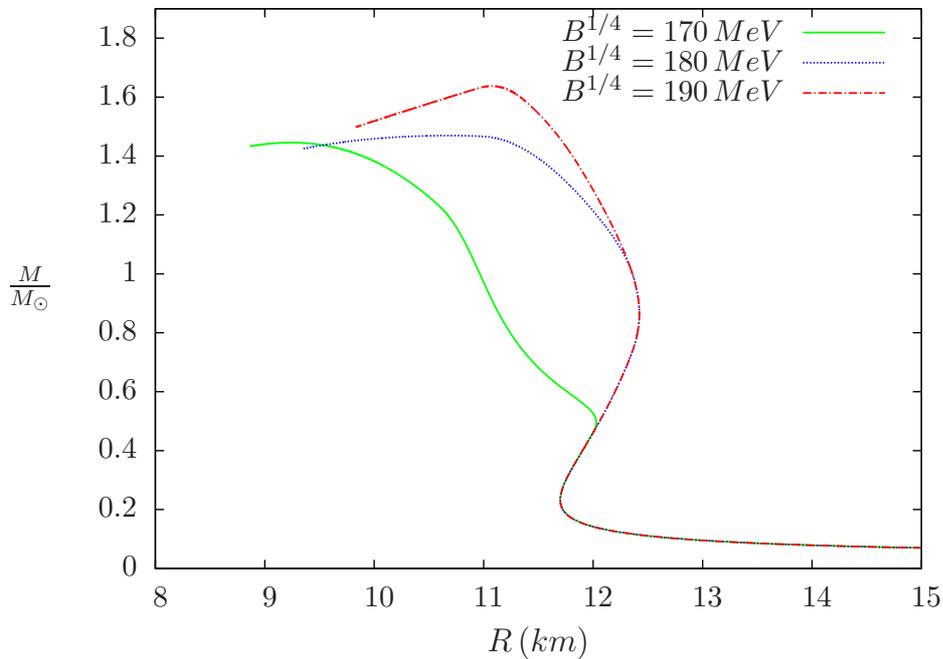


Figura 4.11: Relação massa-raio para estrelas híbridas no modelo Ajustável, para diferentes valores da constante de sacola B . Foi utilizado $\lambda = 0.07$ para o parâmetro ajustável, e o modelo de acoplamento $HYS(4B)$.

O diagrama de massa por densidade central para uma estrela híbrida cuja fase hadrônica é descrita pelo modelo Ajustável é mostrado na Figura 4.12, para diferentes modelos de acoplamentos de híperons no qual ocorre a transição de fases completa. Como já havíamos verificado, os diferentes modelos não afetarão fortemente as propriedades da estrela e vemos que a região de estabilidade corresponderá ao intervalo de densidades de $\rho_c \simeq 0.6\text{--}1.5 \text{ fm}^{-3}$. Próximo à densidade de $\rho_c \simeq 0.3 \text{ fm}^{-3}$, verifica-se a presença de cúspides para cada um dos modelos, que corresponde à densidade para o qual inicia a transição de fase. Esse comportamento será devido ao rápido decaimento da massa permitida para cada estrela quando quarks estão presentes.

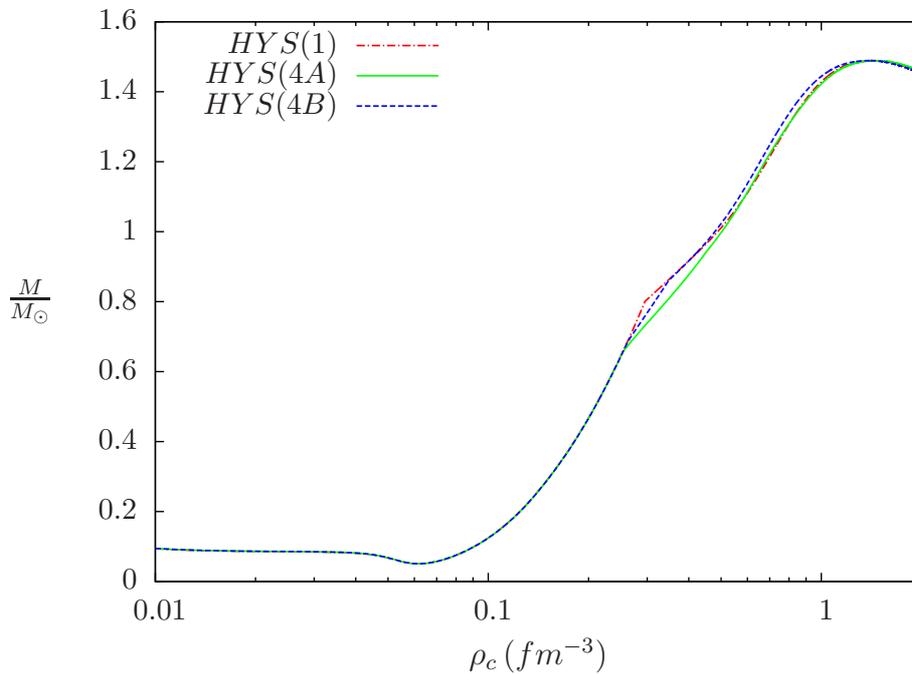
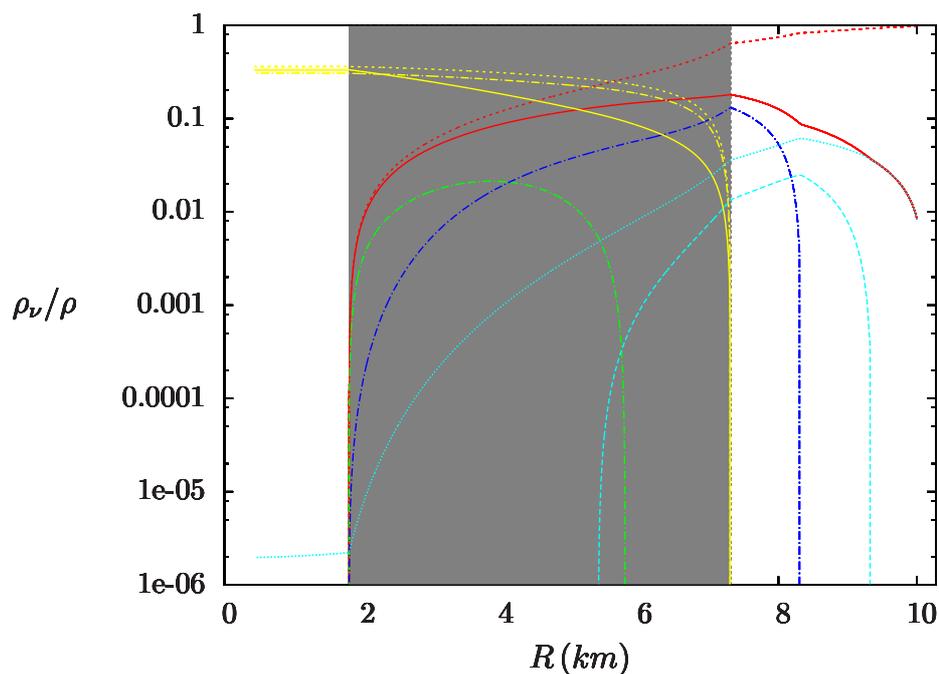
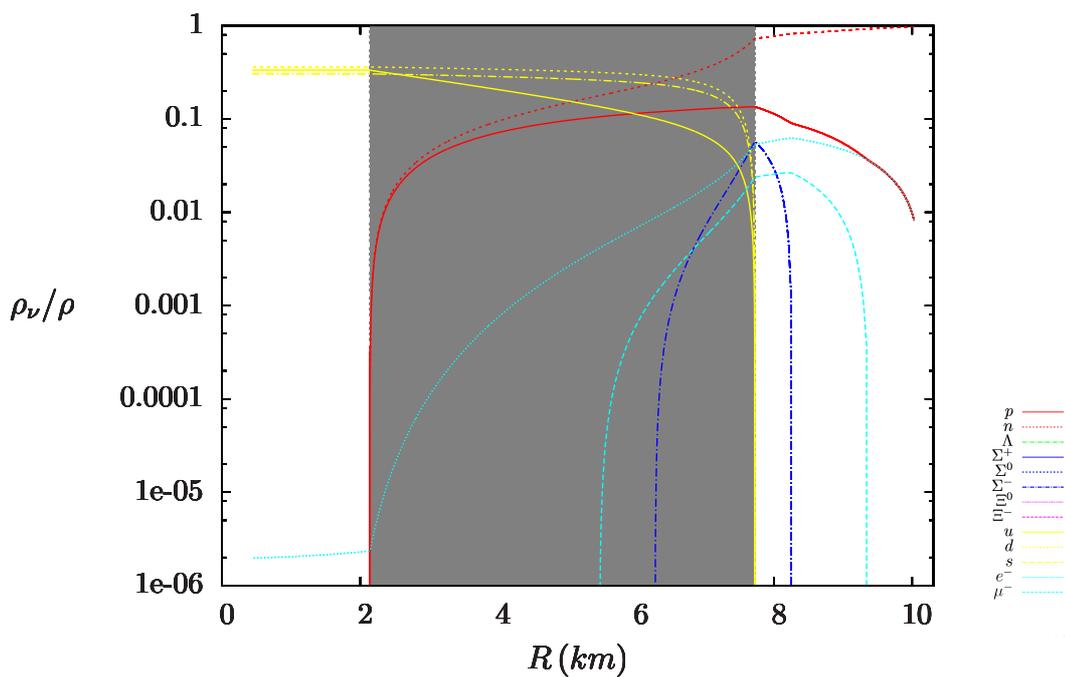


Figura 4.12: Relação massa-densidade central para estrelas híbridas no modelo Ajustável, para diferentes acoplamentos. Foi utilizado $\lambda = 0.14$ para o parâmetro ajustável.

Os efeitos dos acoplamentos de híperons na população da estrela híbrida são verificados na Figura 4.13. Como já visto no capítulo 3 e nos resultados para a estrela de híperons, a escolha de diferentes modelos para descrever o acoplamento dessas partículas gerará uma grande diferença na população presente no sistema. Para os dois exemplos de população mostrados, verificamos que o modelo *HYS(4A)* permite uma maior fração de híperons e até mesmo a sua formação ao longo da fase mista, pois para essa escolha de parâmetros tem-se uma fase mista grande. Já o segundo modelo apresentado, *HYS(4B)* rapidamente suprime a presença de híperons logo no início da fase mista. Para essa escolha de parâmetros, verificamos que o caroço de matéria nuclear possuirá um raio de aproximadamente 2 km , enquanto a fase mista se estenderá ao longo de uma fração de mais de 5 km de raio.



(a) Modelo de acoplamento $HYS(4A)$, $M = 1.49 M_{\odot}$, $R = 10.27 \text{ km}$, $\rho_c = 1.27 \text{ fm}^{-3}$.



(b) Modelo de acoplamento $HYS(4B)$, $M = 1.48 M_{\odot}$, $R = 10.31 \text{ km}$, $\rho_c = 1.27 \text{ fm}^{-3}$.

Figura 4.13: População em função do raio em estrela híbrida no modelo Ajustável para diferentes acoplamentos, para a estrela de massa máxima, com $\lambda = 0.10$ e $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$.

É importante mencionar que a estrutura da fase mista será composta não apenas por gotas de matéria hadrônica e de quarks, mas também por estruturas mais complexas devido à ação do campo gravitacional da estrela. Conforme já havia sido discutido no capítulo 3, espera-se que próximo à superfície da estrela, quando a fase mista tem início, estejam presentes gotas da matéria de quarks e, conforme raios menores vão sendo alcançados, essas gotas sofrerão deformações passando a ter a forma de barras e próximo à região central da fase mista, tábuas. Após a metade da fase mista, ocorrerá a inversão dessas formas para a matéria hadrônica, estando presentes tábuas, barras e finalmente gotas de matéria hadrônica ao final da fase mista.

É também possível a existência de estrela no qual a densidade central não é suficiente para finalizar a transição, embora seja suficiente para iniciá-la. A população de partículas para uma estrela no qual a transição de fase é incompleta é mostrada na Figura 4.14.

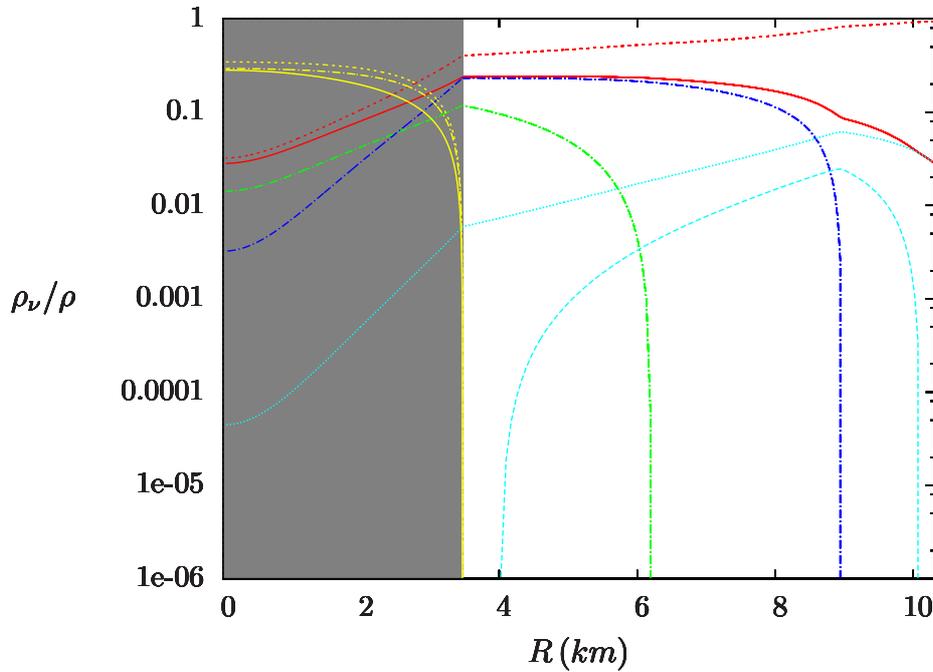


Figura 4.14: População em função do raio no modelo Ajustável, na estrela híbrida de massa máxima da família com $HYS(4a)$, $\lambda = 0.07$ e $B^{1/4} = 190 \text{ MeV}$. Estrela com $M = 1.64 M_{\odot}$, $R = 11.07 \text{ km}$, $\rho_c = 1.08 \text{ fm}^{-3}$.

Comparação entre Estrelas de Híperons e Híbridas

Até agora, apresentamos as propriedades para dois tipos de estrelas, cujas equações de estado foram obtidas através dos modelos desenvolvidos nos capítulos anteriores. A Tabela 4.1 compara a influência das propriedades da matéria nuclear na saturação com as

Tabela 4.1: Massa máxima de estrelas no modelo Ajustável, para diferentes modelos de acoplamento hiperônico, com $m^*/m = 0.75$ e $m^*/m = 0.78$ ($\lambda = 0.10$ e $\lambda = 0.14$, respectivamente). Para as estrelas híbridas, foi utilizado o valor $B^{1/4} = 180 \text{ MeV}$ para a constante de sacola.

	Estrela de Híperons			Estrela Híbrida			
	M_{max}/M_{\odot}	$R (km)$	$\rho_c (fm^{-3})$	M_{max}/M_{\odot}	$R (km)$	$\rho_c (fm^{-3})$	
$HYS(1), m^*/m =$	0.75	1.78	9.51	1.42	1.48	10.29	1.29
	0.78	1.65	9.10	1.60	1.49	9.80	1.45
$HYS(2), m^*/m =$	0.75	1.55	9.28	1.64	1.48	10.04	1.37
	0.78	1.21	10.85	1.16	—	—	—
$HYS(3), m^*/m =$	0.75	1.41	11.57	0.93	—	—	—
	0.78	1.35	11.35	0.99	—	—	—
$HYS(4A), m^*/m =$	0.75	1.63	9.64	1.51	1.49	10.27	1.27
	0.78	1.52	9.29	1.61	1.49	9.71	1.49
$HYS(4B), m^*/m =$	0.75	1.89	9.91	1.28	1.48	10.31	1.27
	0.78	1.76	9.47	1.44	1.49	9.99	1.39

características desses dois tipos de estrelas, utilizando o modelo Ajustável para descrever a fase hadrônica.

Para estrelas de híperons, podemos observar na tabela que os resultados para a massa máxima, com diferentes massas efetivas e diferentes modelos de acoplamento hiperônico, diferem entre si em até $\simeq 0.7 M_{\odot}$. Para o raio dessa estrela, a discrepância é de até $\simeq 2 km$. Ressaltamos novamente que uma massa efetiva do núcleon menor dá origem à estrelas com massas maiores e raios menores. Quanto aos acoplamentos, os modelos $HYS(4A)$ e $HYS(4B)$ são os que possibilitam a maior massa máxima.

Considerar diferentes propriedades da matéria nuclear, como acoplamentos e massa efetiva, não altera muito estas propriedades nas estrelas híbridas. Como a fase de quarks influencia tanto nas propriedades destas estrelas, é interessante considerar a transição de desconfinamento utilizando diferentes modelos para a fase de quarks.

Ainda é importante ressaltar que, apesar de não ter sido mostrado nenhum resultado, o modelo de acoplamentos $HYS(3)$ também permite transições de fase completas no interior de estrelas híbridas. Para que essa transição ocorra, contudo, apenas um pequeno número de escolhas de parâmetros é possível.

Conclusão

Ao longo da dissertação, apresentamos modelos que descrevem a equação de estado da matéria hadrônica e de quarks, com o intuito de descrever o cenário presente no interior de uma estrela de nêutrons, ou seja, de altas densidades e temperatura desprezível. Para descrever a fase hadrônica utilizamos dois modelos efetivos que consideram a interação entre os bárions através da troca de mésons, considerando uma aproximação de campo médio. A matéria de quarks foi descrita através de um modelo no qual estas partículas são consideradas livres dentro de uma região denominada de sacola.

Uma transição de fase de primeira ordem foi realizada entre esses dois estados da matéria, segundo os critérios de Gibbs. O objetivo principal desse estudo foi determinar as propriedades globais de estrelas de nêutrons onde esse tipo de transição pode ocorrer, transformando a estrela em uma estrela híbrida, que possui um caroço de quarks em seu interior. Consideramos uma transição de fase de primeira ordem para um sistema multicomponente onde a carga elétrica e o número bariônico são quantidades conservadas globalmente. Para esse tipo de sistema, alguns aspectos gerais da transição serão independentes dos modelos ou parâmetros empregados.

Transições de fase de primeira ordem são caracterizadas por possuírem uma fase mista onde há coexistência de fases, e a consideração de mais de uma carga conservada implica um comportamento das fases não-constante ao longo da fase mista, que seria o esperado para um sistema no qual apenas uma carga é conservada. Quando mais de uma carga é conservada, existe mais de uma variável independente no sistema, o que permite que quantidades como a densidade de energia, densidade bariônica e pressão variem monotonamente ao longo da fase mista e, característica fundamental para que o equilíbrio hidrostático possa ser mantido no interior de uma estrela.

Como o comportamento da densidade de energia será diferente ao longo das duas fases, haverá uma descontinuidade na derivada primeira dessa quantidade nos pontos que delimitam a fase mista, fazendo com que a equação de estado apresente um comportamento abrupto nas regiões de interface.

O requerimento de uma conservação global de carga elétrica, permite ao sistema diminuir sua assimetria de isospin, presente na fase hadrônica devido à grande quantidade de nêutrons presentes na estrela. Ao longo da fase mista, o sistema se configura de forma que a fase hadrônica apresente uma carga elétrica líquida positiva, oriunda da maior presença de bárions com carga positiva cuja projeção de isospin contrabalança a dos nêutrons. E, por consequência direta da conservação global de cargas, a fase de quarks possuirá uma carga líquida negativa.

Para a fase hadrônica, os parâmetros dos modelos são determinados a partir das propriedades da matéria nuclear simétrica na saturação e com modelos que descrevem os acoplamentos entre híperons e mésons. O modelo de sacola do MIT, usado para descrever a matéria de quarks, possui um parâmetro que é determinado a partir de requerimentos de estabilidade da matéria nuclear. A análise das dependências dos parâmetros dos modelos é realizada para a equação do estado, as densidades de início e final da transição e a população de partículas.

Vimos nos capítulos 1 e 3 que os dois modelos empregados na descrição da matéria hadrônica possuem resultados bastante semelhantes tanto para equação de estado, início e final da transição de fase e população de partículas. Porém, foi ressaltado que apenas a versão escalar do modelo Ajustável foi utilizada ao longo do trabalho. Outro ponto importante a ser abordado é que o modelo Ajustável depende apenas de um parâmetro, fazendo com a compressibilidade seja uma quantidade obtida através do modelo, sendo este um modelo mais consistente.

Analizamos a transição de fase para diferentes valores de massa efetiva do núcleon m^* , compressibilidade da matéria nuclear K_0 e diferentes modelos de acoplamento de híperons, que foram apresentados no capítulo 1, e diferentes valores da constante de sacola, apresentada no capítulo 2. É importante ressaltar que os modelos de acoplamento $HYS(1)$ e $HYS(2)$ apenas foram abordados por questões históricas, pois os valores experimentais atuais excluem esses cenários, embora seus resultados sejam semelhantes aos encontrados para os acoplamentos $HYS(4B)$ e $HYS(4A)$, respectivamente.

No capítulo 1, vimos que valores maiores de m^* e menores de K_0 resultam em uma equação de estado mais suave para a matéria hadrônica. Os resultados do capítulo 3 mostram, para os dois modelos da fase hadrônica utilizados, que para valores maiores de m^* e menores de K_0 a fase mista será maior, pois essas quantidades podem suportar uma fase mista até mais altas densidades e não afetam o início da transição. Estas duas propriedades alteram fracamente a população de partículas na matéria puramente hadrônica. Já para a matéria de quarks, a sua influência no tamanho da fase mista pode impedir ou possibilitar que os limiares de híperons sejam alcançados.

Aplicando os resultados dos modelos da matéria hadrônica ao cenário de estrelas compactas, verificamos que altos valores da compressibilidade e baixos valores de massa efetiva do núcleon permitirão a formação de estrelas de híperons de massa e raio maiores. Aplicando os resultados da transição de fase à descrição de estrelas híbridas, verificamos que sua massa não é afetada pelos valores destes parâmetros, embora o raio tenha uma sutil variação da ordem de 0.5 km .

No capítulo 1 foi mostrado que os modelos de acoplamento de híperons que geram uma equação de estado mais rígida são o $HYS(4B)$ e o $HYS(1)$, enquanto o modelo $HYS(3)$ gera uma equação de estado mais suave. Em geral, quando a transição inicia próxima ao limiar de criação de híperons, o modelo de acoplamento não terá influência no início da transição. Assim, da mesma forma que as outras propriedades da matéria nuclear, estes apenas influenciarão no tamanho da fase mista, uma vez que diferentes modelos apenas mudam a densidade na qual a transição termina. Também é importante ressaltar que, para algumas escolhas de parâmetros, os modelos que geram equações de estado mais suaves não possibilitam uma transição completa. Obviamente, diferentes acoplamentos de híperons terão forte influência na população de partículas, podendo inclusive fazer com que as partículas surjam em ordens ou frações diferentes.

Por possuírem maior rigidez da equação de estado, os modelos $HYS(4B)$ e $HYS(1)$ gerarão estrelas de híperons com massa maior. O modelo $HYS(3)$ gerará as estrelas de maior raio, enquanto o raio mínimo dependerá de uma série de parâmetros. Novamente, aplicando os resultados da transição de fase para a descrição de estrelas híbridas, verifica-se que diferentes modelos de acoplamento de híperons não apresentam relevância na determinação das propriedades de massa e raio dessas estrelas, embora influenciem na população presente em seu interior, bem como na extensão da fase mista.

Os efeitos da constante de sacola B na transição de fase foram apresentados no capítulo 3. Para maiores valores de B , o início da transição de fase é deslocado para densidades maiores, implicando uma mudança grande na população de partículas pois a fase de hádrons estará presente ao longo de um maior intervalo de densidades. Assim, menores valores de B tornam a transição completa mais possível, uma vez que menores densidades são necessárias para que esta inicie. Aplicando a equação de estado que contém a transição de fase para descrever estrelas híbridas, verifica-se que maiores valores de B gerarão as estrelas de maior massa pois, como já mencionado, a fase hadrônica estará presente por um longo intervalo de densidades, fazendo com que a equação de estado seja mais rígida. O raio dessas estrelas será menor para escolhas de menores valores de B , conforme ilustrado no capítulo 4.

Ainda com relação à constante de sacola, um problema foi verificado ao se tentar descrever a matéria de quarks como matéria estranha, isto é, como o estado fundamental da interação forte. Quando menores valores para a constante de sacola são utilizados, verifica-se que a transição de fase tem início para densidades abaixo da densidade de saturação. Assim, concluímos que para incorporar a matéria estranha no estudo de transições de fase, é necessário que sejam considerados modelos mais elaborados para a descrição da matéria de quarks.

Por fim, devemos apontar a importância da descoberta de uma estrela de nêutrons de aproximadamente duas massas solares para toda a área de estudos referente à estrelas compactas. A observação de uma estrela de nêutrons com uma massa desse valor pode implicar a existência de toda uma nova física a ser investigada. Dentre diversas discussões a respeito da física envolvendo tal estrela, se discute a importância de um mecanismo capaz de suprimir a presença de híperons no interior desses objetos. Conforme mostramos ao longo desse trabalho, a transição de fase para a matéria de quarks desconfiados, que é prevista pela QCD, pode ser um mecanismo para gerar tal supressão. Contudo, vimos também que no momento que a transição de fase é levada em conta, apenas as propriedades da fase de quarks serão relevantes na determinação da massa máxima da estrela híbrida. Sendo assim, considerar a supressão de híperons como um mecanismo para enrijecer a equação de estado da estrela de nêutrons não é correto quando consideramos uma estrela híbrida.

Perspectivas Futuras

Podemos citar algumas perspectivas com o intuito de aprimorar e dar continuidade a esse trabalho. Ainda há muito para realizar no que se refere ao estudo da transição de desconfiamento de quarks no interior de estrelas de nêutrons. Até o momento, não existe uma teoria definitiva para descrever o fenômeno que desencadearia a transição de fase no interior de estrelas de nêutrons, podendo esta acontecer tanto na fase de proto-estrela de nêutrons como na sua fase mais fria. Sendo assim, incluir efeitos de temperatura em nosso estudo permite ampliar o número de objetos para o qual os resultados podem ser testados e confrontados. Com a inclusão de temperatura, além de estrelas proto-neutrônicas é ainda possível estudar o cenário de colisões de íons a altas energias.

Levantamos a possibilidade de utilizar outros modelos para descrição da matéria de quarks, que permitam descrever essa matéria de forma mais consistente. Outros modelos existem e são amplamente utilizados na literatura para explorar diferentes fases da matéria de quarks como modelos de sacola que consideram uma massa efetiva [124] ou ainda o modelo de Nambu-Jona-Lasinio [125] que possibilita o estudo da fase supercondutora de

cor. Com relação à matéria hadrônica, é importante que sejam considerados modelos cujas equações de estado permitam a inclusão não apenas da população hiperônica, mas também de condensados de mésons nessa fase.

Nas últimas décadas, a determinação de propriedades da equação de estado da matéria nuclear se tornou um dos principais objetivos da física nuclear. Contudo, as consequências de efeitos do campo magnético na estrutura da matéria nuclear tem sido subestimadas ou, na maioria dos casos, nem mesmo considerados.

Sabe-se que campos magnéticos são fundamentais na explicação de certos fenômenos astrofísicos, como supernovas e explosões de raios-gama (GRBs, Gamma Ray Bursts). Existem trabalhos baseados em resultados observacionais [126] que indicam a possibilidade de que GRBs podem ocorrer anos após uma explosão de supernova, devido à ocorrência de uma transição de fase no interior de uma estrela de nêutrons, originando uma estrela de quarks ou uma estrela estranha [127]. Ignazio Bombaci e colaboradores teorizaram esta possibilidade [128–130], ou seja, que o mecanismo de produção de GRBs seja o desconfinamento dos quarks na matéria em uma estrela hadrônica por meio de uma transição de fase, criando assim uma estrela composta, pelo menos em parte, por matéria de quarks desconfinados.

Ainda com relação aos GRBs, há um certo consenso de que uma subclasse desse fenômeno, denominada de *Soft Gamma Ray Repeaters (SGRs)*, seriam magnetares, estrelas de nêutrons ou de quarks com campo magnético intenso [131–133], $B > 4 \times 10^{14} G$. A existência de magnetares motiva o estudo dos efeitos de campos magnéticos intensos nas propriedades de estrelas de nêutrons, pois o comportamento da equação de estado acima da densidade de saturação é significativamente alterada devido à quantização de Landau e às interações dos momentos magnéticos, modificando demasiadamente a estrutura de uma estrela de nêutrons ou quarks [134, 135].

Até o momento, as observações astronômicas apontam um largo espectro de massas possíveis para estrelas de nêutrons. Porém, outra característica importante presente nesses objetos e que ainda é pouco abordada na literatura é a sua rotação rápida. A rotação de uma estrela de nêutrons produz uma protuberância equatorial, devido à força centrífuga, que afeta sua geometria. Como as estrelas não são corpos sólidos, eles também podem sofrer rotação diferencial, fazendo com que diferentes latitudes e profundidades tenham velocidades angulares diferentes. Estudos recentes mostram que a diminuição da taxa de rotação de estrelas de nêutrons devido a sua perda de energia tem por consequência o aumento da densidade de energia [136], podendo desencadear uma transição de fase ou, ao menos, gerar uma nova população de partículas do sistema.

Os efeitos de rotação rápida têm também influência direta nas propriedades globais de estrelas de nêutrons [137] e tais efeitos, somados à presença de campos magnéticos intensos, devem produzir mudanças drásticas com relação aos resultados obtidos para a descrição desses objetos até o presente momento. Sendo assim, pretendemos introduzir efeitos de rotação rápida estelar no formalismo por meio de um tratamento, no âmbito da relatividade geral, em que consideramos o limite de rotação máxima.

Do ponto de vista observacional novamente enfatizamos a descoberta de uma estrela de nêutrons de duas massas solares abre uma série de possibilidades de investigações nessa área. Sendo assim, finalizamos essa dissertação lembrando que existe uma série de questões em aberto no que se refere a descrição da estrutura interna de estrelas de nêutrons; sendo transições de fase para matéria de quarks, rotações rápidas, presença de campos magnéticos intensos e mesmo a presença de uma matéria de quarks supercondutora de cor, tópicos que ratificam a importância da continuidade desse estudo.

Apêndice A

Notação e Unidades

Nesse apêndice são mostradas as convenções de notação e unidades usadas para realizar os cálculos do trabalho. É mostrada, ainda, uma tabela comparativa entre as propriedades do Sol e de estrelas de nêutrons, para que o leitor possa fazer comparações a respeito dos resultados obtidos no trabalho. A parte de unidades apresenta os três sistemas de unidades utilizados ao longo desse trabalho: o sistema natural, o sistema relativístico e o sistema CGS.

A.1 Constantes Físicas

Aqui são mostradas as constantes físicas de relevância para a leitura da dissertação, no sistema CGS e no SI.

Velocidade da luz:

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{A.1})$$

Constante de Planck:

$$h = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (\text{A.2})$$

E $\hbar = h/2\pi$ é a constante de Planck reduzida.

Constante gravitacional:

$$G = 6.674 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (\text{A.3})$$

Constante de Boltzmann:

$$k_B = 1.381 \times 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{K}^{-1} = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Notações

A métrica de Minkowski utilizada nesse trabalho é:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

O quadri-vetor posição, por exemplo, é definido como:

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) \quad (\text{A.6})$$

Para formar um covetor, contrai-se o vetor com a métrica:

$$x_\mu \equiv g_{\mu\nu} x^\nu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z) \quad (\text{A.7})$$

Produto escalar entre vetores é definido como:

$$g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu = a^\mu b_\mu = a^0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (\text{A.8})$$

Por fim, o quadri-gradiente é dado por:

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right), \quad \partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right). \quad (\text{A.9})$$

A.3 Matrizes de Pauli e de Dirac

As matrizes de Pauli satisfazem as seguintes leis de comutação e anti-comutação:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = \sigma_i \sigma_j - \sigma_j \sigma_i = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k \quad (\text{A.10})$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 2I \delta_{ij} \quad (\text{A.11})$$

A forma explícita das matrizes de Pauli é:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Estas são as matrizes τ no espaço de isospin, $\tau_i = \sigma_i$.

As matrizes de Dirac satisfazem a seguinte relação de anti-comutação:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = \gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2g_{\mu\nu} \quad (\text{A.13})$$

Nesse trabalho, usamos a representação de Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

As matrizes $\boldsymbol{\alpha}$ e β que aparecem na equação de Dirac (1.52) relacionam-se às matrizes de Dirac por:

$$\gamma_i = \beta\alpha_i, \quad \gamma_0 = \gamma^0 = \beta \quad (\text{A.15})$$

$$\{\alpha_i, \beta\} = 0, \quad \{\alpha_i, \alpha_j\} = \delta_{ij}, \quad \beta^2 = 1. \quad (\text{A.16})$$

A.4 Unidades

Sistema Natural de Unidades (SN)

Nos capítulos 1 e 2, os cálculos envolvendo teoria de campos foram feitos utilizando o sistema de natural de unidades, onde:

$$\hbar = c = 1, \quad (\text{A.17})$$

Para esse sistema de unidades, o fator

$$\hbar c = 3.1615 \times 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{m} \quad (\text{A.18})$$

é importante para a conversão de unidades para o sistema internacional (SI).

Contudo, na física nuclear as escalas de distância relevantes são da ordem de fentômetros, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, e é mais interessante escrever esse fator com unidades de energia em MeV , que é relevante para a física nuclear:

$$\hbar c = 197.327 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \quad (\text{A.19})$$

A Tabela A.1 mostra os fatores de conversão do sistema internacional para o sistema natural.

Tabela A.1: Fatores de conversão do S.I. para o sistema natural de unidades.

Quantidade	SI	SN	Fator de Conversão
distância	m	m	1
tempo	s	m	c
massa	kg	m^{-1}	c/\hbar
velocidade	m/s	adimensional	$1/c$
momentum linear	$kg \cdot m/s$	m^{-1}	$1/\hbar$
momentum angular	$kg \cdot m^2/s$	adimensional	$1/\hbar$
força	$kg \cdot m/s^2$	m^{-2}	$1/\hbar c$
energia	$kg \cdot m^2/s^2$	m^{-1}	$1/\hbar c$
ação	$kg \cdot m^2/s$	adimensional	$1/\hbar$
densidade de energia	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-4}	$1/\hbar c$
pressão	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-4}	$1/\hbar c$

Sistema Relativístico de Unidades

O sistema de relativístico de unidades é utilizado para cálculos envolvendo a relatividade geral e, no caso desse trabalho, para cálculos envolvendo a equação de equilíbrio hidrostático na relatividade geral. Nesse sistema,

$$G = c = 1 \quad (\text{A.20})$$

e o fator de conversão importante será:

$$c^4 G^{-1} = 1.124 \times 10^{44} m \cdot kg \cdot s^{-2} \quad (\text{A.21})$$

Esse fator pode ser convenientemente expresso como:

$$c^4 G^{-1} = 5.561 \times 10^{10} km \cdot M_{\odot} s^{-2} \quad (\text{A.22})$$

A Tabela A.2 mostra os fatores de conversão do sistema internacional para o sistema relativístico.

Tabela A.2: Fatores de conversão do S.I. para o sistema relativístico.

Quantidade	SI	SN	Fator de Conversão
distância	m	m	1
tempo	s	m	c
massa	kg	m	G/c^2
velocidade	m/s	adimensional	$1/c$
momentum linear	$kg \cdot m/s$	m	G/c^3
momentum angular	$kg \cdot m^2/s$	m^2	G/c^3
força	$kg \cdot m/s^2$	adimensional	G/c^4
energia	$kg \cdot m^2/s^2$	m	G/c^4
ação	$kg \cdot m^2/s$	m^2	G/c^3
densidade de energia	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-2}	G/c^4
pressão	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-2}	G/c^4

Sistema CGS

Por fim, o sistema CGS é o mais empregado para descrever as propriedades astrofísicas de objetos e, ao longo desse trabalho foi utilizado para informar a maior parte das propriedades de estrelas de nêutrons. A Tabela A.3 mostra a comparação desse sistema de unidades com o sistema internacional.

Tabela A.3: Comparação entre unidades do S.I. e do CGS.

Quantidade	SI	CGS
distância	m	cm
tempo	s	s
massa	kg	g
velocidade	m/s	cm/s
momentum linear	$kg \cdot m/s$	$g \cdot cm/s$
momentum angular	$kg \cdot m^2/s$	$erg \cdot s$
força	$kg \cdot m/s^2$	$dyna$
energia	$kg \cdot m^2/s^2$	erg
ação	$kg \cdot m^2/s$	$erg \cdot s$
densidade de energia	$kg/(m \cdot s^2)$	$dyna \cdot cm^{-2}$
pressão	$kg/(m \cdot s^2)$	$dyna \cdot cm^{-2}$

Propriedades do Sol e de Estrelas de Nêutrons

A título de comparação, mostramos na Tabela A.4 as ordens de grandezas das propriedades físicas do sol e de uma estrela de nêutrons típica (EN).

Tabela A.4: Comparação entre as propriedades do Sol e de típicas estrelas de nêutrons [1,2].

Propriedade	Sol	EN
Massa	$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} kg$	$M_{EN} \approx 1.4 M_{\odot}$
Raio	$R_{\odot} = 6.96 \times 10^5 km$	$R_{EN} \approx 10 km$
Luminosidade	$L_{\odot} = 3.83 \times 10^{33} erg \cdot s^{-1}$	$L_{EN} \sim 10^{-2} L_{\odot}$
Rotação	$\Omega_{\odot} = 10^{-6} rad \cdot s^{-1}$	$\Omega_{EN} \sim 10 rad \cdot s^{-1}$
Campo Magnético	$B_{\odot} \approx 1 G$	$B_{EN} \sim 10^{12} G$
Temperatura Efetiva	$T_{\odot} = 5800 K$	$T_{EN} \sim 10^6 K$

Apêndice B

Histórico dos Modelos da HDQ

B.1 Modelo $\sigma - \omega$

Assim como os modelos de Johnson, Teller e Duerr, o modelo $\sigma - \omega$, proposto no ano de 1974 por John Dirk Walecka [138], considera a interação entre núcleons mediada por mésons. A interação nuclear do modelo é análoga a uma versão relativística do potencial de Yukawa, considerando mésons escalares responsáveis pelo potencial atrativo a longas distâncias e mésons vetoriais responsáveis pela componente repulsiva à curtas distâncias. O *potencial de Yukawa* não-relativístico descreve a interação nuclear efetivamente através de:

$$V(r) = \frac{g_\omega}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - \frac{g_\sigma}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r}, \quad (\text{B.1})$$

onde podemos identificar um potencial repulsivo, associado a uma partícula de massa m_ω e outro, atrativo, associado a uma partícula de massa m_σ , nos primeiro e segundo termos, relacionados, respectivamente, aos mésons ω e σ . Esses mésons irão se acoplar aos núcleons através de um *acoplamento mínimo*, modulado pelas constantes de acoplamento g_ω e g_σ . A densidade lagrangiana do modelo $\sigma - \omega$ originalmente proposta por Walecka é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\ & + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) + (g_\sigma \sigma \bar{\psi} \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

O primeiro termo representa a densidade lagrangiana de Dirac na descrição dos núcleons, devido ao fato de estes serem férmions de spin 1/2. O segundo termo representa a densidade lagrangiana de Klein-Gordon, que descreve partículas de spin 0, referente ao méson escalar σ , responsável pela componente atrativa do potencial nuclear. O terceiro termo representa a densidade lagrangiana de Proca, para o méson vetorial ω , que possui spin 1 e é responsável pela componente repulsiva do potencial nuclear. O quarto e último termo

é referente ao acoplamento dos mésons σ e ω com os núcleons. Por tratarem-se de partículas de naturezas distintas, os mésons escalares e vetoriais acoplam-se à quantidades diferentes: o méson escalar σ se acoplará à densidade escalar dos núcleons, $\bar{\psi}\psi$, e o méson vetorial ω se acoplará à densidade de quadri-corrente dos núcleons, $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$. A densidade lagrangiana do modelo também pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega\omega^\mu) - (m - g_\sigma\sigma)] \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \right), \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

evidenciando que a presença dos mésons escalar e vetorial geram um deslocamento na massa e no quadri-momentum dos núcleons. Porém, partindo da densidade lagrangiana original, o modelo não é capaz de reproduzir algumas propriedades da matéria nuclear em um intervalo de valores de acordo com os valores experimentais. Nessa versão do modelo, na densidade de saturação, a massa efetiva do núcleon e a energia de simetria são subestimadas, sendo calculadas como $m^* = 470 \text{ MeV}$ e $a_s = 14.8 \text{ MeV}$, respectivamente, e o módulo de compressibilidade é por sua vez superestimado, sendo predito com o valor de $K = 550 \text{ MeV}$ [4]. Na tentativa de tornar o modelo mais completo e contornar o problema da determinação das propriedades da matéria nuclear, foram propostas modificações na densidade lagrangiana original. Tais modificações foram a inclusão do méson isovetorial-vetorial ρ , do octeto bariônico e dos graus de liberdade leptônicos. As motivações e novas interpretações que a inclusão desses termos trazem para o modelo são:

- **Méson ρ :** a inclusão do tripleto de mésons ρ^0 e ρ^\pm levanta a degenerescência de isospin e faz com que a energia de simetria do sistema encontre-se dentro do valor experimental através da consideração do acoplamento dos mésons com a corrente de isospin. Esse acoplamento será modulado pela constante de acoplamento g_ρ .
- **Octeto Bariônico:** a energia de Fermi do sistema aumenta conforme densidades bariônicas mais altas passam a ser consideradas. Quando a energia de Fermi passa a ser da mesma ordem que a massa de outros bárions mais pesados, é energeticamente mais favorável que os núcleos transformem-se em outras espécies de bárions, diminuindo a pressão e energia do sistema. A inclusão do octeto bariônico é feita considerando as partículas Λ , Σ e Ξ , pois estes constituem os bárions menos massivos [139], com exceção dos núcleons. Tais bárions são frequentemente chamados *híperons*, por possuírem uma estranheza não nula. Devido ao fato de a matéria nuclear na saturação não ser populada por híperons, a introdução destes gera um impasse relacionado ao desconhecimento de como deve se dar seu acoplamento com os mésons. Tal tópico é abordado no capítulo 1, na seção sobre acoplamento de híperons 1.2.7.

- **Léptons:** como o foco é aplicar modelos efetivos na descrição da matéria de estrelas de nêutrons, faz-se necessária a inclusão de léptons no sistema. Os léptons a serem considerados nessa abordagem serão apenas o elétron e o múon pois a massa de repouso do tau, $m_\tau = 1777 \text{ MeV}$, encontra-se em um intervalo de energias muito maior que o de nosso interesse.

Adicionando as novas contribuições à densidade lagrangiana original, temos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) - (m_B - g_{\sigma B} \sigma) \right] \psi_B \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \\
& + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l,
\end{aligned} \tag{B.4}$$

onde identificamos a inclusão do octeto bariônico e dos léptons através das somas sobre B e l , respectivamente. A inclusão do méson $\boldsymbol{\rho}$ é identificada no termo análogo à densidade lagrangiana do méson ω , onde ainda deve ser considerado um produto escalar no espaço de isospin. O acoplamento do méson $\boldsymbol{\rho}$ se dá através da densidade de quadri-corrente de isospin, $\frac{1}{2} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi_B$, modulado pela constante de acoplamento $g_{\rho B}$, onde já estamos considerando todo o octeto bariônico. Por fim, algumas considerações a respeito dos mésons empregados no modelo devem ser feitas. No regime de longo alcance, os píons são as partículas de troca da interação nuclear e acoplam-se aos núcleons de diversas formas. Considerar diversas formas de acoplamento apenas para um méson acaba por tornar a descrição matemática do modelo muito complicada. Por isso, a idéia de Walecka foi considerar um méson fictício σ que parametriza o acoplamento, tendo este apenas uma forma. Recentemente, porém, o méson escalar σ foi catalogado como uma partícula real pelo Particle Data Group - 2010 [140], chamada de partícula $f_o(600)$.

B.2 Modelo de Boguta-Bodmer

O modelo de Boguta-Bodmer foi proposto em 1977 [20], como um extensão do modelo $\sigma - \omega$. Esse modelo traz como mudança a consideração de termos de auto-interação entre os mésons escalares sigma. Sua densidade lagrangiana, já considerando as modificações do

modelo $\sigma - \omega$, é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) - (m_B - g_{\sigma B} \sigma) \right] \psi_B \\ & + \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - U(\sigma) \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

A descrição dos termos da densidade lagrangiana será a mesma do modelo $\sigma - \omega$, exceto pelo potencial do méson escalar $U(\sigma)$:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 + \frac{1}{4} c m_N (g_{\sigma N} \sigma)^4, \quad (\text{B.6})$$

que representa a auto-interação entre os campos σ . Os termos de ordem cúbica e quártica do potencial representam um acoplamento não-linear entre os campos σ , motivo pelo qual esse modelo é frequentemente mencionado apenas como Modelo Não-Linear. A introdução de termos de auto-interação cuja intensidade é ajustada pelos parâmetros b e c permite uma melhor determinação das propriedades da matéria nuclear, como o módulo de compressibilidade e a massa efetiva do núcleon, solucionando os problemas anteriormente enumerados do modelo $\sigma - \omega$. Contudo, a escolha de valores para os parâmetros b e c pode gerar comportamentos fisicamente incorretos do modelo [141, 142] como:

- Inexistência de vinculação formal entre o módulo de compressibilidade K e a massa efetiva do núcleon m^* ;
- Comportamento não-causal, no qual a velocidade do som no meio é maior que a velocidade da luz;
- Para alguns valores de $c < 0$, há ocorrência de cúspides na equação de estado, fazendo com que para uma única densidade bariônica sejam possíveis diferentes valores de massas efetivas.

Ainda assim, devido à possibilidade de vincular novos parâmetros às propriedades da matéria nuclear, o modelo Boguta-Bodmer é um dos modelos mais utilizados na descrição de estrelas de nêutrons pela literatura. Esse modelo é utilizado nessa dissertação e, na seção 1.2, é abordado formalmente.

B.3 Modelos ZM

A altas densidades e temperaturas, tanto o modelo $\sigma - \omega$, como o modelo de Boguta-Bodmer predizem um decréscimo da massa efetiva do núcleon devido à presença do sistema de

muitos corpos, podendo mesmo assumir valores negativos. Tal comportamento será refletido na produção de partículas mais pesadas nesses cenários como, por exemplo, o de colisões de íons pesados ou o de estrelas de nêutrons. Em 1990, como uma alternativa a esses modelos, J. Zimanyi e S. A. Moszkowski propõem um modelo com uma diferente forma de acoplamento entre os mésons e os núcleons, e que passou a ser conhecido como Modelo ZM [143]. A densidade lagrangiana original apresentada no artigo é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM} = & \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{m}\right) (i\bar{\psi}\gamma_\mu \partial^\mu \psi - g_\omega \bar{\psi}\gamma_\mu \psi \omega^\mu) - \bar{\psi}m\psi \\ & + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu\right), \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

onde podemos identificar a nova forma de acoplamento entre o méson escalar e os núcleons, dada por $\bar{\psi}(g_\sigma \sigma/m)\gamma_\mu \partial^\mu \psi$, que difere do acoplamento dos outros modelos apresentados até agora, dados por $g_\sigma \bar{\psi}\sigma\psi$. Em outras palavras, podemos observar que o Modelo ZM considera um acoplamento derivativo entre os mésons escalares e os núcleons, enquanto que os modelos $\sigma - \omega$ e de Boguta-Bodmer consideram um acoplamento mínimo. Por essa razão, o Modelo ZM também é chamado de *modelo de acoplamento escalar derivativo*. Em seu artigo original, Zimanyi e Moszkowski propõem ainda outros dois modelos, ZM2 e ZM3, que também consideram um acoplamento derivativo que é, porém, diferente entre os mésons e os núcleons. O modelo ZM2 é similar ao modelo ZM3, porém, não pode ser interpretado como um modelo do tipo $\sigma - \omega$ com constantes de acoplamento reescaladas, como o modelo ZM3 permite. Por essa razão, apresentaremos apenas a densidade lagrangiana do modelo ZM3:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ZM3} = & \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{m}\right) (i\bar{\psi}\gamma_\mu \partial^\mu \psi) - g_\omega \bar{\psi}\gamma_\mu \psi \omega^\mu - \bar{\psi}m\psi \\ & + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu\right). \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

É possível escrever uma densidade lagrangiana geral, válida para ambos modelos. Para tanto, definimos:

$$m^* \equiv \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{m}\right)^{-1}, \quad (\text{B.9})$$

e fazemos o reescalonamento $\psi \rightarrow \sqrt{m^*}\psi$. Assim, temos a densidade lagrangiana na forma geral:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega^* \omega^\mu) - (m - g_\sigma^* \sigma)] \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu\right), \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

onde reproduzimos as densidades lagrangianas dos modelos através das relações:

$$\text{Walecka :} \quad g_\sigma^* \rightarrow g_\sigma, \quad g_\omega^* \rightarrow g_\omega; \quad (\text{B.11})$$

$$ZM : \quad g_\sigma^* \rightarrow m^* g_\sigma, \quad g_\omega^* \rightarrow g_\omega; \quad (B.12)$$

$$ZM3 : \quad g_\sigma^* \rightarrow m^* g_\sigma, \quad g_\omega^* \rightarrow m^* g_\omega. \quad (B.13)$$

Considerando a densidade lagrangiana geral, um aspecto importante a ressaltar é a expansão em série de potências m^* , em termos de σ :

$$m^* = 1 - \frac{g_\sigma \sigma}{m} + \frac{(g_\sigma \sigma)^2}{m^2} - \frac{(g_\sigma \sigma)^3}{m^3} + \dots \quad (B.14)$$

Se tomamos apenas a primeira ordem, reproduzimos o modelo $\sigma - \omega$. Quando passamos a considerar ordens maiores, evidenciamos o efeito da interação de muitos corpos:

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma \sigma \bar{\psi} \psi - \frac{(g_\sigma \sigma)^2}{m} \bar{\psi} \psi + \frac{(g_\sigma \sigma)^3}{m^2} \bar{\psi} \psi - \dots, \quad (B.15)$$

onde o primeiro termo é identificado como o termo atrativo de Yukawa, e os termos de ordens maiores são identificados como termos de auto-interação do méson escalar, com caráter repulsivo e atrativo sucessivamente [144]. Os resultados dos modelos ZM também não são capazes de reproduzir os valores da massa efetiva do núcleon e do módulo de compressibilidade dentro do intervalo experimental, embora seus resultados apresentem discrepância menores que o modelo $\sigma - \omega$. Em partes, um dos problemas de considerar tais modelos vem do fato de que, até hoje, a forma como deve se dar o acoplamento méson-núcleon é desconhecida. Na seção 1.3 apresentamos um modelo, que será utilizado nesse trabalho, baseado na ideia dos modelos ZM, chamado *modelo de acoplamento ajustável* no qual são inseridos novos parâmetros no modelo que ditam como deve se dar o acoplamento méson-núcleon.

Bibliografia

- [1] K. S. O. Filho and M. F. O. Saraiva. *Astronomia e Astrofísica*. Editora da UFRGS, Livraria da Física, 2004.
- [2] F. Weber. *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*. Inst of Physics Pub Inc, 1999.
- [3] Alexandre Mesquita. *Condensação de Káons em Estrelas de Nêutrons*. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.
- [4] N. K. Glendenning. *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity*. Springer, 2000.
- [5] P. Haensel, A. Y. Potekhin, and D. G. Yakovlev. *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure*. Springer, 2007.
- [6] André R. Taurines. *Estrelas de Nêutrons em Teorias Relativísticas Efetivas de Campos Nucleares*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1999.
- [7] G. Lugones, T. A. S. do Carmo, A. G. Grunfeld, and N. N. Scoccola. *Phys. Rev. D* **81**, 085012 (2010).
- [8] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, and F. Zetsche. *Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts*. Springer, 2006.
- [9] C. F. von Weizsecker. *Z. Phys* **96**, 431 (1935).
- [10] H. A. Bethe. *Rev. Mod. Phys.* **8**, 139 (1936).
- [11] W. D. Myers and W. J. Swiatecki. *Ann. Phys.* **55**, 395 (1969).
- [12] P. Moller, W. D. Myers, W. J. Swiatecki, and J. Treiner. *Atom. Data Nucl. Data Tables* **39**, 225 (1988).
- [13] J. P. Blaizot. *Phys. Rep.* **64**, 171 (1980).

-
- [14] H. Krivine, J. Treiner, and O. Bohigas. *Nucl. Phys. A* **336**, 155 (1980).
- [15] N. K. Glendenning. *Phys. Rev. C* **37**, 2733 (1988).
- [16] M. M. Sharma, W. T. A. Borghols, S. Brandenburg, S. Crona, A. vander Woude, and M. N. Harakeh. *Phys. Rev. C* **38**, 2562 (1988).
- [17] W. D. Myers and W. J. Swiatecki. *Nucl. Phys. A* **601**, 141 (1996).
- [18] Verônica A. Dexheimer. *Compressibilidade da Matéria Nuclear em Estrelas de Nêutrons*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.
- [19] N. K. Glendenning. *Phys. Lett. B* **208**, 335 (1988).
- [20] J. Boguta and A. R. Bodmer. *Nucl. Phys. A* **292**, 413 (1977).
- [21] M. Chiapparini, A. Delfino, M. Malheiro, and A. Gattone. *Z. Physik A* **357**, 47 (1997).
- [22] F. Mandl and G. Shaw. *Quantum Field Theory*. John Wiley & Sons, 1984.
- [23] B. D. Serot and J. D. Walecka. *Advances in Nuclear Physics, V. 16*. Plenum Press, 1986.
- [24] Wolfram|Alpha: Computational Knowledge Engine. <http://www.wolframalpha.com/>.
- [25] N. M. Hugenholtz and L. Van Hove. *Physica* **24**, 363 (1958).
- [26] H. B. Callen. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons, 1985.
- [27] S. A. Moszkowski. *Phys. Rev. D* **9**, 1613 (1974).
- [28] S. Pal, M. Hanauske, I. Zakout, H. Stocker, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* **60**, 015802 (1999).
- [29] N. K. Glendenning and S. A. Moszkowski. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2414 (1991).
- [30] M. Rufa *et al.* *Phys. Rev. C* **42**, 2469 (1990).
- [31] A. R. Taurines, C. A. Vasconcellos, M. Malheiro, and M. Chiapparini. *Phys. Rev. C* **63**, 065801 (2001).
- [32] Rafael B. Jacobsen. *Plasma de Quarks e Glúons no Interior de Estrelas de Nêutrons*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

-
- [33] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, and V. F. Weisskopf. *Phys. Rev. D* **9**, 3471 (1974).
- [34] A. Pais. *Phys. Rev.* **86**, 663 (1952).
- [35] M. Gell-Mann. *Synchrotron Laboratory Report CTSL-20*, (1961).
- [36] Y. Ne'emann. *Nucl. Phys.* **26**, 222 (1961).
- [37] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, 1987.
- [38] V. E. Barnes *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **12**, 204 (1964).
- [39] M. Gell-Mann. *Phys. Lett.* **8**, 214 (1964).
- [40] G. Zweig. *Preprints CERN-TH*, 401-412 (1964).
- [41] Z. Maki. *Prog. Theor. Phys.* **31**, 331 (1964).
- [42] Y. Hara. *Phys. Rev.* **134**, 701 (1964).
- [43] B. J. Bjorken and S. L. Glashow. *Phys. Lett.* **11**, 255 (1964).
- [44] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. *Phys. Rev. D* **2**, 1285 (1970).
- [45] M. Kobayashi and T. Maskawa. *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973).
- [46] H. Harari. *Phys. Lett. B* **57**, 265 (1975).
- [47] F. Wilczek and D. J. Gross. *Phys. Lett. D* **8**, 3633 (1973).
- [48] H. D. Politzer. *Phys. Rep.* **14**, 129 (1974).
- [49] E. D. Bloom *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **23**, 930 (1969).
- [50] M. Breidenbach *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **23**, 935 (1969).
- [51] J. J. Aubert *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404 (1974).
- [52] J. E. Augustin *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1406 (1974).
- [53] F. Abe *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2626 (1995).
- [54] S. Abachi *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2422 (1995).
- [55] Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, A. H. Mueller, and S. I. Troyan. *Basics of Perturbative QCD*. Editions Frontieres, 1991.

-
- [56] K. Nakamura *et al.* *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010).
- [57] Alberto S. S. Rocha. *Um Modelo de Sacola Difusa para a Matéria Nuclear*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004.
- [58] A. R. Bodmer. *Phys. Rev. D* **4**, 1601 (1971).
- [59] E. Witten. *Phys. Rev. D* **30**, 272 (1984).
- [60] H. Terazawa. *INS, Univ. of Tokyo ins-report-338* (1979).
- [61] H. Terazawa. *J. Phys. Soc. Japan* **58**, 3555 (1989).
- [62] H. Terazawa. *J. Phys. Soc. Japan* **58**, 4388 (1989).
- [63] H. Terazawa. *J. Phys. Soc. Japan* **59**, 1199 (1990).
- [64] F. Weber. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54**, 193 (2005).
- [65] Universidad Politécnica de Madrid Curso de Física Básica. <http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica>.
- [66] K. Huang. *Statistical Mechanics*. John Wiley & Sons, 1987.
- [67] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schafer. *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1455 (2008).
- [68] X. Lai and R. X. Xu. *J. Cosm. Astropart. Phys.* **05**, 028 (2010).
- [69] R. Cavagnoli, C. Providência, and D. P. Menezes. *Phys. Rev. C* **83**, 045201 (2011).
- [70] Y. Tsue, J. da Providência, C. Providência, and M. Yamamura. *Prog. Theor. Phys.* **123**, 1013 (2010).
- [71] N. Yasutake, G. F. Burgio, and H. J. Schulze. *Phys. Atom. Nucl.* **74**, 1534 (2011).
- [72] R. Xu. *J. Phys. G* **36**, 064010 (2009).
- [73] M. Alford. *PoS(LAT2006)001* (2006).
- [74] R. Ouyed, R. Rapp, and C. Vogt. *Astrophys. J.* **632**, 1001 (2005).
- [75] D. Rischke. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **52**, 197 (2004).
- [76] I. Vidaña, G. Lugones, and I. Bombaci. *J. Phys. G* **35**, 014054 (2008).

-
- [77] P. Jacobs, D. Kharzeev, B. Mueller, J. Nagle, K. Rajagopal, and S. Vigdor. arxiv:0705.1930 (2007).
- [78] Y. Aoki, G. Endródi, Z. Fodor, S. D. Katz, and K. K. Szabó. *Nature* **443**, 675 (2006).
- [79] S. Gupta, X. Luo, B. Mohanty, H. G. Ritter, and Nu Xu. *Science* **332**, 1525 (2011).
- [80] N. K. Glendenning. *Phys. Rev. D* **46**, 1274 (1992).
- [81] C. M. Espinoza, A. G. Lyne, B. W. Stappers, and M. Kramer. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **414**, 1679 (2011).
- [82] N. K. Glendenning and S. Pei. *Phys. Rev. C* **52**, 2250 (1995).
- [83] M. Bejger, P. Haensel, and J. L. Zdunik. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **359**, 699 (2005).
- [84] T. Endo. *Phys. Rev. C* **83**, 068801 (2011).
- [85] G. Minuitti, J. A. Pons, E. Berti, L. Gualtieri, and V. Ferrari. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **338**, 389 (2003).
- [86] Guilherme F. Marranghello. *Transição de Fase em Estrelas de Nêutrons e a Emissão de Ondas Gravitacionais*. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.
- [87] J. Chadwick. *Nature* **129**, 312 (1932).
- [88] L. D. Landau. *Phys. Z. Sowjetunion* **1**, 285 (1932).
- [89] W. Baade and F. Zwicky. *Phys. Rev.* **45**, 138 (1934).
- [90] R. C. Tolman. *Phys. Rev.* **55**, 364 (1939).
- [91] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff. *Phys. Rev.* **55**, 374 (1939).
- [92] S. Chandrasekhar. *Astrophys. J.* **74**, 81 (1931).
- [93] A. G. W. Cameron. *Astrophys. J.* **130**, 452 (1959).
- [94] E. E. Salpeter. *Phys. Rev.* **120**, 1528 (1960).
- [95] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze. *Astrofizika* **1**, 479 (1965).
- [96] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze. *Nuovo Cim. Lett.* **IIS1**, 13 (1969).
- [97] N. S. Kardashev. *Astron. Zh.* **41**, 807 (1964).

-
- [98] F. Pacini. *Nature* **219**, 145 (1968).
- [99] A. Hewiah, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, and R. A. Collins. *Nature* **217**, 709 (1986).
- [100] T. Gold. *Nature* **221**, 25 (1969).
- [101] J. E. Gunn and J. P. Ostriker. *Nature* **221**, 455 (1969).
- [102] J. P. Ostriker and J. E. Gunn. *Astrophys. J.* **157**, 1395 (1969).
- [103] J. E. Gunn and J. P. Ostriker. *Astrophys. J.* **160**, 979 (1970).
- [104] A. A. Abdo *et al.* *Astrophys. J. Supp. Ser.* **187**, 460 (2010).
- [105] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. Roberts, and J. W. Hessels. *Nature* **467**, 1081 (2010).
- [106] V. Dexheimer and S. Schramm. *Astrophys. J.* **683**, 943 (2008).
- [107] Evolução Final das Estrelas. <http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm>.
- [108] M. A. Agueros *et al.* *Astron. J.* **131**, 1740 (2006).
- [109] R. Neuhauser and J. E. Trumper. *Astron. Astrophys.* **343**, 151 (1999).
- [110] L. A. Girifalco. *Statistical Mechanics of Solids*. Oxford University Press, 2003.
- [111] F. M. Walter *et al.* *Astrophys. J.* **724**, 669 (2010).
- [112] Jr. C. E. Rhoades and R. Ruffini. *Phys. Rev. Lett.* **32**, 324 (1974).
- [113] Observed Neutron Star Masses. <http://stellarcollapse.org/nsmasses> (2010).
- [114] J. M. Lattimer and M. Prakash. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 111101 (2005).
- [115] J. Schwab, P. Podsiadlowski, and S. Rappaport. *Astrophys. J.* **719**, 722 (2010).
- [116] R. Valentim, E. Rangel, and J. E. Horvath. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.* **414**, 1427 (2011).
- [117] I. Morison. *Introduction to Astronomy and Cosmology*. John Wiley & Sons, 2008.
- [118] Manchester *et al.* *Astrophys. J.* **621**, 149 (2005).
- [119] R. X. Xu, D. J. Tao, and Y. Yang. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.* **373**, 185 (2006).

-
- [120] D. P. Menezes, M. Benghi Pinto, S. S. Avancini, A. Perez Martinez, and C. Providência. *Phys. Rev. C* **79**, 035807 (2009).
- [121] K. Oyamatsu, K. Iida, and H. Koura. *Phys. Rev. C* **82**, 027301 (2010).
- [122] F. Weber. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54**, 193 (2005).
- [123] S. Weinberg. *Gravitation and Cosmology*. John Wiley, 1972.
- [124] K. Schertler, C. Greiner, and M.H. Thoma. *Nucl. Phys. A* **616**, 659 (1997).
- [125] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. *Phys. Rev.* **122**, 345 (1961).
- [126] A. Drago, A. Lavagno, and G. Pagliara. *AIP Conf. Proc.* **727**, 420 (2004).
- [127] G. Lugones, C. Ghezzi, E. G. D. Pino, and J. E. Horvath. *Astrophys. J.* **581**, 1101 (2002).
- [128] Z. Berezhiani, I. Bombaci, A. Drago, F. Frontera, and A. Lavagno. *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.* **113**, 268 (2002).
- [129] I. Bombaci. arxiv:astro-ph/0307522v1 (2003).
- [130] I. Bombaci, I. Parenti, and I. Vida. *Astrophys. J.* **614**, 314 (2004).
- [131] J. E. Horvath and M. P. Allen. arxiv:1104.2875v1 (2011).
- [132] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schafer. *Rev. Mex. Astron. Astrofís.* **11**, 39 (2001).
- [133] R. X. Xu, D. J. Tao, and Y. Yang. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.* **373**, 185 (2006).
- [134] D. P. Menezes, M. B. Pinto, S. S. Avancini, A. P. Martinez, and C. Providencia. *Phys. Rev. C* **79**, 035807 (2009).
- [135] A. P. Martinez, R. G. Felipe, and D. M. Paret. *Int. J. Mod. Phys. D* **19**, 1511 (2010).
- [136] R. P. Negreiros, S. Schramm, and F. Weber. arxiv:1103.3870 (2011).
- [137] F. Weber and P. Roseneld. *Science* **199**, 416 (2007).
- [138] J. D. Walecka. *Ann. Phys.* **83**, 491 (1974).
- [139] S. I. A. Garpman, N. K. Glendenning, and Y. J. Karant. *Nucl. Phys. A* **322**, 382 (1979).

-
- [140] K. Hagiwara *et al.* (Particle Data Group). *Phys. Rev. D* **66**, 010001 (2002).
- [141] B. M. Waldhauser, J. A. Maruhn, H. Stocker, and W. Greiner. *Phys. Rev. C* **38**, 1003 (1988).
- [142] W. Koepf, M. M. Sharma, and P. Ring. *Nucl. Phys. A* **533**, 95 (1992).
- [143] J. Zimanyi and S. A. Moszkowski. *Phys. Rev. C* **42**, 1416 (1990).
- [144] S. Shu and J. Li. *Phys. Rev. C* **66**, 062201 (2002).